

*П. А. Чонкин, В. С. Пантюшин,  
В. А. Смирнов*

**СБОРНИК  
ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ  
ПО ОБЩЕЙ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**



---

СОВЕТСКАЯ НАУКА

1 9 5 1

П. А. ИОНКИН, В. С. ПАНТЮШИН, В. А. СМИРНОВ

СБОРНИК  
ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ  
ПО ОБЩЕЙ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

Под редакцией  
В. С. ПАНТЮШИНА

*Д о п у щ е н о*  
*Министерством высшего образования*  
*в качестве учебного пособия*  
*для неэлектротехнических вузов*  
*и факультетов*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«СОВЕТСКАЯ НАУКА»  
Москва — 1951

Редактор *Н. Н. Курдюков*

Технич. редактор *А. И. Пролева*

---

Г 04153. Подписано к печати 26/V 51 г. Тираж 10 000 экз. Формат  $60 \times 92^{1/16} = 13^{5/8}$  бум. л.  $= 27^{1/4}$  печ. л.  $= 24,3$  уч.-авт. л. Цена в переплете 9 руб. 50 коп.  
Заказ № 100.

---

3-я типография «Красный пролетарий» Главполиграфиздата при Совете Министров СССР. Москва, Краснопролетарская, 16.

---

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый сборник задач и упражнений имеет целью оказать помощь студентам в их самостоятельной работе по курсу общей электротехники, а также по некоторым дополнительным теоретическим вопросам, выходящим за пределы программы этого курса, но изучаемым студентами многих неэлектротехнических вузов.

Одним из наиболее важных видов самостоятельного изучения курса электротехники являются систематические упражнения в решении и разборе задач и числовых примеров. Этот вид работы особенно необходим, но вместе с тем и труден для студентов-заочников, не имеющих очных групповых занятий. Для студентов очных вузов самостоятельное решение задач представляет собой продолжение и расширение практических занятий, проводимых под руководством преподавателя.

Систематическое решение задач и примеров способствует лучшему усвоению и запоминанию изучаемого материала, учит применению полученных знаний при рассмотрении практических задач, вырабатывает умения и навыки, необходимые для дальнейшей инженерной деятельности. Кроме того, решение задач и анализ их способствует развитию логического мышления учащихся и помогает формированию материалистического мировоззрения, развивает стремление к преодолению трудностей, воспитывает волю и вырабатывает определенную культуру труда.

Для организации самостоятельной работы студентов в этом пособии даны разнообразные примеры и задачи с ответами, а наиболее типичные из них снабжены методическими указаниями и решениями.

Учитывая тесную связь курса электротехники с разделами «Электричество» и «Магнетизм» курса физики, авторы ввели в сборник из этих разделов небольшое число примеров, непосредственно связанных с последующими электротехническими расчетами.

При подборе задач и примеров авторы старались по возможности учесть разнообразные запросы отдельных вузов и факультетов.

тетов. Для этого в каждом разделе приводятся различные по трудности задачи.

Часть задач, выходящих за пределы программы курса общей электротехники, отмечена звездочками. Кроме того, в сборник помещены разделы «Несинусоидальные токи» и «Переходные явления в простейших цепях с сосредоточенными постоянными», не предусмотренные программой курса.

Подавляющее большинство задач и примеров составлены заново и лишь небольшая часть их взята в переработанном виде из учебной литературы, указанной в конце книги.

Авторы надеются, что читатели выскажут свои пожелания, сделают критические замечания и отметят имеющиеся недостатки и ошибки. Все указания читателей будут приняты с большой благодарностью.

В заключение считаем своим приятным долгом выразить благодарность за весьма ценные замечания и указания проф. Ю. С. Чечету и кафедре Электротехники и электрических машин Московского ордена Ленина авиационного института им. Серго Орджоникидзе, руководимой лауреатом Сталинской премии проф. Г. И. Атабековым.

Все замечания по настоящему сборнику просим направлять в Московский ордена Ленина энергетический институт им. В. М. Молотова (Москва, 116, Красноказарменная улица, дом 14), а также в издательство «Советская наука» (Москва, 64, Подсосенский пер., 20).

*Авторы*

---

---

## 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1,1. Определить величину сопротивления круглой медной проволоки длиной  $l=1000$  м и диаметром  $d=2$  мм. Удельная проводимость проволоки  $\gamma=57 \frac{\text{м}}{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}$ .

Ответ.  $r \approx 5,6$  ом.

1,2. Найти величину диаметра железной проволоки, длина которой равна  $l=52$  м, сопротивление  $r=3$  ом и удельное сопротивление  $\rho=0,1 \frac{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ .

Ответ.  $d \approx 1,5$  мм.

1,3. Катушка с внутренним диаметром, равным 50 мм, и внешним 184 мм, обмотана медной проволокой диаметром  $d=2$  мм. Сопротивление обмотки  $r=4,35$  ом.

Определить: а) длину проволоки; б) число витков; в) число слоев, если по длине катушки укладываются 80 витков.

Решение.

Длина проволоки в метрах определяется из выражения

$$l = \frac{rS}{\rho} = \frac{4,35 \cdot 3,14}{0,0175} = 780 \text{ м.}$$

Средний диаметр катушки

$$D_{\text{ср}} = \frac{50 + 184}{2} = 117 \text{ мм;}$$

поэтому средняя длина витков

$$\pi D_{\text{ср}} = 3,14 \cdot 0,117 = 0,368 \text{ м.}$$

Число витков катушки равно

$$w = \frac{l}{\pi D_{\text{ср}}} = \frac{780}{0,368} \approx 2120.$$

Если число радиальных слоев обозначить через  $n$ , то из равенства  $80n = 2120$  имеем

$$n = \frac{2120}{80} \approx 27.$$

1,4. Катушка с внутренним диаметром равным 15 мм обмотана медной проволокой диаметром  $d = 0,3$  мм.

По длине катушки размещаются 125 рядов проволоки, а число слоев ее равно 100.

Внешний диаметр катушки равен 95 мм, а ее высота равна 50 мм. Определить сопротивление катушки.

Ответ.  $r \approx 518$  ом.

1,5. Определить сопротивление медного провода линии передачи при температуре  $t_2 = 0^\circ$  и  $t_1 = 20^\circ$  С, если сечение провода  $S = 95$  мм<sup>2</sup>, а длина  $l = 120$  км.

Решение.

Сопротивление провода при  $20^\circ$  С определяется по формуле

$$r_1 = \rho \frac{l}{S} = 0,0175 \frac{120 \cdot 1000}{95} = 22,1 \text{ ом.}$$

Сопротивление того же провода при  $0^\circ$  С будет равно

$$r_2 = r_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)] = 22,1 [1 + 0,004 (0 - 20)] = 20,3 \text{ ом.}$$

1,6. Трамвайный провод длиной  $l = 1$  км и сечением  $S = 70$  мм<sup>2</sup> при температуре  $15^\circ$  С имеет сопротивление  $r_1 = 0,35$  ом. Определить удельное сопротивление материала провода.

Ответ.  $\rho = 0,0245 \frac{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ .

1,7. К зажимам аккумуляторной батареи приключено сопротивление  $r$ , изменяющееся от  $r_1 = 2$  ом до  $r_2 = \infty$ . Э. д. с. батареи равна  $E = 12$  в, а ее внутреннее сопротивление  $r_0 = 0,5$  ом. Построить график зависимости напряжения на зажимах этой батареи от тока.

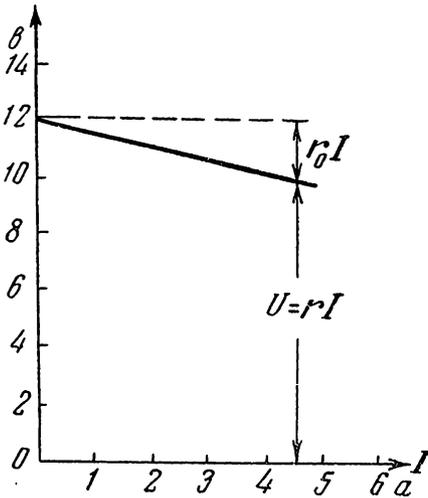
Решение.

Напряжение на зажимах батареи  $U = E - r_0 I$ .

При изменении сопротивления нагрузки от 2,0 ом до  $\infty$  ток  $I$  меняется в пределах от  $I = \frac{E}{r + r_0} = \frac{12}{2,5} = 4,8$  а до  $I = \frac{E}{\infty} = 0$ .

При токе  $I=0$   $U=12-0,5 \cdot 0=12$  в, а при токе  $I=4,8$  а  $U=12-0,5 \cdot 4,8=9,6$  в.

Напряжение  $U$  изменяется в зависимости от тока  $I$  по закону прямой линии, что и показано на фиг. 1,7.



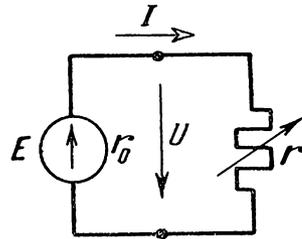
Фиг. 1,7

Отвст.

$$U = \frac{E}{1 + \frac{r_0}{r}}$$

1,8. Э. д. с. генератора постоянного тока  $E=220$  в остается практически неизменной при изменении сопротивления нагрузки (фиг. 1,8) от  $r=\infty$  до  $r=5r_0$ .

Найти зависимость напряжения  $U$  на зажимах генератора от сопротивления нагрузки  $r$ .



Фиг. 1,8

1,9. На фиг. 1,9а показана неразветвленная цепь с двумя источниками электрической энергии и двумя сопротивлениями  $r_1=3$  ом и  $r_2=2,25$  ом. Э. д. с. источников  $E_1=12$  в,  $E_2=6$  в, а их внутренние сопротивления  $r_{10}=0,5$  ом и  $r_{20}=0,25$  ом.

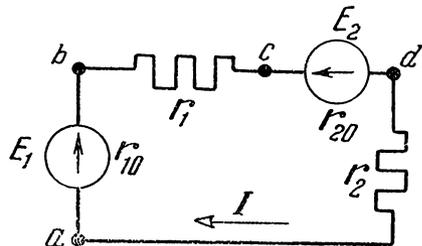
Построить график изменения потенциала вдоль рассматриваемой цепи.

Решение.

Для удобства построения графика представим заданную цепь в виде эквивалентной схемы на фиг. 1,9б, где внутренние сопротивления источников и э. д. с. показаны отдельно.

Ток в цепи

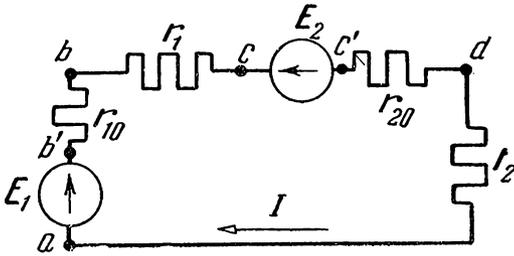
$$I = \frac{E_1 - E_2}{r_{10} + r_1 + r_{20} + r_2} = \frac{12 - 6}{6} = 1 \text{ а.}$$



Фиг. 1,9а

Для построения графика примем одну из точек этой цепи, например  $a$ , за исходную и ее потенциал будем считать равным нулю. Тогда потенциалы остальных точек определяются выражениями:

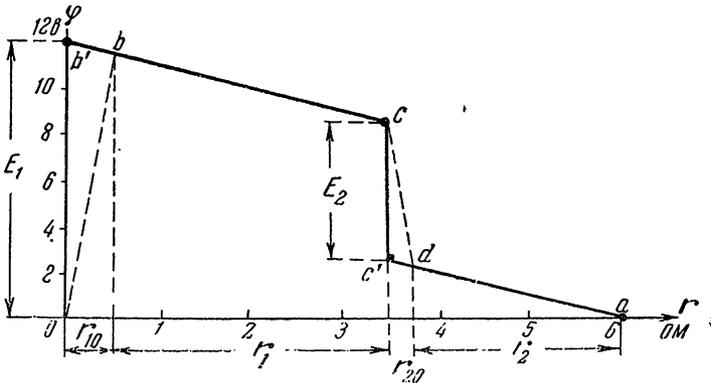
$$\begin{aligned}\varphi_b &= \varphi_a + E_1 - r_{10}I = 12 - 0,5 \cdot 1 = 11,5 \text{ в;} \\ \varphi_c &= \varphi_b - r_1I = 11,5 - 3 \cdot 1 = 8,5 \text{ в;} \\ \varphi_d &= \varphi_c - E_2 - r_{20}I = 8,5 - 6 - 0,25 \cdot 1 = 2,25 \text{ в.}\end{aligned}$$



Фиг. 1,96

Изменения напряжения в сопротивлении  $r_{10}$ , что изображено на фиг. 1,9в в виде ломаной линии  $ab'b$  (точка  $a$  совпадает с началом координат).

Изменение потенциала между теми же точками  $a$  и  $b$  может быть показано и в виде наклонной пунктирной [прямой  $a-b$ ,



Фиг. 1,9в.

изображающей как бы непрерывный рост потенциала при переходе из одной точки в другую при условии, что внутреннее сопротивление генератора не выносится.

Потенциал точки  $c$  ниже потенциала точки  $b$  на величину падения напряжения в сопротивлении  $r_1$ .

При переходе из точки  $c$  в точку  $d$  потенциал снижается скачком на величину э. д. с.  $E_2$  и одновременно с этим уменьшается за счет падения напряжения в сопротивлении  $r_{20}$ . Непрерывное понижение потенциала на этом участке показано пунктирной прямой  $c-d$ . Потенциал точки  $a$  ниже потенциала точки  $d$  на величину падения напряжения в сопротивлении  $r_2$  и равен нулю.

1,10. Как изменится график потенциала в условиях задачи 1,9, если вместо точки  $a$  заземлить точку  $d$ ?

Ответ.

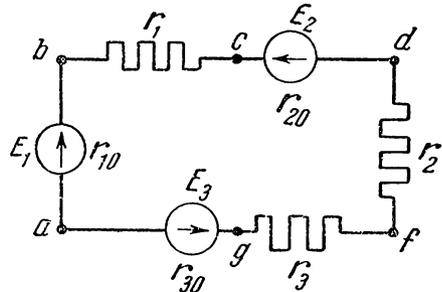
Ось абсцисс поднимается на величину падения напряжения в сопротивлении  $r_2$  и проходит через точку  $d$ .

1,11. На фиг. 1,11 показана неразветвленная цепь с тремя электродвижущими силами  $E_1=24$  в,  $E_2=E_3=6$  в и внутренними сопротивлениями  $r_{10}=1$  ом,  $r_{20}=r_{30}=0,25$  ом. Сопротивления приемников  $r_1=6$  ом,  $r_2=2$  ом,  $r_3=2,5$  ом.

Определить потенциалы точек этой цепи и построить график изменения потенциала вдоль рассматриваемого контура, если принять  $\varphi_f=0$ .

Ответ.

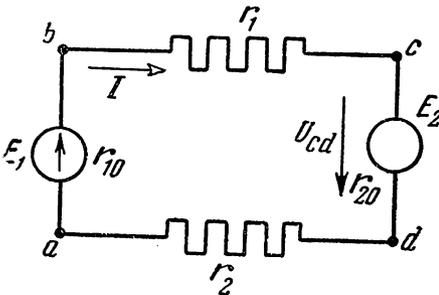
$$\begin{aligned} \varphi_d &= 2 \text{ в}, \quad \varphi_g = -2,5 \text{ в}, \quad \varphi_a = \\ &= -8,75 \text{ в}, \quad \varphi_b = 14,25 \text{ в}, \quad \varphi_c = \\ &= 8,25 \text{ в}. \end{aligned}$$



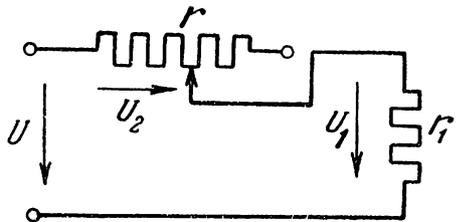
Фиг. 1,11

1,12. В условиях задачи 1,11 величины всех э. д. с. увеличены в два раза. Изменяются ли разности потенциалов между соответствующими точками цепи?

Ответ. Разность потенциалов между двумя любыми точками цепи возрастет вдва раза.



Фиг. 1,13



Фиг. 1,15

1,13. Ток в неразветвленной цепи (фиг. 1,13) равен  $I=1$  а, э. д. с.  $E_1=48$  в. Внутренние сопротивления источников  $r_{10}=r_{20}=1$  ом, а сопротивления приемников  $r_1=12$  ом и  $r_2=10$  ом. Напряжение на зажимах второго источника  $U_{cd}=25$  в.

Определить величину и направление э. д. с.  $E_2$ .

Ответ.  $E_2 = 24$  в и действует в направлении от точки  $d$  к  $c$ .

1,14. Определить ток и величину разности потенциалов на зажимах второго источника, если в условиях задачи 1,13 изменить полярность первого источника электрической энергии.

Ответ.  $I = 3$  а;  $U_2 = 21$  в.

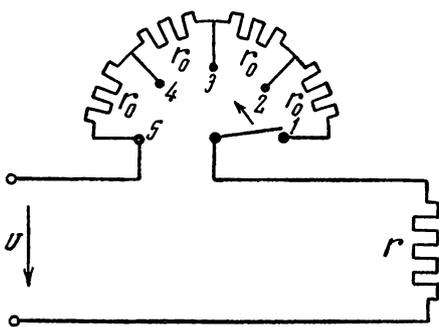
1,15. Для регулирования напряжения на приемнике  $r_1$  включено изменяющееся сопротивление  $r$  (фиг. 1,15).

Построить кривые изменения напряжений  $U_1$  и  $U_2$  от отношения  $K = \frac{r_1}{r}$ .

Ответ. Кривые строятся по уравнениям

$$U_1 = U \frac{K}{1+K} \text{ и } U_2 = U \frac{1}{1+K}.$$

1,16. В электрическую цепь с сопротивлением  $r = 10$  ом включен реостат (фиг. 1,16).



Фиг. 1,16

Определить ток в цепи и напряжение на сопротивлении  $r$  для различных положений рукоятки реостата, если сопротивление каждой секции его  $r_0 = 5$  ом, а напряжение сети  $U = 120$  в.

Решение.

Для положения рукоятки реостата на первом контакте сопротивление всей цепи

$$r_1 = 4r_0 + r = 30 \text{ ом.}$$

Ток в цепи будет равен

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{120}{30} = 4 \text{ а.}$$

Напряжение на сопротивлении  $r$

$$U_1 = I_1 r = 4 \cdot 10 = 40 \text{ в.}$$

Аналогичным путем определяются значения тока и напряжения на сопротивлении  $r$  для других положений рукоятки реостата.

1,17. При последовательном соединении двух сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  эквивалентное сопротивление  $r_{12} = 50$  ом, а при параллельном соединении тех же сопротивлений эквивалентное сопротивление  $r = 12$  ом.

Определить величины сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ .

Решение.

Для последовательного соединения сопротивлений имеем  $r_1 + r_2 = r_{12}$ , а для параллельного соединения сопротивлений  $\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = r$ . В результате совместного решения этих уравнений получим  $r_1^2 - r_1 r_{12} + r_{12} r = 0$ .

После подстановки числовых значений и решения уравнения имеем  $r'_1 = 30 \text{ ом}$ ,  $r''_1 = 20 \text{ ом}$  и, соответственно,  $r'_2 = 20 \text{ ом}$  и  $r''_2 = 30 \text{ ом}$ .

1,18. На фиг. 1,18 показана электрическая цепь с сопротивлениями  $r_1 = 18 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 30 \text{ ом}$  и  $r_3 = 20 \text{ ом}$ .

Определить токи во всех ветвях, если  $U = 120 \text{ в}$ .

Решение.

Эквивалентное сопротивление всей цепи равно

$$r = r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = 18 + 12 = 30 \text{ ом}.$$

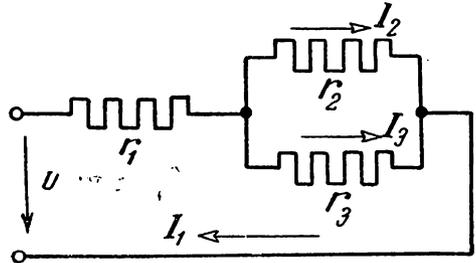
Ток  $I_1 = \frac{U}{r} = \frac{120}{30} = 4 \text{ а}$ .

Напряжение на зажимах параллельных ветвей  $U_{23} = I \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = 4 \cdot 12 = 48 \text{ в}$ .

Токи в ветвях с сопротивлениями  $r_3$  и  $r_2$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{r_3} = \frac{48}{20} = 2,4 \text{ а}$$

$$I_2 = \frac{U_{23}}{r_2} = \frac{48}{30} = 1,6 \text{ а}.$$



Фиг. 1,18

1,19. Определить токи во всех ветвях схемы, показанной на фиг. 1,18, если сопротивление  $r_1$  возрастет в два раза.

Ответ.  $I_1 = 2,5 \text{ а}$ ;  $I_3 = 1,5 \text{ а}$ ;  $I_2 = 1 \text{ а}$ .

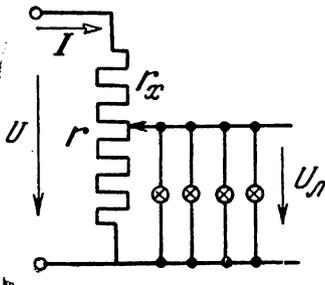
1,20\*. Группа электрических ламп питается от сети постоянного тока через делитель напряжения (фиг. 1,20). Напряжение сети  $U = 240 \text{ в}$ , сопротивление делителя напряжения  $r = 100 \text{ ом}$ .

Определить величину сопротивления  $r_x$ , при котором на лампах установится такое напряжение  $U_n$ , когда  $\frac{U}{U_n} = K = 2$ , при этом общее сопротивление ламп для указанного напряжения  $r_n = 50 \text{ ом}$ .

Решение.

Ток  $I$  в сопротивлении  $r_x$  может быть выражен как  $I = \frac{U - U_n}{r_x}$  или

$$I = \frac{U}{r_x + \frac{(r - r_x)r_n}{r - r_x + r_n}}.$$



Фиг. 1,20

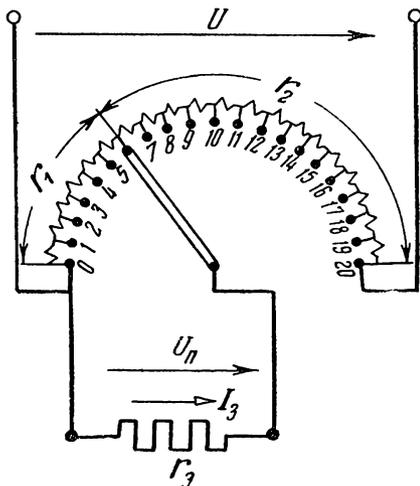
Приравняем правые части этих уравнений и заменим напряжение на лампах через  $\frac{U}{K}$ , в результате, после преобразований, получим  $r_x^2 - (r + Kr_n)r_x + rr_n(K - 1) = 0$ , откуда

$$r_x = \frac{1}{2} \cdot (r + Kr_n) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (r + Kr_n)^2 - rr_n(K - 1)}.$$

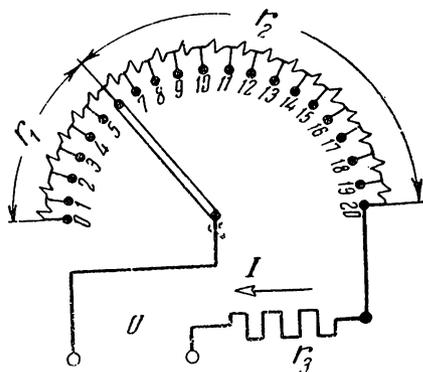
Подставив в это выражение числовые значения величин, получим  $r_x \approx 29,3 \text{ ом}$ .

1,21. В условиях задачи 1,20 определить токи во всех ветвях. Ответ.  $I \approx 4 \text{ а}$ ,  $I_n = 2,4 \text{ а}$ .

1,22\*. а) Ток у потребителя, сопротивление которого  $r_3 = 25 \text{ ом}$ , регулируется посредством делителя напряжения (потенциометра) с общим сопротивлением  $500 \text{ ом}$ , разделенного на 20 равных ступеней (фиг. 1,22а). Делитель напряжения приключен к сети  $U = 220 \text{ в}$ . Требуется установить зависимость величины напряже-



Фиг. 1,22а



Фиг. 1,22б

ния на зажимах потребителя, а также плавность регулирования тока в зависимости от положения подвижного контакта.

б) Найти ту же зависимость, но для случаев, когда сопротивление потребителя  $r_3 = 490 \text{ ом}$ .

Сравнить плавность регулирования для обоих случаев.

в) Включая делитель напряжения того же сопротивления в качестве реостата (фиг. 1,22 б), для регулирования напряжения у потребителя, сопротивление которого в первом случае  $25 \text{ ом}$  и во втором  $490 \text{ ом}$ , установить ту же зависимость, что и в п. «а».

Сравнить плавность регулирования реостатом и делителем напряжения.

Установить область их применения.

Решение к пп. «а» и «б».

Учитывая обозначения, принятые на фиг. 1,22а, можно написать, что

$$I_3 = \frac{r_1}{r_3} I_1, \quad I_1 = \frac{U - r_2 I_2}{r_1} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{U}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}},$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — токи в сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$ .

Выразим ток  $I_1$  через переменные  $r_1$  и  $r_2$ .

$$\text{Ток } I_1 = \frac{U - \frac{U}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}} r_2}{r_1}.$$

Подставив полученное значение тока  $I_1$  в уравнение для  $I_3$ , имеем

$$I_3 = \frac{r_1}{r_3} U \left[ \frac{1 - \frac{r_2}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}}}{r_1 U} \right].$$

После преобразований  $I_3 = \frac{U}{r_2 + r_3 + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_1}}.$

Следовательно, напряжение

$$U_n = I_3 r_3 = \frac{U r_3}{r_2 + r_3 + \frac{r_2}{r_1} r_3} = \frac{U}{1 + \frac{r_2}{r_3} + \frac{r_2}{r_1}}.$$

Сопротивление потребителя	Положение подвижного контакта	$r_1, \text{ом}$	$r_2, \text{ом}$	$1 + \frac{r_2}{r_3} + \frac{r_2}{r_1}$	$U_n, \text{в}$	$U_n, \% = \frac{U_n \cdot 100}{U}$
25 ом	0	0	500	$\infty$	0	0
	1	25	475	39,0	5,65	2,56
	5	125	375	19,0	11,6	5,28
	10	250	250	12,0	18,3	8,32
	15	375	125	6,33	34,7	15,8
	18	450	50	3,11	70,7	32,1
	19	475	25	2,053	109,0	49,6
	20	500	0	1,0	220,0	100,0
490 ом	0	0	500	$\infty$	0	0
	1	25	475	20,97	10,5	4,78
	5	125	375	4,765	46,3	21,0
	10	250	250	2,51	87,7	40,0
	15	375	125	1,589	138,5	63,0
	18	450	50	1,213	181,3	82,5
	19	475	25	1,1036	200,0	90,6
	20	500	0	1,0	220,0	100,0

Задавая значениями сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  делителя напряжения, составляем таблицу (см. стр. 13) значений  $U_n$  для  $r_3 = 25 \text{ ом}$  и  $r_3 = 490 \text{ ом}$ .

Решение к п. «в».

Выразим величину напряжения у потребителя (фиг. 1,22б) через переменную величину сопротивления  $r_2$ , зависящую от положения подвижного контакта реостата.

$$U_3 = Ir_3 = \frac{U}{r_2 + r_3} r_3 = \frac{U}{1 + \frac{r_2}{r_3}}, \quad U_3 \% = \frac{U_3}{U} \cdot 100 = U_n \%.$$

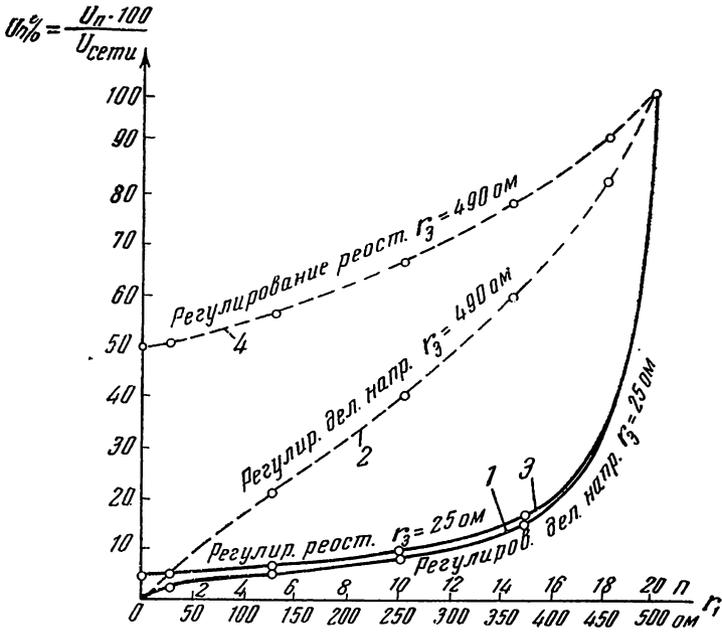
Задавая значениями сопротивления реостата, составим таблицу значений  $U_3$  для  $r_3 = 25 \text{ ом}$  и  $r_3 = 490 \text{ ом}$ .

$r_3$	Положение подвижного контакта	$r_1, \text{ ом}$	$r_2, \text{ ом}$	$1 + \frac{r_2}{r_3}$	$U_3, \text{ в}$	$U_3, \% = \frac{U_3}{U} \cdot 100$
25 ом	0	0	500	21	10,5	4,78
	1	25	475	20	11,0	5,00
	5	125	375	16	13,75	6,25
	10	250	250	11	20,0	9,1
	15	375	125	6	36,7	16,7
	18	450	50	3	73,4	33,4
	19	475	25	2	110,0	50,0
	20	500	0	1	220,0	100,0
490 ом	0	0	500	2,02	109,0	49,6
	1	25	475	1,97	111,6	50,7
	5	125	375	1,765	124,6	56,6
	10	250	250	1,51	145,7	66,3
	15	375	125	1,257	175,0	79,5
	18	450	50	1,102	200,0	91,0
	19	475	25	1,051	210,0	95,5
	20	500	0	1,0	220,0	100,0

По данным таблиц строим на фиг. 1,22в кривые регулирования напряжения на зажимах потребителя.

Сравнивая кривые 1 и 2, можно заключить, что когда сопротивление потребителя мало сравнительно с сопротивлением делителя напряжения, то регулирование напряжения на зажимах потребителя, начиная от 0, происходит весьма плавно на протяжении приблизительно  $\frac{2}{3}$  всего сопротивления делителя. На остальной же части, особенно на последних контактах, оно происходит весьма резкими скачками. Например, до 15 контакта напряжение потребителя меняется не более 5% (или 11 в) на каждый контакт, в то время как на последних контактах (19 и 20) изменение напряжения достигает 50% (110 в).

Если сопротивление потребителя не столь мало по сравнению с сопротивлением делителя, например, не 5%, а 98% или больше, то плавность регулирования на всех контактах будет почти одинаковой.

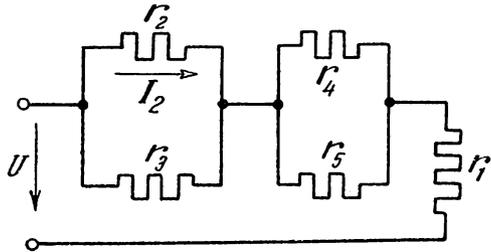


Фиг. 1,22в

Из сравнения кривых 3 и 4 следует, что регулирование напряжения потребителя при помощи реостата возможно в широком диапазоне только при малом (относительно всего реостата) сопротивлении потребителя. В данном случае  $r_3$  составляет 5% от  $r_1 + r_2$ .

Регулирование  $U_n$  происходит от 4,78 до 100%. Этот диапазон значительно сокращается, когда  $r_3$  составляет 98% от  $r_1 + r_2$  (напряжение  $U_n$  изменяется от 50 до 100%).

Однако плавность изменения  $U_n$  в этом случае даже больше, чем при регулировании делителем



Фиг. 1,23

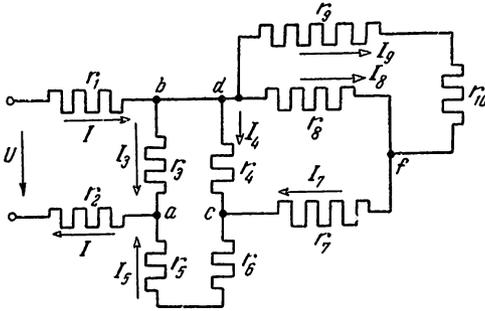
1,23. На фиг. 1,23 показана электрическая цепь с сопротивлениями  $r_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = r_5 = 30 \text{ Ом}$  и  $r_3 = r_4 = 20 \text{ Ом}$ .

Ток в ветви с сопротивлением  $r_2$  равен  $I_2 = 1,6 \text{ а}$ .

Определить токи в остальных [ветвях этой цепи и напряже-  
ние  $U$ .

Ответ.  $U = 120$  в;  $I_5 = 1,6$  а;  $I_3 = I_4 = 2,4$  а;  $I_1 = 4$  а.

1,24. Найти распределение токов в схеме фиг. 1,24, если со-  
противления равны:  $r_1 = r_2 = 0,5$  ом,  $r_3 = 8$  ом,  $r_4 = 12$  ом,  $r_5 =$   
 $= r_6 = 1$  ом,  $r_7 = 2$  ом,  
 $r_8 = 15$  ом,  $r_9 = 10$  ом,  
 $r_{10} = 20$  ом, а подведенное  
напряжение  $U = 230$  в.



Фиг. 1,24

$$r_{ab} = 4 \text{ ом}$$

и общее сопротивление схемы

$$r = r_{ab} + r_1 + r_2 = 5 \text{ ом.}$$

Ток в неразветвленной части цепи, т. е. на участках  $r_1$  и  $r_2$

$$I = \frac{230}{5} = 46 \text{ а.}$$

Напряжение  $U_{ba} = U - I(r_1 + r_2) = 184$  в.

Ток в сопротивлении  $r_3$

$$I_3 = \frac{U_{ba}}{r_3} = \frac{184}{8} = 23 \text{ а.}$$

Ток на участках с сопротивлениями  $r_5$  и  $r_6$  находим, применяя  
первый закон Кирхгофа к узлу  $a$

$$I_5 = I - I_3 = 23 \text{ а.}$$

Тогда напряжение на участке  $dc$

$$U_{dc} = U_{ba} - I_5(r_5 + r_6) = 138 \text{ в.}$$

Ток в сопротивлении  $r_4$

$$I_4 = \frac{U_{dc}}{r_4} = 11,5 \text{ а.}$$

Ток в сопротивлении  $r_7$  равен  $I_7 = I_5 - I_4 = 11,5$  а.

Решение.

Определим общее со-  
противление всей схемы,  
заменяя отдельные участки  
ее эквивалентными сопро-  
тивлениями:

$$r_{jd} = \frac{30 \cdot 15}{45} = 10 \text{ ом;}$$

$$r_{ja} + r_7 = 10 + 2 = 12 \text{ ом;}$$

$$r_{dc} = \frac{12 \cdot 12}{24} = 6 \text{ ом;}$$

Напряжение на участке  $fd$

$$U_{fd} = U_{dc} - I_7 r_7 = 115 \text{ в.}$$

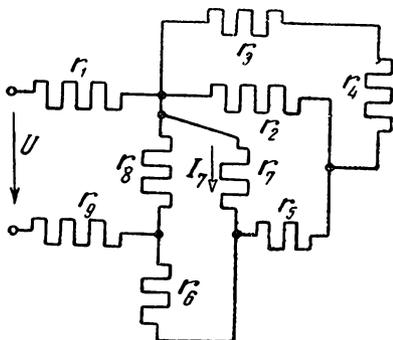
Ток

$$I_8 = \frac{U_{fd}}{r_d} \approx 7,7 \text{ а и } I_9 = I_7 - I_8 = 3,8 \text{ а}$$

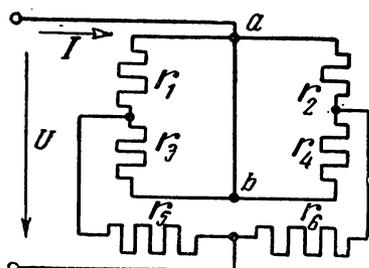
или

$$I_9 = \frac{U_{fd}}{r_9 + r_{10}} = 3,8 \text{ а.}$$

1,25. Определить напряжение сети и токи во всех ветвях схемы, показанной на фиг. 1,25, если  $I_7 = 5 \text{ а}$  и сопротивления приемников электрической энергии



Фиг. 1,25



Фиг. 1,26

$$r_1 = 1 \text{ ом, } r_2 = 6 \text{ ом, } r_3 = 3 \text{ ом, } r_4 = 3 \text{ ом, } r_5 = 1 \text{ ом,}$$

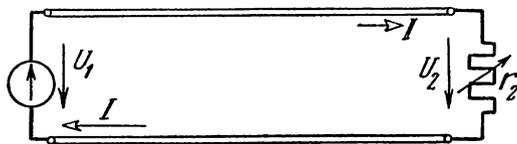
$$r_6 = 6 \text{ ом, } r_7 = 4 \text{ ом, } r_8 = 8 \text{ ом и } r_9 = 1 \text{ ом.}$$

Ответ.  $I_1 = I_9 = 20 \text{ а, } I_2 = I_3 = I_4 = 2,5 \text{ а, } I_5 = 5 \text{ а,}$   
 $I_6 = I_8 = 10 \text{ а и } U = 120 \text{ в.}$

1,26. Определить напряжение сети и токи в ветвях, если ток в сопротивлении  $r_5$  (фиг. 1,26)  $I_5$  равен  $4 \text{ а}$ , а сопротивления схемы  $r_1 = 8 \text{ ом, } r_2 = 4 \text{ ом, } r_3 = 8 \text{ ом, } r_4 = 4 \text{ ом, } r_5 = 2 \text{ ом, } r_6 = 2 \text{ ом.}$

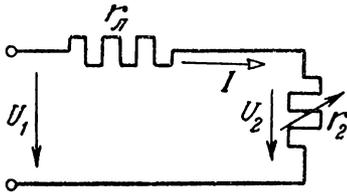
Ответ.  $U = 24 \text{ в, } I = 10 \text{ а, } I_1 = I_3 = 2 \text{ а, } I_2 = I_4 = 3 \text{ а, } I_6 = 6 \text{ а,}$   
 $I_{ab} = 5 \text{ а.}$

1,27. На фиг. 1,27а схематически показана двухпроводная линия передачи электрической энергии от источника к приемнику с изменяющимся сопротивлением  $r_2$ .



Фиг. 1,27а

При изменении сопротивления приемника в пределах от нуля до бесконечности напряжение в начале линии поддерживается постоянным по величине и равным  $U_1 = 200$  в, сопротивление прямого и обратного проводов линии равно  $r_n = 1$  ом.



Фиг. 1,27б

линии принимаем равной току в конце линии. Поэтому сопротивление проводов линии считаем соединенным последовательно с сопротивлениями нагрузки  $r_2$  (фиг. 1,27б). На основании закона Ома

$$U_2 = U_1 - r_n I.$$

Мощность в начале линии

$$P_1 = U_1 I,$$

а мощность приемника

$$P_2 = U_2 I = U_1 I - r_n I^2.$$

При изменении сопротивления приемника от нуля до бесконечности величина тока изменяется в соответствии с выражением

$$I = \frac{U_1}{r_n + r_2} \text{ от } I_k = \frac{U_1}{r_n} \text{ до } I = 0.$$

По полученным формулам на фиг. 1,27в построены кривые изменения напряжения  $U_2$  и мощностей  $P_1$  и  $P_2$  в зависимости от тока.

1,28. В условиях задачи 1,27 определить величину сопротивления  $r_2$ , при котором мощность  $P_2$  имеет максимальное значение.

Ответ.  $r_2 = r_n = 1$  ом.

1,29. На фиг. 1,29 показана схема разветвленной электрической цепи с двумя э. д. с.  $E_1$  и  $E_2$  и шестью приемниками энергии. Пользуясь законами Кирхгофа, составить необходимое и достаточное число уравнений для определения шести неизвестных токов во всех ветвях этой цепи.

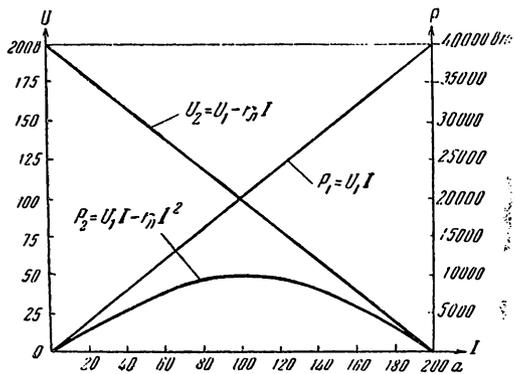
Решение.

Задася произвольными положительными направлениями токов во всех ветвях. Так как в рассматриваемой схеме имеются четыре

Построить кривые изменения напряжения  $U_2$ , мощности  $P_1$  в начале линии и мощности потребителя  $P_2$  в зависимости от тока  $I$ , пренебрегая при этом током утечки между проводами линии.

Решение.

Так как утечкой тока пренебрегаем, то величину тока в начале



Фиг. 1,27в

узла, то на основании первого закона Кирхгофа можно составить три независимых уравнения следующего вида:

$$\text{для узла } a: \quad I_1 + I_2 - I_6 = 0; \quad (1)$$

$$\text{» » } b: \quad I_4 + I_5 - I_1 = 0; \quad (2)$$

$$\text{» » } c: \quad I_3 - I_2 - I_5 = 0. \quad (3)$$

Уравнение для четвертой узловой точки  $d$  получается из написанных уравнений путем простого их суммирования и поэтому является следствием этих уравнений. Недостающие три уравнения составляются на основании второго закона Кирхгофа. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо обращать особое внимание на то, чтобы получаемые уравнения были взаимно независимы.

Для этого следует выбрать контуры таким образом, чтобы каждый из них содержал минимальное число ветвей. Кроме того, необходимо, чтобы в каждый новый контур, начиная со второго, входило возможно минимальное число новых ветвей, но не меньше одной, еще не участвовавшей ни в одном из ранее рассматривавшихся контуров.

Этим условиям полностью удовлетворяют контуры (фиг. 1,29)

$$a-b-d-a, \quad a-c-d-a \text{ и } b-c-d-b.$$

Выберем направление обхода контуров по часовой стрелке и применим второй закон Кирхгофа к этим контурам:

$$E_1 = r_1 I_1 + r_4 I_4 + r_6 I_6; \quad (4)$$

$$-E_2 = -r_2 I_2 - r_6 I_6 - r_3 I_3 \text{ или } E_2 = r_2 I_2 + r_6 I_6 + r_3 I_3; \quad (5)$$

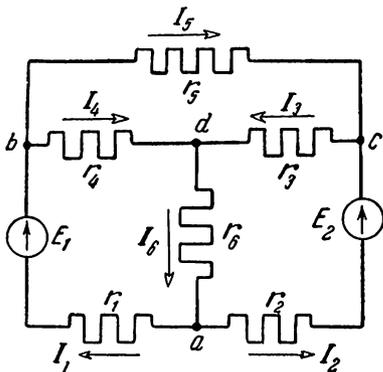
$$0 = r_5 I_5 + r_3 I_3 - r_4 I_4. \quad (6)$$

Здесь необходимо отметить, что направление обхода для каждого контура может выбираться независимо от направления обхода остальных контуров.

1,30. Определить величину э. д. с.  $E_2$ , при которой ток в сопротивлении  $r_6$  (фиг. 1,30) равен нулю. Внутреннее сопротивление источников  $r_1 = 1 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 2 \text{ ом}$ , э. д. с.  $E_1 = 12 \text{ в}$ .

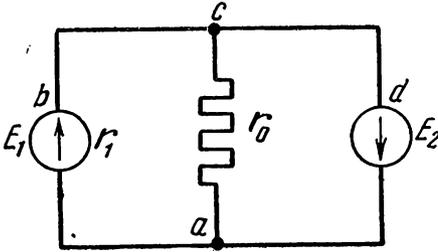
Построить график изменения потенциала вдоль контура  $a-b-c-d-a$ .

Ответ.  $E_2 = 24 \text{ в}$ .

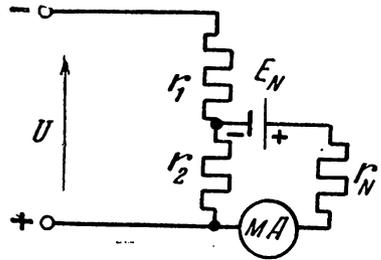


Фиг. 1,29

1,31. Для сравнения неизвестного напряжения  $U$  с э. д. с. нормального элемента  $E_N = 1,0183$  в применяется схема, показанная на фиг. 1,31.

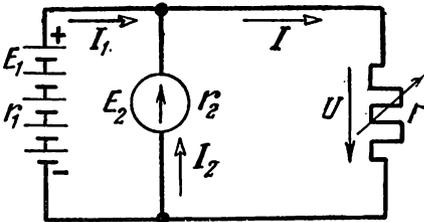


Фиг. 1,30

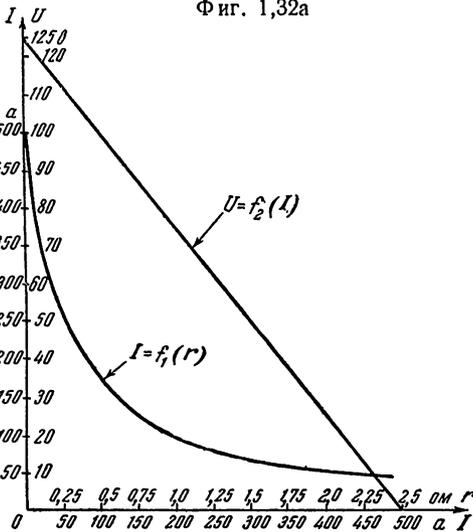


Фиг. 1,31

Найти соотношение между  $U$  и  $E_N$ , если известно, что  $r_1 + r_2 = 1000$  ом, сопротивление  $r_N$  (включая внутреннее сопротивление



Фиг. 1,32а



Фиг. 1,32б

элеента и миллиамперметра) равно 500 ом и ток в ветви нормального элемента отсутствует при сопротивлении  $r_2 = 20$  ом.

Ответ.  $U = 50 E_N$ .

1,32\*. Аккумуляторная батарея и генератор постоянного тока, соединенные параллельно, питают потребителя (фиг. 1,32а), сопротивление которого непрерывно изменяется от  $r = 0$  до  $r = \infty$ . Построить кривую изменения тока  $I$  в зависимости от величины сопротивления  $r$  и кривую изменения напряжения  $U$  от тока  $I$  при

$E_1 = 120$  в,  $E_2 = 130$  в и  $r_1 = r_2 = 0,5$  ом.

Решение.

На основании законов Кирхгофа имеем

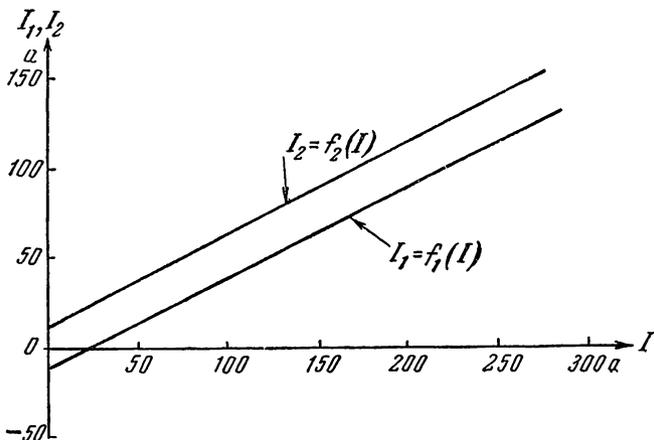
$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I, \\ E_1 &= r_1 I_1 + r I \\ \text{и } E_2 &= r_2 I_2 + r I. \end{aligned}$$

В результате совместного решения этих уравнений, после подстановки числовых значений величин, получим

$$I = \frac{125}{0,25 + r} \text{ и } U = 125 - 0,25 I.$$

На фиг. 1,32б построены кривые изменения  $I = f_1(r)$  и  $U = f_2(I)$ , при этом максимальное значение тока  $I$  будет равно току короткого замыкания  $I_k = \frac{125}{0,25} = 500 \text{ а}$ , который имеет место в приемнике при  $r = 0$ .

1,33\*. В условиях предыдущей задачи (1,32) построить кривые изменения токов  $I_1$  и  $I_2$  от тока  $I$  и установить пределы изменения тока  $I$ , при которых аккумуляторная батарея будет заряжаться от генератора.



Фиг. 1,33

Решение.

Из уравнений  $E_1 = r_1 I_1 + U$  и  $E_2 = r_2 I_2 + U$  имеем

$$I_1 = (E_1 - U) g_1 \text{ и } I_2 = (E_2 - U) g_2.$$

Так как  $U = 125 - 0,25 I$ , то, подставив значение  $U$  в уравнения для  $I_1$  и  $I_2$ , получим  $I_1 = -10 + 0,5 I$  и  $I_2 = 10 + 0,5 I$ .

По этим уравнениям построены на фиг. 1,33 графики, характеризующие изменения  $I_1$  и  $I_2$  от тока нагрузки  $I$ .

Из уравнений и из графиков непосредственно следует, что при изменении тока  $I$  от нуля до  $I = 20 \text{ а}$  ток  $I_1$  в аккумуляторной батарее имеет отрицательное значение, т. е. в этом режиме батарея заряжается от генератора. При дальнейшем изменении тока  $I$  оба источника посылают энергию потребителю.

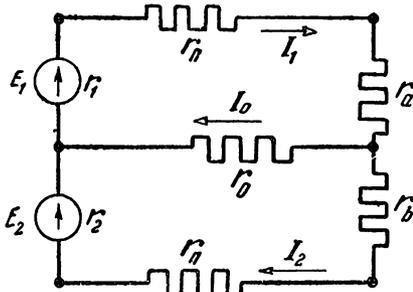
1,34. В условиях задачи 1,32 определить величину э. д. с.  $E_1$  аккумуляторной батареи, если при сопротивлении потребителя

$r = 9,5$  ом ток  $I_1$  равен нулю. Внутренние сопротивления обоих источников и э. д. с.  $E_2$  остаются неизменными.

Ответ.  $E_1 = 123,5$  в.

1,35. На фиг. 1,35 показана электрическая схема, эквивалентная трехпроводной линии передачи электрической энергии.

Э. д. с. источников электрической энергии  $E_1 = E_2 = 220$  в, их внутренние сопротивления  $r_1 = r_2 = 0,1$  ом. Сопротивление каждого крайнего провода линии  $r_n = 0,4$  ом, сопротивление среднего провода  $r_0 = 1$  ом (сечение этого провода обычно берется приблизительно в два раза меньше сечения крайнего провода): Сопротивление нагрузки  $r_b = 9,5$  ом.

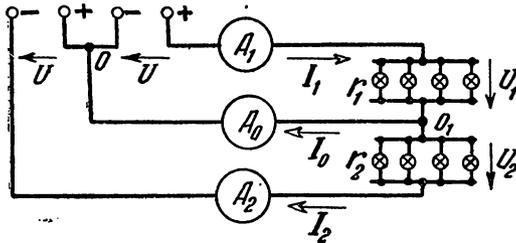


Фиг. 1,35

Определить токи во всех ветвях при  $r_a = 19,5$  ом и построить кривую тока  $I_0$  в зависимости от сопротивления  $r_a$ , изменяющегося от нуля до бесконечности.

Ответ. Для  $r_a = 19,5$  ом  $I_1 \approx 11,5$  а,  $I_2 = 21$  а.

1,36. В схеме, показанной на фиг. 1,36, сопротивление  $r_2 = 50$  ом, напряжение  $U = 200$  в. Сопротивление  $r_1$  изменяется в пределах от  $r_1 = \infty$  до  $r_1 = 5$  ом путем включения электрических ламп.



Фиг. 1,36

Построить кривую изменения тока  $I_0$  от отношения токов

$$K = \frac{I_1}{I_2}.$$

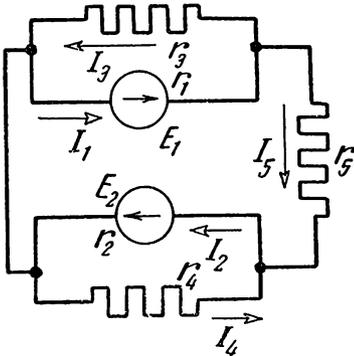
Ответ. График строится по уравнению  $I_0 = 4(K - 1)$ .

1,37. На фиг. 1,37 показана разветвленная электрическая цепь, для которой известны э. д. с.  $E_1 = E_2 = 30$  в,  $r_1 = r_2 = 1$  ом,  $r_3 = 4$  ом,  $r_4 = 2$  ом и ток  $I_5 = 10$  а.

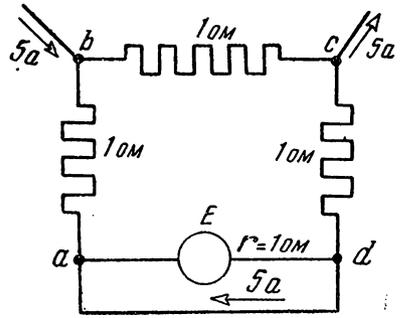
Определить токи во всех ветвях и мощности, развиваемые генераторами и потребляемые приемниками электрической энергии.  
Решение.

На основании законов Кирхгофа имеем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_3 + I_5, & I_2 &= I_4 + I_5; \\ E_1 &= r_1 I_1 + r_3 I_3; \\ E_2 &= r_2 I_2 + r_4 I_4; \\ 0 &= r_3 I_3 + r_4 I_4 - r_5 I_5. \end{aligned}$$



Фиг. 1,37



Фиг. 1,38

В результате совместного решения этих уравнений и подстановки числовых значений получим

$$r_5 \approx 3 \text{ ом}, I_1 = 14 \text{ а}, I_3 = 4 \text{ а}, I_2 \approx 16,67 \text{ а} \text{ и } I_4 \approx 6,67 \text{ а}.$$

Мощности, развиваемые источниками электрической энергии, равны

$$P_{1r} = E_1 I_1 = 30 \cdot 14 = 420 \text{ вт},$$

$$P_{2r} = E_2 I_2 = 30 \frac{50}{3} = 500 \text{ вт}.$$

Мощности приемников находятся из выражений

$$P_5 = I_5^2 r_5 = 100 \cdot 3 = 300 \text{ вт}, P_4 = I_4^2 r_4 = 44,5 \cdot 2 = 89 \text{ вт}$$

и 
$$P_3 = I_3^2 r_3 = 16 \cdot 4 = 64 \text{ вт}.$$

Разность мощностей ( $P_{1r} - P_{2r}$ ) — ( $P_2 + P_3 + P_4$ ) равна, очевидно, сумме мощностей, теряемых в обоих источниках электрической энергии, т. е.

$$420 + 500 - (300 + 89 + 64) \approx 470 \text{ вт} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2.$$

1,38\*. Электрическая цепь, показанная на фиг. 1,38, присоединена в двух узловых точках  $b$  и  $c$  к произвольной электрической цепи. Токи и сопротивления ветвей указаны на схеме.

Определить величину и направление э. д. с.  $E$ , если внутреннее сопротивление  $r=1$  ом, а точки  $d$  и  $a$  соединены проводником с ничтожно малым сопротивлением.

Ответ.  $E \approx 6,67$  в.

1,39. Пользуясь законами Кирхгофа, показать, что для схемы фиг. 1,39 справедливы следующие уравнения:

$$\begin{aligned} E_{ab} + E_{da} &= (r_{ab} + r_{bd} + r_{da}) I_{ab} - r_{bd} I_{bc} - r_{da} I_{ca}; \\ E_{bc} - E_{dc} &= (r_{bc} + r_{dc} + r_{bd}) I_{bc} - r_{bd} I_{ab} - r_{dc} I_{ca}; \\ E_{ca} - E_{da} + E_{dc} &= (r_{ca} + r_{da} + r_{dc}) I_{ca} - r_{da} I_{ab} - r_{dc} I_{bc}. \end{aligned}$$

Решение.

На основании первого закона Кирхгофа для узловых точек  $a$ ,  $b$  и  $c$  имеем, соответственно, следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} I_{ab} - I_{da} - I_{ca} &= 0 \\ I_{bd} + I_{bc} - I_{ab} &= 0 \\ I_{ca} - I_{bc} - I_{dc} &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

На основании второго закона Кирхгофа для контуров  $a-b-d-a$ ;  $b-c-d-b$  и  $c-a-d-c$ , принимая направление обхода контуров по часовой стрелке, имеем, соответственно, уравнения

$$\left. \begin{aligned} E_{ab} + E_{da} &= r_{ab} I_{ab} + r_{bd} I_{bd} + r_{da} I_{da} \\ E_{bc} - E_{dc} &= r_{bc} I_{bc} - r_{dc} I_{dc} - r_{bd} I_{bd} \\ E_{ca} - E_{da} + E_{dc} &= r_{ca} I_{ca} - r_{da} I_{da} + r_{dc} I_{dc} \end{aligned} \right\} (2)$$

Пользуясь уравнениями (1), выразим токи ветвей с сопротивлениями  $r_{da}$ ,  $r_{bd}$ ,  $r_{dc}$ , являющихся смежными (общими) для рассматриваемых контуров, через токи  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$  и  $I_{ca}$ , т. е.

$$I_{da} = I_{ab} - I_{ca}, \quad I_{bd} = I_{ab} - I_{bc} \quad \text{и} \quad I_{dc} = I_{ca} - I_{bc}.$$

Подставим значения этих токов в уравнения (2). В результате получим

$$\begin{aligned} E_{ab} + E_{da} &= r_{ab} I_{ab} + r_{bd} (I_{ab} - I_{bc}) + r_{da} (I_{ab} - I_{ca}); \\ E_{bc} - E_{dc} &= r_{bc} I_{bc} - r_{dc} (I_{ca} - I_{bc}) - r_{bd} (I_{ab} - I_{bc}); \\ E_{ca} - E_{da} + E_{dc} &= r_{ca} I_{ca} - r_{da} (I_{ab} - I_{ca}) + r_{dc} (I_{ca} - I_{bc}). \end{aligned}$$

После соответствующей группировки слагаемых в этих уравнениях получим искомые уравнения.

Необходимо отметить, что полученные уравнения выражают собой известный метод контурных токов. В этих уравнениях токи  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$  и  $I_{ca}$  являются реальными токами соответствующих ветвей и одновременно контурными токами для контуров  $a-b-d-a$ ;  $b-c-d-b$  и  $a-d-c-a$ .

Эти токи можно рассматривать замыкающимися по ветвям указанных контуров, в результате чего падения напряжений целиком выражаются только через контурные токи.

В тех ветвях, по которым замыкается несколько контурных токов, реальные токи ветвей определяются алгебраической суммой соответствующих контурных токов.

1,40. В схеме предыдущей задачи (1,39) даны э. д. с. и сопротивления ветвей:  $E_{ab} = 18 \text{ в}$ ,  $E_{bc} = 5 \text{ в}$ ,  $E_{dc} = 15 \text{ в}$ ,

$$E_{da} = 3 \text{ в}, E_{ca} = 5 \text{ в}, r_{ab} = 1 \text{ ом}, r_{bc} = 2 \text{ ом}, r_{dc} = 1 \text{ ом}, \\ r_{da} = 1 \text{ ом}, r_{ca} = 1 \text{ ом} \text{ и } r_{bd} = 5 \text{ ом}.$$

Пользуясь методом контурных токов, определить токи во всех ветвях, а также мощности, развиваемые источниками и поглощаемые в сопротивлениях приемников.

Ответ.  $I_{ab} = 8 \text{ а}$ ,  $I_{bc} = 5 \text{ а}$ ,  $I_{ca} = 10 \text{ а}$ ,  $I_{ad} = -I_{da} = 2 \text{ а}$ ,  $I_{bd} = 3 \text{ а}$ ,  $I_{dc} = 5 \text{ а}$ ; мощности источников:  $P_{ab} = 144 \text{ вт}$ ,  $P_{bc} = 25 \text{ вт}$ ,  $P_{dc} = 75 \text{ вт}$ ,  $P_{ca} = 5 \text{ вт}$  и  $P_{da} = -6 \text{ вт}$ , т. е. источник с э. д. с.  $E_{da}$  потребляет мощность от других источников.

Для проверки правильности определения мощностей, поглощаемых отдельными приемниками, можно воспользоваться тем, что общая мощность, поглощаемая в приемниках, должна равняться суммарной мощности источников.

1,41. Пользуясь законами Кирхгофа и методом контурных токов, определить токи в ветвях схемы, показанной на фиг. 1,41, если  $E_1 = 24 \text{ в}$ ,  $E_2 = 96 \text{ в}$ ,  $E_3 = 48 \text{ в}$ ,  $r_2 = 16 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 8 \text{ ом}$ ,  $r_4 = 16 \text{ ом}$ ,  $r_5 = 8 \text{ ом}$ . Кроме того, найти значения мощностей, развиваемых источниками и потребляемых приемниками.

Ответ.  $I_1 = 0$ ,  $I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = 3 \text{ а}$ .

Мощность, развиваемая источниками энергии:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 0 + 96 \cdot 3 + 48 \cdot 3 = 432 \text{ вт};$$

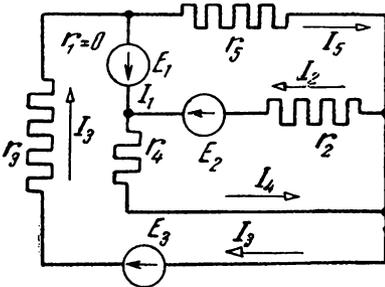
мощность, поглощаемая сопротивлениями:

$$I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_3^2 r_3 + I_4^2 r_4 + I_5^2 r_5 = \\ = 0 + 9 \cdot 16 + 9 \cdot 8 + 9 \cdot 16 + 9 \cdot 8 = 432 \text{ вт}.$$

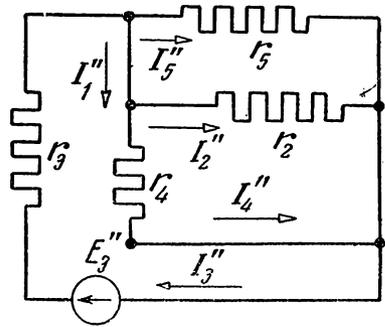
1,42. Найти распределение токов в схеме предыдущей задачи (фиг. 1,41), если э. д. с.  $E_3$  будет увеличена в два раза, т. е. станет равной  $E'_3 = 2 E_3 = 96$  в.

Решение.

В этом случае для определения токов в ветвях целесообразно воспользоваться принципом наложения. При этом достаточно опре-



Фиг. 1,41



Фиг. 1,42

делить токи в ветвях схемы, показанной на фиг. 1,42, а затем токи ветвей этой схемы, где  $E_3'' = E'_3 - E_3 = 48$  в, наложить на токи соответствующих ветвей схемы фиг. 1,41.

Из схемы фиг. 1,42 имеем

$$I_3'' = \frac{E_3''}{r_{\text{экр}}},$$

где

$$r_{\text{экр}} = r_3 + \frac{1}{\frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_6}} = 8 + 4 = 12 \text{ ом};$$

следовательно,

$$I_3'' = \frac{48}{12} = 4 \text{ а.}$$

Токи в ветвях с сопротивлениями  $r_5$ ,  $r_2$  и  $r_4$  будут равны

$$I_5'' = 2 \text{ а}, I_4'' = I_2'' = 1 \text{ а} \text{ и } I_1'' = 2 \text{ а.}$$

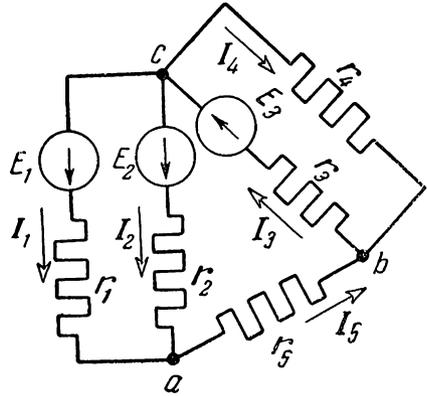
Реальные токи в ветвях заданной схемы определяются по формулам

$$\begin{aligned} I_1 &= 0 + I_1'' = 2 \text{ а}; & I_2 &= I_2 - I_2'' = 3 - 1 = 2 \text{ а}; \\ I_3 &= I_3 + I_3'' = 3 + 4 = 7 \text{ а}; & I_4 &= I_4 + I_4'' = 3 + 1 = 4 \text{ а}; \\ I_5 &= I_5 + I_5'' = 3 + 2 = 5 \text{ а.} \end{aligned}$$

1,43. Пользуясь принципом наложения, определить токи в ветвях схемы задачи 1,41, если э. д. с.  $E_3=0$ . Величины сопротивлений всех ветвей и значения э. д. с.  $E_1$  и  $E_2$  считать известными из задачи 1,41.

Ответ.  $I_1''' = -2a$ ,  $I_2''' = 4a$ ,  $I_3''' = -1a$ ,  $I_4''' = 2a$ ,  $I_5''' = 1a$ .

1,44\*. Пользуясь первым законом Кирхгофа и законом Ома в виде  $I_{12} = (E_{12} + \varphi_1 - \varphi_2) g_{12}$ , найти выражения для потенциалов точек  $a$  и  $b$  в схеме фиг. 1,44, приняв потенциал узловой точки  $c$  равным нулю.



Фиг. 1,44

Решение.

На основании первого закона Кирхгофа имеем для узлов  $a$  и  $b$  следующие уравнения:  $I_5 - I_1 - I_2 = 0$  и  $-I_4 - I_5 + I_3 = 0$ .

Так как потенциал  $\varphi_c$  точки  $c$  равен нулю, то на основании закона Ома напишем выражения для токов ветвей в следующем виде:

$$I_1 = (E_1 - \varphi_a) g_1, \quad I_2 = (E_2 - \varphi_a) g_2,$$

$$I_5 = (\varphi_a - \varphi_b) g_5, \quad I_3 = (\varphi_b + E_3) g_3 \quad \text{и} \quad I_4 = -\varphi_b g_4.$$

Подставив значения этих токов в уравнения Кирхгофа, получим

$$-(E_1 - \varphi_a) g_1 - (E_2 - \varphi_a) g_2 + (\varphi_a - \varphi_b) g_5 = 0$$

и

$$\varphi_b g_4 - (\varphi_a - \varphi_b) g_5 + (\varphi_b + E_3) g_3 = 0,$$

откуда после элементарных преобразований имеем

$$\varphi_a (g_1 + g_2 + g_5) - \varphi_b g_5 = E_1 g_1 + E_2 g_2$$

и

$$-\varphi_a g_5 + \varphi_b (g_4 + g_5 + g_3) = -E_3 g_3$$

или

$$\varphi_a g_{aa} - \varphi_b g_{ab} = E_1 g_1 + E_2 g_2,$$

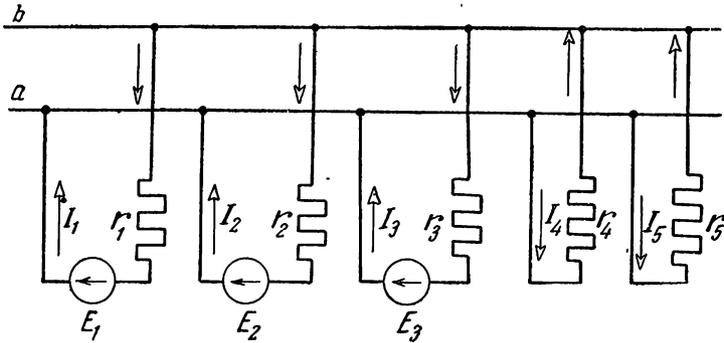
$$-\varphi_a g_{ba} + \varphi_b g_{bb} = -E_3 g_3,$$

где

$g_{aa} = g_1 + g_2 + g_5$  и  $g_{bb} = g_4 + g_5 + g_3$  есть суммарные проводимости ветвей, присоединенных к соответствующим узловым точкам,

а  $g_{ab} = g_{ba} = g_s$  — проводимость ветви, связывающей узловые точки  $a$  и  $b$ . В правую часть этих уравнений входят алгебраические суммы произведений э. д. с. на собственные проводимости ветвей, причем соответствующее слагаемое берется с положительным знаком в том случае, когда э. д. с. действует в направлении к рассматриваемой узловой точке, и с отрицательным, когда э. д. с. действует от узловой точки.

В результате совместного решения полученных уравнений можно определить потенциалы узловых точек  $a$  и  $b$ , а затем токи в вет-



Фиг. 1,46

вях. Указанный способ расчета цепей носит название метода узловых потенциалов.

1,45\*. Пользуясь методом узловых потенциалов, определить токи во всех ветвях схемы предыдущей задачи (1,44), если

$$E_1 = 48 \text{ в}, E_2 = 24 \text{ в}, E_3 = 48 \text{ в},$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 8 \text{ ом}.$$

Ответ.  $\varphi_a = 21 \text{ в}, \varphi_b = -9 \text{ в},$

$$I_1 = 3,38 \text{ а}, I_2 \approx 0,37 \text{ а}, I_5 = 3,75 \text{ а},$$

$$I_4 = 1,12 \text{ а}, I_3 \approx 4,87 \text{ а}.$$

1,46\*. Одноименные зажимы трех источников электрической энергии присоединены к общим шинам  $a$  и  $b$  (фиг. 1,46). Э. д. с. источников  $E_1 = 120 \text{ в}, E_2 = 116 \text{ в}$  и  $E_3 = 120 \text{ в}$ , а внутренние сопротивления  $r_1 = 0,8 \text{ ом}, r_2 = 0,4 \text{ ом}$  и  $r_3 = 0,8 \text{ ом}$ .

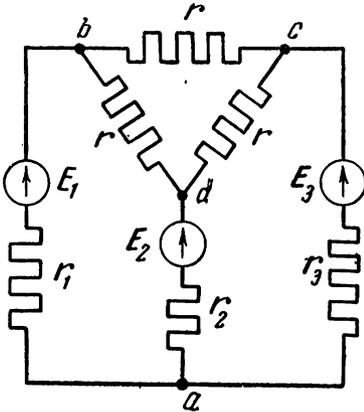
К шинам  $a$  и  $b$  присоединены два приемника электрической энергии, сопротивления которых  $r_4 = 8 \text{ ом}$  и  $r_5 = 4 \text{ ом}$ .

Определить токи во всех ветвях рассматриваемой цепи и мощности, развиваемые генераторами.

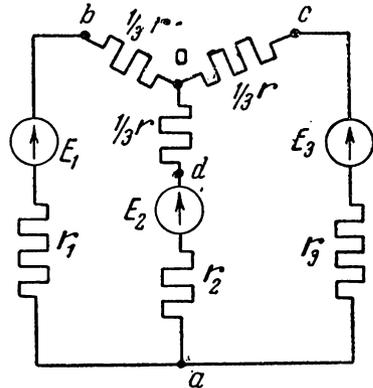
Указание.

Для решения задачи следует воспользоваться методом узловых потенциалов, при помощи которого можно сразу определить разность потенциалов на шинах  $a$  и  $b$ , а затем токи во всех ветвях.

Ответ.  $I_1 = I_3 = 12,8 \text{ а}$ ,  $I_2 = 15,6 \text{ а}$ ,  $I_4 = 13,7 \text{ а}$ ,  
 $I_5 = 27,4 \text{ а}$ ,  $P_1 = P_3 = 1535 \text{ вт}$ ,  $P_2 = 1810 \text{ вт}$ .



Фиг. 1,47а



Фиг. 1,47б

1,47. На фиг. 1,47а показана разветвленная цепь с тремя источниками электрической энергии и шестью ветвями. Э. д. с. источников

$$E_1 = 120 \text{ в}, E_2 = 60 \text{ в} \text{ и } E_3 = 140 \text{ в},$$

а внутренние сопротивления

$$r_1 = 1 \text{ ом}, r_2 = 0,5 \text{ ом} \text{ и } r_3 = 0,4 \text{ ом}.$$

Сопротивления приемников одинаковы и равны  $r = 3 \text{ ом}$ .

Определить токи во всех ветвях.

Указание.

Для решения задачи целесообразно предварительно преобразовать треугольник сопротивлений  $b-c-d$  в эквивалентную звезду (фиг. 1,47б). Затем следует определить напряжение между точками  $о-a$ . Зная разность потенциалов между этими точками, можно найти токи  $I_{ab}$ ,  $I_{ac}$  и  $I_{da}$ . После этого нетрудно определить разности потенциалов  $U_{cd}$ ,  $U_{bd}$  и  $U_{cb}$  (фиг. 1,47б), пользуясь выражениями

$$U_{cd} = \frac{r}{3} I_{ac} + \frac{r}{3} I_{da},$$

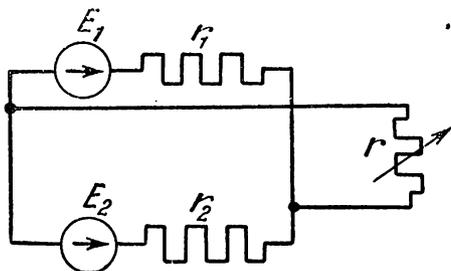
$$U_{bd} = \frac{r}{3} I_{ab} + \frac{r}{3} I_{da},$$

$$U_{cb} = \frac{r}{3} I_{ac} - \frac{r}{3} I_{ab},$$

а затем найти токи в ветвях заданного треугольника.

Отвѣт.  $I_{ab} = 6,8 \text{ а}, I_{da} = 30,9 \text{ а}, I_{ac} = 24,1 \text{ а},$   
 $I_{bd} = 12,6 \text{ а}, I_{cd} = 18,3 \text{ а}, I_{cb} = 5,8 \text{ а}.$

1,48. На зажимы двух параллельно соединенных генераторов (фиг. 1,48) включено изменяющееся сопротивление приемника.



Фиг. 1,48

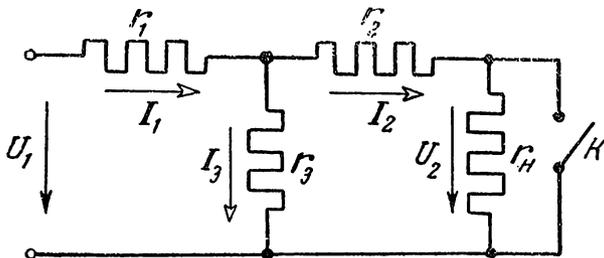
Э. д. с. генераторов  $E_1 = 120 \text{ в}, E_2 = 110 \text{ в}$  и внутренние сопротивления их  $r_1 = r_2 = 1 \text{ ом}.$

Определить величину сопротивления  $r$ , при котором мощность, поглощаемая в этом сопротивлении, имеет максимальное значение.

Найти величину мощности приемника и источников электрической энергии при найденном сопротивлении нагрузки.

Указание.

Для определения сопротивления приемника, при котором мощность, поглощаемая в нем, имеет максимальное значение, необходимо выразить величину этой мощности через э. д. с. источников, внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  и сопротивление нагрузки  $r$ .



Фиг. 1,49

Затем надо взять производную от  $P$  по  $r$  и приравнять ее нулю. В результате решения этого уравнения условие максимума определится соотношением  $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$

Отвѣт.  $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 0,5 \text{ ом}, I_1 = 62,5 \text{ а}, I_2 = 52,5 \text{ а}, I = 115 \text{ а}.$

Мощность приемника  $P = 6612,5 \text{ вт}.$

Мощность генераторов  $P_r = 13275 \text{ вт}.$

1,49. Для схемы, показанной на фиг. 1,49, выразить напряжение  $U_1$  и ток  $I_1$  через напряжение  $U_2$ , ток  $I_2$  и сопротивления этой схемы.

Решение.

На основании первого и второго законов Кирхгофа имеем

$$I_1 = I_3 + I_2, \quad U_1 = r_1 I_1 + r_2 I_2 + U_2$$

и

$$r_3 I_3 = r_2 I_2 + U_2.$$

В результате совместного решения этих уравнений получим

$$U_1 = \left(1 + \frac{r_1}{r_3}\right) U_2 + \left(r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}\right) I_2 = a U_2 + b I_2,$$

$$I_1 = \frac{1}{r_3} U_2 + \left(1 + \frac{r_2}{r_3}\right) I_2 = c U_2 + d I_2,$$

где

$$a = 1 + \frac{r_1}{r_3}; \quad b = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3};$$

$$c = \frac{1}{r_3} \quad \text{и} \quad d = 1 + \frac{r_2}{r_3}.$$

Интересно отметить, что  $ad - bc = 1$ ; это соотношение можно проверить непосредственной подстановкой значений коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ .

1,50. В условиях предыдущей задачи (1,49) определить коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , величину тока  $I_1$  и тока  $I_2$ , если рубильник  $K$  будет замкнут.

$$U_1 = 140 \text{ в}, \quad r_1 = 100 \text{ ом}, \quad r_2 = 200 \text{ ом} \quad \text{и} \quad r_3 = 50 \text{ ом}.$$

Решение.

Определим значение коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ :

$$a = 1 + 2 = 3, \quad b = 100 + 200 + \frac{100 \cdot 200}{50} = 700,$$

$$c = \frac{1}{50} = 0,02 \quad \text{и} \quad d = 1 + 4 = 5.$$

Так как  $U_2 = 0$ , то из уравнения  $U_1 = b I_2$  имеем

$$I_2 = \frac{U_1}{b} = \frac{140}{700} = 0,2 \text{ а}, \quad \text{а} \quad I_1 = d I_2 = 5 \cdot 0,2 = 1 \text{ а}.$$

1,51. В условиях задачи (1,49) определить напряжение  $U_2$ , ток  $I_2$  и ток  $I_1$ , если сопротивление  $r_{II} = 700 \text{ ом}$ , а  $U_1 = 140 \text{ в}$ .

Решение.

В этом случае связь между напряжением  $U_1$  и током  $I_1$ , напряжением  $U_2$  и током  $I_2$  устанавливается уравнениями

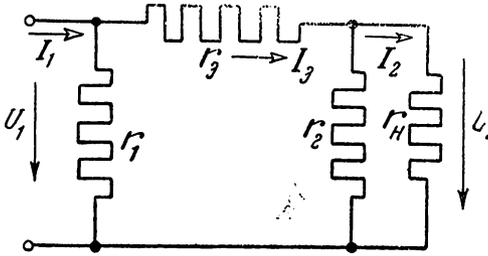
$$U_1 = a U_2 + b I_2 \quad \text{и} \quad I_1 = c U_2 + d I_2.$$

Так как  $U_2 = I_2 r_{II}$ , то  $U_1 = (a r_{II} + b) I_2$ .

$$I_2 = \frac{U_1}{a r_{II} + b} = \frac{140}{3 \cdot 700 + 700} = \frac{140}{2800} = 0,05 \text{ а}, \quad \text{а} \quad U_2 = 0,05 \cdot 700 = 35 \text{ в}.$$

Ток  $I_1 = 0,02 \cdot 35 + 5 \cdot 0,05 = 0,95 \text{ а}$ .

1,52. Для схемы, показанной на фиг. 1,52, выразить напряжение  $U_1$  и ток  $I_1$  через напряжение  $U_2$ , ток  $I_2$  и сопротивления цепи  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ .



Фиг. 1,52

Ответ.  $U_1 = aU_2 + bI_2$ ,  
 $I_1 = cU_2 + dI_2$ ,

где

$$a = 1 + \frac{r_3}{r_2}; \quad b = r_3;$$

$$c = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{r_3}{r_1 r_2}$$

и

$$d = 1 + \frac{r_3}{r_1}; \quad \text{при этом}$$

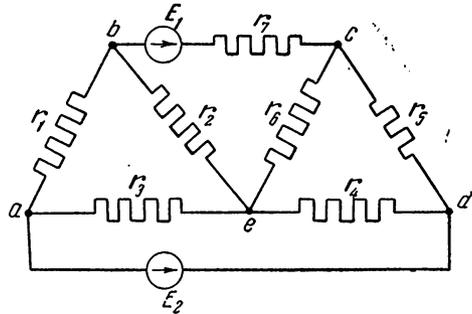
$$ad - bc = 1.$$

1,53. В условиях [предыдущей задачи (1,52) определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и напряжение  $U_2$ , если  $U_1 = 280 \text{ в}$ ,  $r_1 = 10 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 20 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 80 \text{ ом}$  и  $r_4 = 40 \text{ ом}$ .

Ответ.  $I_1 = 31 \text{ а}$ ,  $I_2 = 1 \text{ а}$ ,  $U_2 = 40 \text{ в}$ .

1,54. В условиях задачи 1,53 определить токи  $I_1$  и  $I_2$  при коротком замыкании на зажимах сопротивления нагрузки.

Ответ.  $I_1 = 31,5 \text{ а}$ ,  
 $I_2 = 3,5 \text{ а}$ .



Фиг. 1,55

1,55. На схеме, показанной на фиг. 1,55

$$\begin{array}{lll} E_1 = 168 \text{ в}; & r_5 = 45 \text{ ом}; & r_2 = 45 \text{ ом}; \\ r_1 = 75 \text{ ом}; & r_7 = 27 \text{ ом}; & r_4 = 30 \text{ ом}; \\ r_3 = 30 \text{ ом}; & E_2 = 210 \text{ в}; & r_6 = 75 \text{ ом}. \end{array}$$

1. Определить токи во всех сопротивлениях, пользуясь методом преобразования и принципом наложения.

2. Проверить найденные значения токов, применив законы Кирхгофа.

3. Определить мощности, развиваемые источниками  $E_1$  и  $E_2$ .

4. Составить баланс мощностей, развиваемых источниками и поглощаемых в сопротивлениях.

5. Построить потенциальную диаграмму для контура  $a-b-c-d-e-a$  при заземленной точке  $a$ .

Ответ.

$I_1 = 0,575 \text{ а};$	$I_2 = 1,325 \text{ а};$	$I_7 = 0,75 \text{ а};$
$I_3 = 3,425 \text{ а};$	$I_4 = 3,575 \text{ а};$	
$I_5 = 0,425 \text{ а};$	$I_6 = 1,175 \text{ а};$	
$P_1 = 126 \text{ вт};$	$P_2 = 840 \text{ вт};$	$P_1 + P_2 = 966 \text{ вт}.$

---

## 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

2,1. К электродам плоского конденсатора, имеющим размеры  $100 \times 120$  см, подведено напряжение 6 кв.

Определить количество электричества на каждом из электродов, если расстояние между электродами равно 0,45 см, а диэлектрик между ними — стекло ( $\epsilon = 5$ ).

Найти напряженность электрического поля в диэлектрике и энергию электрического поля в данном конденсаторе.

Как изменятся полученные результаты, если удалить из конденсатора стекло?

О т в е т.  $Q = 7,08 \cdot 10^{-5}$  к;  $E = 13,3$  кв/см;  $W = 21,24 \cdot 10^{-2}$  дж.

После удаления стекла количество электричества и энергия уменьшатся в 5 раз, а напряженность электрического поля останется неизменной.

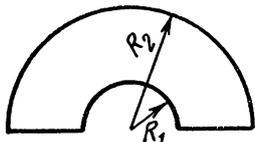
2,2. Емкость плоского конденсатора 2 мкф. Электрическая прочность его диэлектрика 120 кв/см.

Определить рабочее напряжение конденсатора и энергию электрического поля при рабочем режиме, если толщина диэлектрика равна 0,2 см, а запас прочности изоляции четырехкратный.

Во сколько раз энергия электрического поля в момент пробоя больше, чем при нормальном рабочем режиме?

О т в е т.  $U_{\text{раб}} = 6$  кв;  $W_{\text{раб}} = 36$  дж;  $\frac{W_{\text{пр}}}{W_{\text{раб}}} = 16$ .

2,3. Определить максимальную емкость многокамерного полудискового конденсатора переменной емкости (фиг. 2,3) и его емкость при повороте ручки на угол  $\alpha$  из нулевого положения.



Фиг. 2,3

Число промежутков между электродами равно  $n$ , радиусы дуг, ограничивающих электроды, равны  $R_1$  и  $R_2$  (в сантиметрах), расстояние между соседними электродами  $d$  (в сантиметрах), а относительная диэлектрическая проницаемость среды, разделяющей электроды, равна  $\epsilon$ .

Число промежутков между электродами равно  $n$ , радиусы дуг, ограничивающих электроды, равны  $R_1$  и  $R_2$  (в сантиметрах), расстояние между соседними электродами  $d$  (в сантиметрах), а относительная диэлектрическая проницаемость среды, разделяющей электроды, равна  $\epsilon$ .

Указание.

Расчет ведется приближенно по формуле емкости плоского конденсатора, считая, что емкость увеличивается прямо пропорционально углу  $\alpha$ , если он возрастает от 0 до  $180^\circ$ .

Напоминаем, что  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}} = 8,86 \cdot 10^{-14} \text{ ф/см}$ .

Ответ.

$$C_\alpha = \frac{\epsilon \cdot n (R_2^2 - R_1^2) \alpha}{1296d} 10^{-6} \text{ мкф} \text{ или } C_\alpha \approx 0,77 \frac{\epsilon \cdot n (R_2^2 - R_1^2) \alpha}{d} 10^{-9} \text{ мкф},$$

$C_{\text{макс}}$  будет при  $\alpha = 180^\circ$ .

2,4. Пять одинаковых конденсаторов включены последовательно. Они работают с запасом прочности изоляции равным 3. Случайно один конденсатор был закорочен проводником. Как изменился при этом запас прочности остальных конденсаторов?

Ответ. Запас прочности стал равен 2,4, т. е. уменьшился на  $20\%$ .

2,5. Плоский воздушный конденсатор с расстоянием между электродами 0,5 см включен на напряжение 2 кв. После зарядки конденсатора его отключили от сети и увеличили вдвое расстояние между электродами.

Определить энергию и напряженность электрического поля конденсатора до и после изменения расстояния между электродами, если размеры электродов  $40 \times 60$  см. Предполагается, что утечки зарядов нет.

Решение.

Определим емкость конденсатора до изменения расстояния между его электродами:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1} = \frac{8,86 \cdot 10^{-14} \cdot 24 \cdot 10^2}{0,5} \approx 425 \text{ пкф}^*.$$

Энергия электрического поля конденсатора при этом равна

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{425 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^6}{2} = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ дж}$$

и напряженность электрического поля

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ кв/см}.$$

При изменении расстояния между электродами изменяется емкость конденсатора; она, очевидно, уменьшится вдвое.

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2} = \frac{8,86 \cdot 10^{-14} \cdot 24 \cdot 10^2}{1} = \frac{425}{2} \text{ пкф}.$$

\* 1 мккф =  $1 \cdot 10^{-12}$  ф = 1 пкф (пикофарада).

Заряд конденсатора  $Q$  остается неизменным, следовательно, изменение емкости повлечет за собой изменение напряжения на электродах конденсатора, так как

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2.$$

Напряжение после изменения расстояния между электродами будет равно

$$U_2 = U_1 \frac{C_1}{C_2} = 4 \text{ кВ},$$

а энергия электрического поля конденсатора

$$W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Увеличение энергии электрического поля произошло за счет работы, затраченной на раздвигание электродов.

Напряженность электрического поля не изменилась, так как  $Q$  осталось неизменным:

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{4}{1} = 4 \text{ кВ/см}.$$

Интересно отметить также, что энергия электрического поля в единице объема остается неизменной:

$$\frac{\varepsilon E_1^2}{2} : \frac{\varepsilon E_2^2}{2} = 1,$$

так как хотя объем поля увеличился вдвое, то и энергия конденсатора ( $W_2$ ) также возросла в два раза.

2,6. Плоский воздушный конденсатор с расстоянием между электродами 1 см включен на напряжение 6 кВ. После зарядки расстояние между электродами увеличили до 2 см, не отключая конденсатор от сети.

Определить энергию и напряженность электрического поля конденсатора до и после изменения расстояния между электродами, если размеры электродов  $60 \times 80$  см.

Решение.

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S_1}{d_1} = \frac{8,86 \cdot 10^{-14} \cdot 48 \cdot 10^2}{1} \approx 425 \text{ пкФ};$$

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{425 \cdot 10^{-12} \cdot 36 \cdot 10^6}{2} = 7,65 \cdot 10^{-3} \text{ Дж};$$

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{6}{1} = 6 \text{ кВ/см}.$$

После изменения расстояния между электродами емкость  $C_2 = \frac{C_1}{2}$ , а напряжение  $U_2 = U_1$ , так как конденсатор не отключен от сети.

Энергия  $W_2 = \frac{W_1}{2}$  уменьшилась потому, что при уменьшении емкости конденсатор разрядился частично на сеть. Вследствие этого должна уменьшиться напряженность электрического поля. Действительно,

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ кВ/см}.$$

Напряженность поля уменьшилась вдвое, а объем поля увеличился вдвое ( $d_2 = 2d_1$ ). Поэтому энергия поля в единице объема должна также соответственно измениться:

$$\frac{\epsilon E_1^2}{2} : \frac{\epsilon E_2^2}{2} = 4.$$

2,7. Плоский воздушный конденсатор, емкость которого равна 400 *пкф* и расстояние между электродами 1 *см*, включен на напряжение 3 *кв*. После зарядки его отключили от сети и уменьшили расстояние между электродами вдвое.

Определить энергию и напряженность электрического поля конденсатора до и после изменения расстояния между его электродами, полагая, что утечки зарядов нет.

Изменится ли энергия электрического поля в единице объема после изменения расстояния между электродами?

Ответ.  $W_1 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ дж}; E_1 = 3 \text{ кВ/см};$   
 $W_2 = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ дж}; E_2 = 3 \text{ кВ/см}.$

2,8. Плоский воздушный конденсатор, емкость которого равна 240 *пкф*, а расстояние между электродами 2 *см*, включен на напряжение 6 *кв*. После зарядки расстояние между электродами уменьшили до 1 *см*, не отключая конденсатор от сети.

Определить энергию и напряженность электрического поля конденсатора до и после изменения расстояния между электродами.

Изменится ли энергия электрического поля в единице объема после изменения расстояния между электродами?

Ответ.  $W_1 = 4,32 \cdot 10^{-3} \text{ дж}; E_1 = 3 \text{ кВ/см};$   
 $W_2 = 8,64 \cdot 10^{-3} \text{ дж}; E_2 = 6 \text{ кВ/см}.$

Энергия поля в единице объема увеличится в четыре раза, так как в два раза увеличивается заряд или в два раза увеличивается энергия конденсатора, а объем поля уменьшается в два раза.

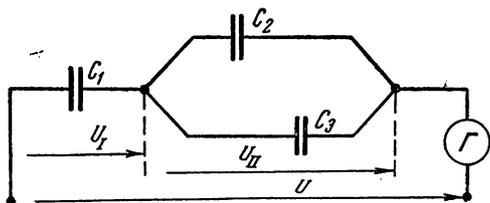
2,9. Количество электричества, измеренное кулонметром в цепи фиг. 2,9 при включении ее на напряжение  $U = 200 \text{ в}$ , равно  $Q = 6 \cdot 10^{-4} \text{ к}$ . Емкость первого конденсатора  $C_1 = 4 \text{ мкф}$ , а второго  $C_2 = 8 \text{ мкф}$ .

Определить емкость третьего конденсатора и энергию электрического поля каждого конденсатора.

Решение.

Общая емкость всей цепи:  $C = \frac{Q}{U} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ ф.}$

Но  $C = \frac{C_I \cdot C_{II}}{C_I + C_{II}}$ , где  $C_{II} = C_2 + C_3$  или  $\frac{4 \cdot C_{II}}{4 + C_{II}} = 3$ , откуда



Фиг. 2,9

$$C_{II} = 12 \text{ мкф} \text{ и } C_3 = C_{II} - C_2 = 4 \text{ мкф.}$$

Для подсчета энергии можно воспользоваться двумя выражениями:

$$W = \frac{QU}{2} \text{ и } W = \frac{CU^2}{2}.$$

Находим сначала напряжения  $U_I$  и  $U_{II}$ :

$$U_I = \frac{Q}{C_I} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-6}} = 150 \text{ в}; \quad U_{II} = 200 - 150 = 50 \text{ в.}$$

Энергия электрического поля каждого конденсатора:

$$W_1 = \frac{QU_I}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^2}{2} = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ дж};$$

$$W_2 = \frac{C_2 U_{II}^2}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 10^3}{2} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ дж.}$$

$$W_3 = \frac{C_3 U_{II}^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 10^3}{2} = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ дж.}$$

Проверка.

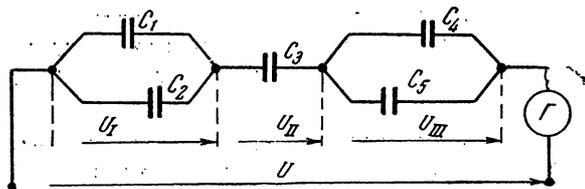
Энергия поля всех конденсаторов

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ дж.}$$

Эта же энергия может быть определена также следующим образом:

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^2}{2} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ дж.}$$

2,10. Определить емкость каждого конденсатора схемы фиг. 2,10, если известно, что энергия поля конденсатора  $C_5$  равна



Фиг. 2,10

$W_5 = 0,25 \text{ дж}$ , количество электричества, учитываемое кулонометром при включении схемы на напряжение  $U = 3,5 \text{ кв}$ ,

равно  $Q = 4 \cdot 10^{-3} \text{ к}$ ; заряд четвертого конденсатора  $Q_4 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ к}$ ; напряжение  $U_1 = 2 \text{ кв}$ , объем диэлектрика между электродами плоского конденсатора  $C_1$  равен  $V_1 = 700 \text{ см}^3$ , диэлектриком служит парафин; расстояние между электродами первого конденсатора  $d_1 = 0,02 \text{ см}$ .

Определить, с каким запасом прочности работает первый конденсатор.

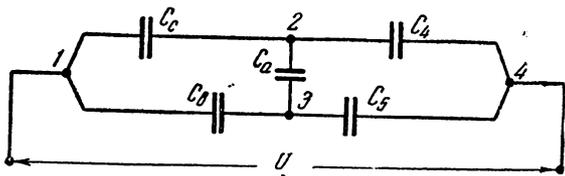
Ответ.  $C_1 = 0,31 \text{ мкф}$ ;  $C_2 = 1,69 \text{ мкф}$ ;  $C_3 = 4 \text{ мкф}$ ;

$C_4 = 6 \text{ мкф}$ ;  $C_5 = 2 \text{ мкф}$ .

Запас прочности диэлектрика первого конденсатора

$K = 2,8$ .

2,11\*. Найти распределение зарядов и напряжений в схеме фиг. 2,11а если  $U = 2,6 \text{ кв}$  и



Фиг. 2,11а

$C_a = 2 \text{ мкф}$ ;  $C_b = 4 \text{ мкф}$ ;  $C_c = 4 \text{ мкф}$ ;  $C_d = 8 \text{ мкф}$ ;  $C_e = 24 \text{ мкф}$ .

Определить энергию электрического поля каждого конденсатора.

Решение.

В схеме, приведенной на фиг. 2,11а, нельзя произвести расчет путем применения соотношений для смешанного соединения конденсаторов. В этой схеме имеет место соединение конденсаторов треугольником, поэтому для расчета целесообразно воспользоваться методом преобразования треугольника в эквивалентную звезду. Это можно сделать потому, что между зарядом и напряжением на электродах любого конденсатора с совершенным диэлектриком существует связь, аналогичная связи между током и напряжением на участках электрической цепи с сопротивлениями. Действительно, если

$$Q = UC = \frac{U}{1/C} = \frac{U}{K}, \text{ то } I = Ug = \frac{U}{R}.$$

Следовательно, при расчетах с емкостями можно оперировать так же, как и с проводимостями в цепях постоянного тока.

Поэтому методы расчета цепей постоянного тока с сопротивлениями могут быть применены и при расчетах цепей с емкостями.

Расчетные формулы для преобразования треугольника с емкостями в звезду легко получить, если оперировать не с емкостями, а с обратными им величинами. Тогда формулы будут иметь тот же вид, что и для цепей с сопротивлениями.

Полагая в нашем случае

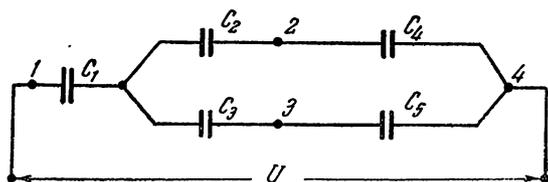
$$K_a = \frac{1}{C_a}; \quad K_b = \frac{1}{C_b}; \quad K_c = \frac{1}{C_c}$$

и

$$K_1 = \frac{1}{C_1}; \quad K_2 = \frac{1}{C_2}; \quad K_3 = \frac{1}{C_3},$$

получаем формулы преобразования треугольника в эквивалентную звезду в следующем виде:

$$K_1 = \frac{K_b K_c}{K_a + K_b + K_c}; \quad K_2 = \frac{K_c K_a}{K_a + K_b + K_c}; \quad K_3 = \frac{K_a K_b}{K_a + K_b + K_c}.$$



Фиг. 2,116

Пользуясь приведенными соотношениями, находим, что емкости звезды  $C_1, C_2, C_3$  (фиг. 2,116), эквивалентной треугольнику  $1-2-3$  (фиг. 2,11а), равны

$$C_1 = 16 \text{ мкф}; \quad C_2 = 8 \text{ мкф}; \quad C_3 = 8 \text{ мкф}.$$

$$\text{Общая емкость (фиг. 2,116)} \quad C = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p},$$

где  $C_p = \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4} + \frac{C_3 C_5}{C_3 + C_5} = C_I + C_{II}$  представляет собой емкость разветвления, а  $C_I$  и  $C_{II}$  — емкости ветвей I и II разветвления.

$$C_p = \frac{8 \cdot 8}{8+8} + \frac{8 \cdot 24}{8+24} = 4 + 6 = 10 \text{ мкф};$$

$$C = \frac{16 \cdot 10}{16+10} = 6,15 \text{ мкф}.$$

Общее количество электричества  $Q = CU = 6,15 \cdot 10^{-6} \cdot 2,6 \cdot 10^3 = 16 \cdot 10^{-3} \text{ к}.$

Полагая, что количество электричества в ветви I равно  $Q_I$ , а во II ветви  $Q_{II}$  и учитывая, что ветви включены параллельно, можно написать следующие соотношения:

$$\frac{Q_I}{C_I} = \frac{Q_{II}}{C_{II}} = \frac{Q}{C_p},$$

откуда находим  $Q_I$  и  $Q_{II}$ :

$$Q_I = Q \frac{C_I}{C_p} = 16 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4}{10} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ К};$$

$$Q_{II} = Q \frac{C_{II}}{C_p} = 16 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{6}{10} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

Определим напряжения между точками 1—2, 1—3 и 2—3, а также между точками 2—4 и 3—4:

$$U_{1-2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q_I}{C_2} = \frac{16 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-6}} + \frac{6,4 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-6}} = 1,8 \text{ кВ};$$

$$U_{1-3} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q_{II}}{C_3} = 1 \cdot 10^3 + 1,2 \cdot 10^3 = 2,2 \text{ кВ};$$

$$U_{3-2} = U_{1-3} - U_{1-2} = 2,2 - 1,8 = 0,4 \text{ кВ};$$

$$U_{2-4} = U - U_{1-2} = 2,6 - 1,8 = 0,8 \text{ кВ};$$

$$U_{3-4} = U - U_{1-3} = 2,6 - 2,2 = 0,4 \text{ кВ}.$$

Теперь нетрудно найти распределение зарядов в основной схеме:

$$Q_c = C_c U_{1-2} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,8 = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ К};$$

$$Q_a = C_a U_{3-2} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4 \cdot 10^3 = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ К};$$

$$Q_b = C_b U_{1-3} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2,2 \cdot 10^3 = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ К};$$

$$Q_4 = C_4 U_{2-4} = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8 \cdot 10^3 = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ К};$$

$$Q_5 = C_5 U_{3-4} = 24 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4 \cdot 10^3 = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ К};$$

Проверка.

$$Q = Q_c + Q_b = Q_4 + Q_5 = 7,2 \cdot 10^{-3} + 8,8 \cdot 10^{-3} = 6,4 \cdot 10^{-3} + 9,6 \cdot 10^{-3} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

Определим энергию электрического поля каждого конденсатора:

$$W_a = \frac{Q_a \cdot U_{2-3}}{2} = 0,16 \text{ Дж}; \quad W_b = \frac{Q_b \cdot U_{1-3}}{2} = 9,68 \text{ Дж};$$

$$W_c = \frac{Q_c \cdot U_{1-2}}{2} = 6,48 \text{ Дж}; \quad W_4 = \frac{Q_4 \cdot U_{2-4}}{2} = 2,56 \text{ Дж};$$

$$W_5 = \frac{Q_5 \cdot U_{3-4}}{2} = 1,92 \text{ Дж}.$$

Общая энергия схемы:

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{16 \cdot 10^{-3} \cdot 2,6 \cdot 10^3}{2} = 20,8 \text{ Дж}.$$

$$W = W_a + W_b + W_c + W_4 + W_5 = 0,16 + 9,68 + 6,48 + 2,56 + 1,92 = 20,8 \text{ Дж}.$$

Здесь необходимо подчеркнуть, что вышеприведенные формулы взаимного преобразования треугольника и звезды справедливы лишь при отсутствии начальных зарядов конденсаторов.

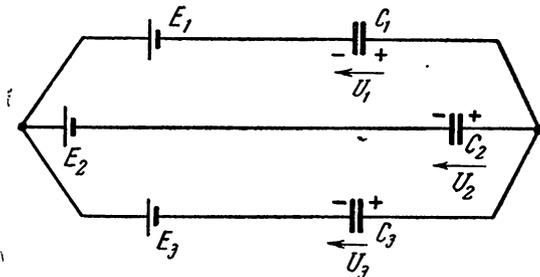
При наличии начальных зарядов конденсаторов расчеты цепей с емкостями можно вести, пользуясь уравнениями, аналогичными уравнениям, составленным по законам Кирхгофа для электрических цепей постоянного тока с сопротивлениями.

2,12\*. Емкости  $C_1 = C_2 = C_3 = 12 \text{ мкф}$  соединены звездой.

Найти емкости  $C_a, C_b, C_c$  эквивалентного треугольника.

Ответ.  $C_a = C_b = C_c = 4 \text{ мкф}$ .

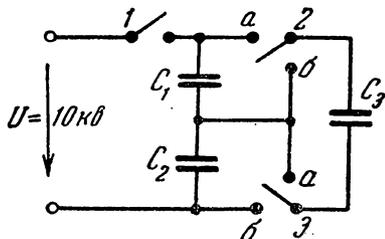
2,13\*. Найти распределение зарядов и напряжений в конденсаторах на фиг. 2,13, если  $C_1 = 5 \text{ мкф}$ ,  $C_2 = 3 \text{ мкф}$  и  $C_3 = 2 \text{ мкф}$ , а  $E_1 = 16 \text{ в}$ ,  $E_2 = 20 \text{ в}$  и  $E_3 = 30 \text{ в}$ .



Фиг. 2,13

Ответ.  $U_1 = 4 \text{ в}$ ,  $U_2 = 0$ ,  $U_3 = 10 \text{ в}$ .

2,14. Определить напряжение на зажимах каждого конденсатора в схеме фиг. 2,14 и найти распределение зарядов при следующих положениях рубильников: рубильник 1 включен, рубильники 2 и 3 находятся в положении а.



Фиг. 2,14

Как изменятся напряжения на конденсаторах, если после зарядки конденсаторов рубильник 1 выключили, а рубильники 2 и 3 перевели одновременно в положение б?

Утечка зарядов и потери энергии при переключениях не учитываются.

$C_1 = 2 \text{ мкф}$ ,  $C_2 = 12 \text{ мкф}$ ,  $C_3 = 6 \text{ мкф}$ ,  $U = 10 \text{ кВ}$ .

Решение.

$C_{13} = 2 + 6 = 8 \text{ мкф}$ ; общая емкость  $C = \frac{C_{13} \cdot C_2}{C_{13} + C_2} = \frac{8 \cdot 12}{20} = 4,8 \text{ мкф}$ .

Количество электричества, прошедшее при зарядке по неразветвленной части цепи

$$Q = CU = 4,8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4 = 48 \cdot 10^{-3} \text{ К.}$$

Напряжение на параллельно соединенных конденсаторах  $C_1$  и  $C_3$ :

$$U_1 = U_3 = \frac{Q}{C_{13}} = \frac{48 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-6}} = 6 \text{ кв.}$$

Напряжение на конденсаторе  $C_2$ :

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{48 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-6}} = 4 \text{ кв} \quad \text{или} \quad U_2 = 10 - 6 = 4 \text{ кв.}$$

Для решения второй части задачи нужно знать распределение зарядов при первом включении.

При первом включении заряд первого конденсатора

$$Q_1 = C_1 U_1 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ к.}$$

Заряд на третьем конденсаторе

$$Q_3 = Q - Q_1 = 36 \cdot 10^{-3} \text{ к} \quad \text{или} \quad Q_3 = C_3 U_3 = 36 \cdot 10^{-3} \text{ к.}$$

Заряд на втором конденсаторе  $Q_2 = Q = 48 \cdot 10^{-3} \text{ к.}$

При выключении рубильника 1 и переключении рубильника 2 конденсатор  $C_1$  оказался отключенным; следовательно, на нем останется заряд  $Q_1$ , а потому не изменится и напряжение на его зажимах. Конденсаторы  $C_2$  и  $C_3$  будут теперь включены параллельно. Напряжения на зажимах их в момент переключения различны; поэтому произойдет перераспределение их зарядов, однако общее количество электричества ( $Q_2 + Q_3$ ) останется неизменным. Общее количество электричества и общая емкость параллельно соединенных конденсаторов  $C_2$  и  $C_3$  равны

$$Q_{23} = Q_2 + Q_3 = 84 \cdot 10^{-3} \text{ к,}$$

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 12 + 6 = 18 \text{ мкф.}$$

Напряжение на конденсаторах  $C_2$  и  $C_3$  будет равно

$$U_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{84 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-6}} \approx 4,67 \text{ кв.}$$

Заряд на втором конденсаторе

$$Q_2 = C_2 U_{23} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 4,67 \cdot 10^{-3} = 56 \cdot 10^{-3} \text{ к.}$$

Заряд на третьем конденсаторе

$$Q_3 = C_3 U_{23} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4,67 \cdot 10^{-3} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ к}$$

или

$$Q_3 = Q - Q_2 = 84 \cdot 10^{-3} - 56 \cdot 10^{-3} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ к.}$$

**2,15.** Найти распределение зарядов и напряжение на зажимах каждого конденсатора предыдущей задачи при следующих положениях рубильников: рубильник 1 включен, рубильники 2 и 3 находятся в положении б.

Как изменятся эти напряжения, если после зарядки конденсаторов рубильник 1 выключить и одновременно рубильники 2 и 3 перевести в положение а?

Ответ. 1.  $U_1 = 9 \text{ кВ}$ ,  $U_2 = U_3 = 1 \text{ кВ}$ ,  $Q = 18 \cdot 10^{-3} \text{ К}$ ,

$$Q_2 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ К}, \quad Q_3 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

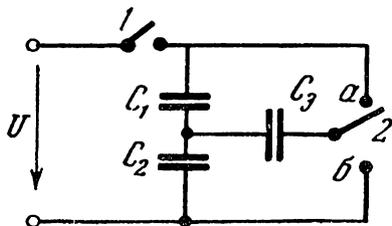
2.  $U_1 = U_3 = 3 \text{ кВ}$ ,  $U_2 = 1 \text{ кВ}$ ,  $Q_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ К}$ ,

$$Q_2 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ К}, \quad Q_3 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

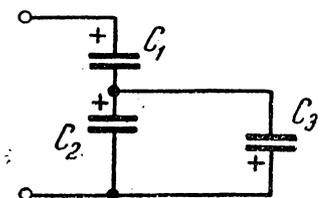
2,16. Для схемы фиг. 2,16а даны следующие величины:

$$U = 10 \text{ кВ}; \quad C_1 = 2 \text{ мкФ}; \quad C_2 = 12 \text{ мкФ}; \quad C_3 = 6 \text{ мкФ}.$$

Найти напряжение на зажимах каждого конденсатора и распределение зарядов, если рубильник 1 включен, а рубильник 2 находится в положении а.



Фиг. 2,16а



Фиг. 2,16б

Как изменятся напряжения и распределение зарядов, если после зарядки конденсаторов рубильник 1 выключить и одновременно с этим рубильник 2 перевести в положение б?

Указание.

После переключения рубильников схема принимает вид, указанный на фиг. 2,16б.

Ответ. 1.  $U_1 = U_3 = 6 \text{ кВ}$ ,  $U_2 = 4 \text{ кВ}$ ,  $Q_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ К}$ ,

$$Q_2 = 48 \cdot 10^{-3} \text{ К}, \quad Q_3 = 36 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

2.  $U_1 = 6 \text{ кВ}$ ,  $U_2 \approx 0,67 \text{ кВ}$ ,  $U_3 \approx 0,67 \text{ кВ}$ ,

$$Q_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ К}, \quad Q_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ К}, \quad Q_3 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

2,17. Найти распределение зарядов и напряжение на зажимах каждого конденсатора предыдущей задачи (2,16) при следующих положениях рубильников:

- 1) рубильник 1 включен, рубильник 2 находится в положении б;
- 2) после зарядки конденсаторов рубильник 1 разомкнули, а рубильник 2 переключили в положение а.

- Ответ. 1.  $U_1 = 9$  кВ,  $U_2 = U_3 = 1$  кВ,  $Q_1 = 18 \cdot 10^{-3}$  К,  
 $Q_2 = 12 \cdot 10^{-3}$  К,  $Q_3 = 6 \cdot 10^{-3}$  К.
2.  $U_1 = 1,5$  кВ,  $U_2 = 1$  кВ,  $U_3 = 1,5$  кВ,  $Q_1 = 3 \cdot 10^{-3}$  К,  
 $Q_2 = 12 \cdot 10^{-3}$  К,  $Q_3 = 9 \cdot 10^{-3}$  К.

2,18. К цилиндрическому конденсатору, радиусы электродов которого  $R_1 = 1$  см и  $R_2 = 8$  см, подведено напряжение  $U = 60$  кВ. Длина конденсатора  $l = 100$  см. Диэлектрик конденсатора — пропитанная бумага, электрическая прочность которой  $E_{np} = 120$  кВ/см и диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 3,5$ .

Определить напряженность электрического поля у поверхности внутреннего электрода, запас прочности изоляции и емкость конденсатора.

Решение.

$$E_{R_1} = \frac{U}{R_1 \ln R_2/R_1} = \frac{60}{2,08} = 28,8 \text{ кВ/см.}$$

Запас прочности

$$K = \frac{E_{np}}{E_{R_1}} = \frac{120}{28,8} = 4,17.$$

Емкость

$$C = \frac{2\pi l \epsilon \epsilon_0}{\ln R_2/R_1} = \frac{2\pi \cdot 100 \cdot 3,5 \cdot 0,0886 \cdot 10^{-12}}{2,08} = \frac{195 \cdot 10^{-12}}{2,08} = 94 \cdot 10^{-12} \text{ ф.}$$

2,19. Два коаксиальных цилиндра с радиусами  $r = 0,25$  см и  $R = 3$  см изолированы один от другого маслом с электрической прочностью  $E = 140$  кВ/см.

При каком напряжении произойдет пробой диэлектрика и каковы будут при этом градиенты потенциала у поверхностей внутреннего и внешнего цилиндров?

Ответ.  $U_{np} = 87$  кВ.

Градиенты потенциала равны 140 кВ/см и около 12 кВ/см.

2,20. Построить графики напряженности электрического поля и потенциала в цилиндрическом конденсаторе с радиусами  $r = 1$  см и  $R = 8$  см, если к конденсатору подведено напряжение 60 кВ и внешний цилиндр заземлен.

Решение.

Напряженность электрического поля в какой-либо точке  $x$ :

$$E_x = \frac{U}{x \ln R/r},$$

где  $r \leq x \leq R$ .

Потенциал в точке  $x$  находится из выражения

$$\varphi_x - \varphi_R = \int_R^x d\varphi = \int_x^R \frac{U}{x \ln R/r} dx,$$

так как

$$E_x = \frac{U}{x \ln R/r} = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

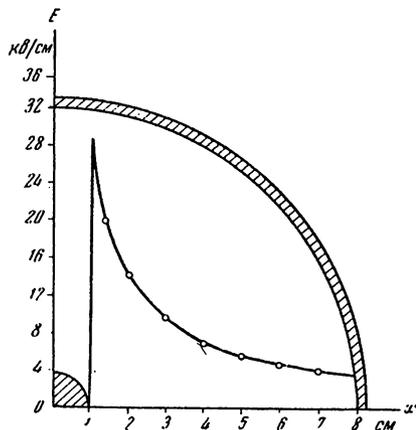
Учитывая, что  $\varphi_R = 0$ , получаем окончательно

$$\varphi_x = U \frac{\ln R/x}{\ln R/r}.$$

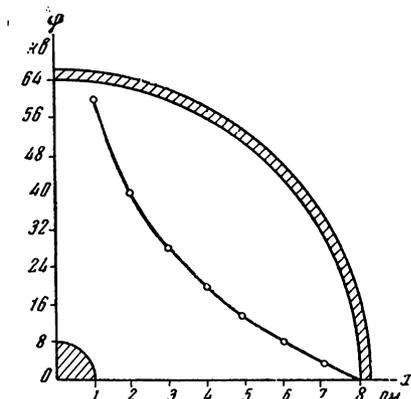
Результаты вычислений сводим в таблицу.

$x, \text{ см}$	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_x, \text{ кв/см}$	28,8	14,4	9,6	7,2	5,76	4,8	4,1	3,6
$\varphi_x, \text{ кв}$	60	40	28,4	20	13,5	8,2	3,8	0

Графики, построенные по данным этой таблицы, приведены на фиг. 2,20а и 2,20б.



Фиг. 2,20а



Фиг. 2,20б

2,21. Построить следы пяти поверхностей равных потенциалов в поле цилиндрического конденсатора с радиусами  $r=1 \text{ см}$  и  $R=6 \text{ см}$ , выбранных так, чтобы разность потенциалов между соседними поверхностями была одинакова.

Рабочее напряжение конденсатора 60 кв.

Решение.

Обозначим расстояние от первой эквипотенциальной поверхности до оси конденсатора через  $x_1$ , второй —  $x_2$  и т. д.; число промежутков между эквипотенциальными поверхностями от внутреннего до внешнего электрода конденсатора обозначим  $n$ . По условию задачи

$$\frac{U_{r-x_1}}{U} = \frac{\ln x_1/r}{\ln R/r} = \frac{1}{n}$$

или

$$\ln x_1/r = \frac{1}{n} \ln R/r \quad \text{и} \quad \frac{x_1}{r} = e^{\frac{1}{n} \ln \frac{R}{r}};$$

следовательно,

$$x_1 = r e^{\frac{1}{n} \ln \frac{R}{r}}.$$

Аналогично находим, что

$$x_2 = x_1 \cdot e^{\frac{1}{n} \ln \frac{R}{r}}.$$

Результаты расчетов сводим в таблицу.

N*	1	2	3	4	5
$x, \text{ см}$	1,35	1,82	2,46	3,3	4,45

2,22. Построить кривую пробивных напряжений в зависимости от радиуса внутреннего цилиндра ( $r$ ) для цилиндрического конденсатора, радиус внешнего цилиндра которого ( $R$ ) равен 6 см, если  $E_{\text{пр}} = 30 \text{ кВ/см}$ .

Определить аналитически, при каком значении  $r$  пробивное напряжение будет максимальным.

Указание.

$$U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}} r \ln R/r = E_{\text{пр}} r \ln R - E_{\text{пр}} r \ln r.$$

При  $r=0$  второй член является неопределенностью, которая может быть раскрыта после преобразования:

$$E_{\text{пр}} r \ln r = E_{\text{пр}} \frac{\ln r}{\frac{1}{r}}.$$

Раскроем эту неопределенность по известному правилу:

$$\frac{E_{\text{пр}} (\ln r)'}{\left(\frac{1}{r}\right)'} = E_{\text{пр}} \frac{\frac{1}{r}}{-\frac{1}{r^2}} = -E_{\text{пр}} r.$$

\* N — номер поверхности равного потенциала.

и на основании этого находим, что

$$U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}} r \ln R + E_{\text{пр}} r.$$

При  $r=0$   $U_{\text{пр}}=0$ .

Значение  $r$ , при котором пробивное напряжение будет максимальным, находим, дифференцируя по  $r$  выражение  $U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}} r \ln \frac{R}{r}$  и приравнявая первую производную нулю:

$$\frac{dU_{\text{пр}}}{dr} = E_{\text{пр}} \ln R - E_{\text{пр}} \ln r - E_{\text{пр}} = 0,$$

откуда имеем  $\ln \frac{R}{r} = 1$  или  $\frac{R}{r} = 2,718$ .

Следовательно, при  $r = \frac{R}{2,718}$  к конденсатору можно подвести максимальное напряжение.

Давая  $r$  различные значения от 0 до 6, получим следующую таблицу:

$r, \text{ см}$	0	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6
$U_{\text{пр}}, \text{ кв}$	0	23,8	37,2	53,7	65,8	62,2	48,5	27,6	0

По данным этой таблицы можно построить график  $U_{\text{пр}} = f(r)$ .

2,23. Какую толщину должна иметь изоляция кабеля, рассчитанного на рабочее напряжение 60 кв, если радиус жилы кабеля  $r=0,5 \text{ см}$ , электрическая прочность изоляции 200 кв/см, а запас прочности должен быть равен 3,33?

Ответ. 3,2 см.

2,24. Плоский воздушный конденсатор включили на напряжение 30 кв. Расстояние между электродами его равно 3 см. Затем между электродами, параллельно им, поместили лист стекла толщиной 2 см ( $\epsilon=7$ ).

Как распределилось напряжение между слоями стекла и воздуха и как изменился запас прочности конденсатора, если наиболее слабый диэлектрик, т. е. воздух, имеет электрическую прочность 30 кв/см?

Решение.

Напряженность электрического поля в стекле

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)} = \frac{3}{7 \left( \frac{2}{7} + \frac{1}{1} \right)} \approx 3,33 \text{ кв/см}$$

и напряжение

$$U_1 = E_1 d_1 = 3,33 \cdot 2 \approx 6,7 \text{ кв.}$$

Напряженность электрического поля в воздухе

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2 \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)} = \frac{30}{1 \left( \frac{2}{7} + \frac{1}{1} \right)} \approx 23,3 \text{ кВ/см}$$

и напряжение

$$U_2 = E_2 d_2 = 23,3 \text{ кВ.}$$

При этом

$$U = U_1 + U_2 = 6,7 + 23,3 = 30 \text{ кВ.}$$

Без стекла

$$E = \frac{U}{d} = \frac{30}{3} = 10 \text{ кВ/см.}$$

Запас прочности равен:

$$\text{без стекла } K = \frac{30}{10} = 3, \text{ со стеклом } K = \frac{30}{23,3} = 1,3.$$

Во втором случае запас прочности приблизительно в 2,3 раза меньше.

2,25. К электродам плоского воздушного конденсатора подведено напряжение 70 кВ.

Определить напряженность электрического поля в диэлектрике конденсатора и запас прочности, если расстояние между электродами равно 2,5 см, а электрическая прочность воздуха  $E_{\text{пр}} = 30 \text{ кВ/см}$ .

Как изменится запас прочности, если внести в данный конденсатор лист картона ( $\epsilon = 4$ ,  $E_{\text{пр}} = 120 \text{ кВ/см}$ ) толщиной 5 мм, расположив его параллельно электродам?

Ответ. 1.  $E = 28 \text{ кВ/см}$ ,  $K \approx 1,1$ .

2.  $E_{\text{возд}} \approx 33 \text{ кВ/см}$ , т. е. воздух будет пробит.

Считая, что все напряжение теперь приложено к слою картона, находим  $E_{\text{карт}} = \frac{U}{d_{\text{карт}}} = 140 \text{ кВ/см}$ , что больше его электрической прочности. Следовательно, картон будет пробит.

2,26. К плоскому воздушному конденсатору подведено напряжение 58 кВ. Расстояние между электродами 2 см.

Как изменится режим работы конденсатора, если между электродами будет помещен, параллельно им, лист картона ( $\epsilon = 4$  и  $E_{\text{пр}} = 175 \text{ кВ/см}$ ) толщиной 2 мм?

Ответ. Конденсатор будет пробит.

2,27. Между электродами плоского конденсатора расположен слой бумаги толщиной 2 мм ( $\epsilon = 2$ ) и слой миканита толщиной 8 мм ( $\epsilon = 4$ ).

Определить напряженность электрического поля и падение напряжения в каждом слое, если к конденсатору подведено напряжение 9 кВ.

Предполагается, что слои изоляции плотно прилегают один к другому и воздушные включения между ними отсутствуют.

Ответ.  $U_1 = 3$  кВ,  $U_2 = 6$  кВ,  $E_1 = 15$  кВ/см,  $E_2 = 7,5$  кВ/см.

2,28. Между электродами плоского воздушного конденсатора, отстоящими один от другого на 0,5 см, вставлен параллельно электродам лист изолирующего материала толщиной 0,4 см ( $\epsilon = 4$  и  $E_{\text{нр}} = 200$  кВ/см).

Какое напряжение нужно подвести к конденсатору, чтобы пробить воздушный слой?

Ответ. 6 кВ.

2,29. Как велика должна быть толщина воздушного слоя  $d_1$  плоского конденсатора, чтобы он работал с запасом прочности  $K = 1,5$ , если общая толщина изоляции  $d$ , состоящей из стекла и воздуха, равна 3 см и рабочее напряжение 30 кВ?

Электрическая прочность воздуха 30 кВ/см, диэлектрическая проницаемость его  $\epsilon_1 = 1$ , а диэлектрическая проницаемость стекла  $\epsilon_2 = 7$ .

Решение.

$$\text{Из формулы } E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)},$$

учитывая, что  $E_1 = \frac{E_{\text{нр}}}{K}$  и  $d_2 = d - d_1$ , получим

$$d_1 = \frac{U - \frac{E_{\text{нр}}}{K} d \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}{\frac{E_{\text{нр}}}{K} - \frac{E_{\text{нр}}}{K} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} = \frac{30 - \frac{30}{1,5} \cdot 3 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{30}{1,5} - \frac{30}{1,5} \cdot \frac{1}{7}} = 1,25 \text{ см.}$$

2,30. Две плоские параллельные металлические пластины изолированы одна от другой слюдой, лакотканью и фиброй на напряжение 6 кВ.

Толщина слоя слюды 0,25 см ( $\epsilon_1 = 4$ ), лакоткани 0,45 см ( $\epsilon_2 = 5$ ) и фибры 0,1 см ( $\epsilon_3 = 2,5$ ).

Построить графики напряженности электрического поля и падения потенциала во всех слоях.

Решение.

Рассматривая данную конструкцию как случай слоистой изоляции в плоском конденсаторе, находим, что напряженность электрического поля в слое слюды

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3} \right)} = \frac{6}{4 \left( \frac{0,25}{4} + \frac{0,45}{5} + \frac{0,1}{2,5} \right)} = 7,8 \text{ кВ/см,}$$

напряженность поля в слое лакоткани

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2 \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3} \right)} = \frac{6}{5 \left( \frac{0,25}{4} + \frac{0,45}{5} + \frac{0,1}{2,5} \right)} = 6,25 \text{ кВ/см}$$

и в слое фибры

$$E_3 = \frac{U}{\epsilon_3 \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3} \right)} = \frac{6}{2,5 \left( \frac{0,25}{4} + \frac{0,45}{5} + \frac{0,1}{2,5} \right)} = 12,5 \text{ кВ/см.}$$

Соответствующие разности потенциалов на слоях изоляции:

$$U_1 = E_1 d_1 = 7,8 \cdot 0,25 = 1,95 \text{ кВ для слоя слюды;}$$

$$U_2 = E_2 d_2 = 6,25 \cdot 0,45 = 2,81 \text{ кВ для слоя лакоткани;}$$

$$U_3 = E_3 d_3 = 12,5 \cdot 0,1 = 1,25 \text{ кВ для слоя фибры.}$$

Графики приведены на фиг. 2,30.

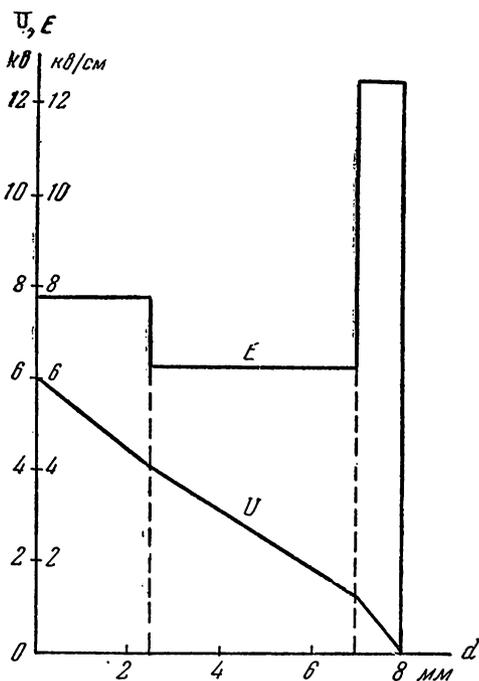
2,31\*. Цилиндрический конденсатор, с диаметром внутреннего цилиндра равным 1 см, должен быть включен на рабочее напряжение 200 кВ.

Для изоляции можно воспользоваться тремя диэлектриками, которые имеют одинаковую электрическую прочность  $E_{пр} = 200 \text{ кВ/см}$ , но различные диэлектрические проницаемости 2,4 и 7.

Как следует расположить диэлектрики, чтобы использовать их наилучшим образом, если толщина изоляции должна быть равной 2 см, и с каким запасом прочности будет работать изоляция?

Построить графики напряженности электрического поля для всех слоев для случая правильного расположения диэлектриков и для того случая, когда диэлектрики расположены в обратном порядке, т. е. материал, находившийся около изолируемого цилиндра (первый слой), перемещен наружу (третий слой), а первый слой выполнен из материала третьего слоя. Толщина слоев остается при этом той же, что и в случае правильного расположения диэлектриков.

С каким запасом прочности будет работать изоляция при неправильном расположении диэлектриков?



Фиг. 2,30

Можно ли применить в данном случае не слоистую изоляцию, а однослойную, воспользовавшись одним из вышеуказанных диэлектриков?

Указание.

Для наилучшего использования диэлектриков в слоистой изоляции все ее слои должны работать с одинаковым запасом прочности.

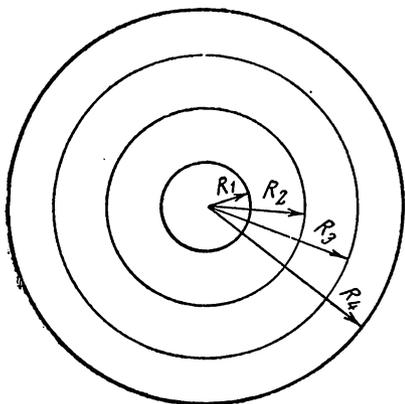
Если все слои работают с одинаковым запасом прочности, то при достижении пробивного напряжения максимальные значения напряженности электрического поля во всех слоях должны быть равны электрической прочности ( $E_{пр}$ ) соответствующих диэлектриков. В таком случае можно написать, что

$$\frac{U_{пр}}{\ln R_2/R_1} + \frac{U_{пр}}{\ln R_3/R_2} + \frac{U_{пр}}{\ln R_4/R_3} = E_{1пр} R_1 \epsilon_1 = E_{2пр} R_2 \epsilon_2 = E_{3пр} R_3 \epsilon_3,$$

где  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  — внутренние радиусы соответствующих слоев (фиг. 2,31).

Если электрическая прочность всех слоев одинакова, то получаем следующую зависимость:

$$\epsilon_1 R_1 = \epsilon_2 R_2 = \epsilon_3 R_3.$$



Фиг. 2,31

Однослойная изоляция

$$E_{\max} \approx 250 \text{ кВ/см}, K < 1;$$

однослойную изоляцию применить нельзя.

Ответ. Правильное расположение диэлектриков

$$E_{1\max} = E_{2\max} = E_{3\max} = 131 \text{ кВ/см};$$

запас прочности  $K = 1,53$ ;

$$E_{1\min} = 75 \text{ кВ/см}; E_{2\min} = 65 \text{ кВ/см};$$

$$E_{3\min} = 92 \text{ кВ/см}.$$

Неправильное расположение диэлектриков

$$E_{1\max} = 395 \text{ кВ/см}; E_{2\max} = 113 \text{ кВ/см}; E_{3\max} = 32,7 \text{ кВ/см};$$

$$K = \frac{200}{395}, \text{ т. е. } K < 1, \text{ и изоляция}$$

будет пробита.

2,32 \*. Диаметр жилы одножильного кабеля равен 8 мм. Изоляция состоит из двух слоев одинаковой толщины, по 2 мм каждый. Диэлектрическая проницаемость первого слоя равна 2,25 и второго 1,75. Напряжение между жилой и оболочкой кабеля равно 6 кв.

Определить максимальную напряженность электрического поля в изоляции кабеля.

Ответ.  $\approx 19$  кв/см.

2,33 \*. Выбрать наиболее выгодный в электрическом отношении вариант изоляции кабеля с радиусом 0,55 см при условии, что запас прочности должен быть не менее трехкратного и отношение наружного радиуса изоляции к радиусу провода  $\frac{R}{r} = 2$ .

Рабочее напряжение изоляции 25 кв.

Первый вариант: бумажная изоляция  $\epsilon = 2,4$ ;  $E_{\text{пр}} = 147$  кв/см.

Второй вариант: лакоткань  $\epsilon = 5$ ;  $E_{\text{пр}} = 200$  кв/см;

лакоткань  $\epsilon = 4$ ;  $E_{\text{пр}} = 175$  кв/см.

Третий вариант: три изолирующих материала, указанных выше.

Решение.

Первый вариант.

$$E_{\text{макс}} = \frac{25}{0,55 \cdot \ln 2} = 66 \text{ кв/см};$$

$$K = \frac{147}{66} = 2,2 \text{ — меньше заданного.}$$

Второй вариант.

$R_1 = 0,55$  см по условию.

$R_2 = 0,785$  см.

$R_3 = 1,1$  см по условию.

$$E_{1\text{макс}} = 59 \text{ кв/см.}$$

$$E_{2\text{макс}} = 51,7 \text{ кв/см.}$$

$$K = \frac{200}{59} = \frac{175}{51,7} = 3,39; \quad K > 3.$$

Применение такой изоляции удовлетворяет заданным условиям.

Третий вариант.  $R_1 = 0,55$  см по условию;  $R_2 = 0,785$  см;  $R_3 = 1,56$  см;

$R_3 > 1,11$  см, т. е. больше заданного по условию наружного радиуса изоляции. Таким образом, этот вариант не приемлем.

2,34 \*. Цилиндрический конденсатор, внутренний диаметр которого равен 11 мм, нужно изолировать на напряжение 25 кв. при условии, что запас прочности должен быть не менее 3, а толщина изоляции не более 5,5 мм.

Какую изоляцию следует применить в данном случае — однослойную или слоистую, если можно воспользоваться двумя изолирующими материалами: одним с  $\epsilon_1 = 5$  и  $E_{\text{пр1}} = 185 \text{ кВ/см}$ , а другим с  $\epsilon_2 = 4$  и  $E_{\text{пр2}} = 162 \text{ кВ/см}$ ?

Ответ. Однослойная изоляция дает запас прочности  $K < 3$ . Слоистая изоляция дает  $K \approx 3,13$ , если в качестве первого слоя взять материал с  $\epsilon = 5$ .

При неправильном расположении диэлектриков (первый слой  $\epsilon_2 = 4$ ) получаем  $K < 3$  в первом слое.

Для выбранного варианта изоляции и для случая неправильного расположения слоев рекомендуется построить графики напряженности электрического поля в слоях изоляции.

Для проверки вычислений ниже приводим таблицы, где даны значения  $E$  при правильном расположении слоев и при неправильном расположении их.

Слой	Первый				Второй				
	$x, \text{ см}$	0,55	0,6	0,7	0,785	0,785	0,85	0,95	1,1
$E, \text{ кВ/см}$	59	54	46,4	41,3	51,7	47,7	42,8	37	
$E, \text{ кВ/см}$	73	65	57,3	51	41	37,8	33,8	29,2	

2,35. Построить графики напряженности электрического поля заряженного прямолинейного провода в зависимости от расстояния от оси провода при следующих условиях: радиус провода равен 1 см, заряд его на 1 м длины равен  $27,8 \cdot 10^{-8} \text{ к}$ ; окружающая среда — воздух.

Какое напряжение относительно земли должен иметь этот провод, если он будет помещен на расстоянии 5 м от поверхности земли, чтобы максимальное значение напряженности электрического поля в воздухе, окружающем провод, осталось неизменным?

Указание.

Электрическую ось считать совпадающей с геометрической осью провода.

Ответ. Напряженность электрического поля на поверхности провода равна 5 кВ/см. График представляет собою гиперболу.

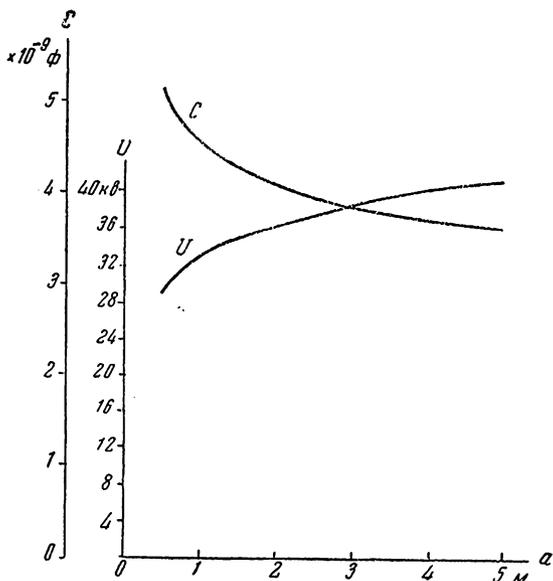
Напряжение относительно земли должно быть равно 34,5 кВ.

2,36. Построить графики изменения емкости на 1 км длины двухпроводной линии (без учета влияния земли) и напряжения между проводами в зависимости от расстояния между ними. Напряжение должно изменяться так, чтобы максимальное значение на-

пряженности электрического поля линии оставалось неизменным и равным  $12 \text{ кВ/см}$ .

Радиус каждого провода  $2,25 \text{ мм}$ , а расстояние между проводами изменяется от  $0,5$  до  $5 \text{ м}$ .

Ответ. Графики приведены на фиг. 2,36.



Фиг. 2,36

### 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ И НАВЕДЕНИЕ Э. Д. С.

3,1. По прямолинейному проводнику длиной  $l_0 = 20$  см пропускается ток  $I = 12$  а.

Найти напряженность магнитного поля в точке, равноудаленной от концов проводника и находящейся на расстоянии  $a = 8$  см от его оси (фиг. 3,1).

Как изменится напряженность поля в этой точке, если проводник будет иметь бесконечную длину?

Решение.

Напряженность магнитного поля в точке  $M$  (фиг. 3,1) от элемента  $dl$  проводника с током  $I$  определяется формулой

$$dH = \frac{I dl}{4\pi r^2} \sin \alpha.$$

Из чертежа видно, что

$$l = a \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = -a \operatorname{ctg} \alpha$$

$$a = r \sin(\pi - \alpha) = r \sin \alpha.$$

и

$$dl = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha; \quad \frac{l}{r^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{a^2}$$

и

$$dH = \frac{I \cdot a \cdot \sin^3 \alpha}{4\pi a^2 \sin^2 \alpha} d\alpha = \frac{I}{4\pi a} \sin \alpha d\alpha.$$

Элементарные слагающие  $dH$  в точке  $M$  имеют одно и то же направление, поэтому величину  $H$  можно определить суммированием величин  $dH$ , т. е.

$$H = \int_{\alpha_2}^{\pi - \alpha_1} \frac{I}{4\pi a} \sin \alpha d\alpha = \frac{I}{4\pi a} (-\cos \alpha) \Big|_{\alpha_2}^{\pi - \alpha_1} = \frac{I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2).$$

В нашем случае

$$\alpha_1 = \alpha_2; \quad \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 = 2 \cos \alpha_1$$

и

$$H = \frac{I}{2\pi a} \cos \alpha_1 = \frac{I}{2\pi a} \frac{\frac{1}{2} l_0}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2} l_0\right)^2}} = \frac{12 \cdot 10}{2\pi \cdot 8 \cdot \sqrt{8^2 + 10^2}} = 0,187 \text{ а/см} = 0,234 \text{ э.}$$

В случае бесконечно длинного прямолинейного проводника с током  $I = 12 \text{ а}$

$$\alpha_1 = 0; \quad \cos \alpha_1 = 1;$$

$$H = \frac{I}{2\pi a} = \frac{12}{2\pi \cdot 8} = 0,239 \text{ а/см} = 0,3 \text{ э.}$$

3,2. По витку, имеющему форму квадрата со стороной  $S = 20 \text{ см}$ , пропускается ток  $I = 5 \text{ а}$ .

Найти напряженность магнитного поля в центре витка.

Ответ.  $H = 0,226 \text{ а/см} = 0,282 \text{ э.}$

3,3. Определить напряженность магнитного поля тока двухпроводной линии в точке  $M$ , расположенной в вершине прямоугольного треугольника (фиг. 3,3), если величина тока в проводах линии равна  $2000 \text{ а}$ , расстояние между осями проводов  $d = 80 \text{ см}$  и расстояние до точки  $Mb = 20 \text{ см}$ .

Решение.

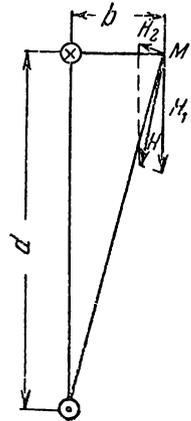
Определим напряженность магнитного поля в точке  $M$  от каждого проводника в отдельности:

$$H_1 = \frac{I}{2\pi b} = \frac{2000}{2\pi \cdot 20} = 16 \text{ а/см} = 20 \text{ э,}$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi \sqrt{b^2 + d^2}} = \frac{2000}{2\pi \sqrt{20^2 + 80^2}} = 3,80 \text{ а/см} = 4,85 \text{ э.}$$

Складывая геометрически векторы  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$ , находим результирующий вектор напряженности  $\vec{H}$ , величина которого

$$H = 15,6 \text{ а/см} = 19,5 \text{ э,}$$



Фиг. 3,3

3,4. По круговому контуру радиуса  $r=4$  см пропускается ток  $I=12$  а.

Определить напряженность магнитного поля в точке, лежащей на оси круга и отстоящей от плоскости контура на расстоянии  $a=3$  см.

Решение.

Напряженность магнитного поля в точках, лежащих на оси витка, определяется формулой

$$H = \frac{I}{2r} \sin^3 \alpha,$$

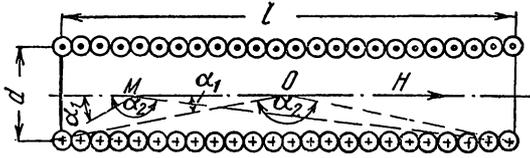
где

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0,8.$$

Тогда

$$H = \frac{12}{2 \cdot 4} \cdot 0,8^3 = 0,77 \text{ а/см} = 0,96 \text{ э.}$$

3,5. По прямому соленоиду, имеющему длину  $l=20$  см, число витков  $W=500$  и средний диаметр  $d=4$  см, пропускается ток  $I=4$  а.



Фиг. 3,5

Найти напряженность магнитного поля в центре этого соленоида.

Решение.

Напряженность магнитного поля в точке  $M$ , лежащей на оси соленоида (фиг. 3,5), определяется формулой

$$H = \frac{IW}{2l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Для точки  $O$ , лежащей в центре соленоида,

$$\cos \alpha_1 = -\cos \alpha_2 = \cos \frac{l/2}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{2^2 + 10^2}} = 0,982.$$

$$H_0 = \frac{I \cdot W}{l} \cdot \cos \alpha_1 = \frac{4 \cdot 500}{20} \cdot 0,982 = 98,2 \text{ а/см} = 123,5 \text{ э.}$$

3,6. При каких значениях  $K=l/d$  соленоида предыдущей задачи можно определить напряженность  $H_0$ , пользуясь формулой бесконечно длинного прямого соленоида?

Решение.

Для бесконечно длинного соленоида

$$\alpha_1 = 0; \quad \cos \alpha_1 = 1;$$

следовательно,

$$H = \frac{I \cdot W}{l}.$$

Подсчеты  $H_0$  для конечного соленоида при различных значениях  $K$  сведены в следующую таблицу:

$K$	1	5	10
$\cos \alpha_1$	0,71	0,98	0,992
$H_0/H \cdot 100\%$	71%	98%	99,2%

Здесь

$$\cos \alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + (d/2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (1/K)^2}}.$$

Из таблицы видно, что при  $l/d \geq 10$  напряженность магнитного поля в центре соленоида можно определять, пользуясь формулой бесконечно длинного соленоида.

3,7. По обмотке прямого соленоида, имеющего длину  $l=35$  см, среднюю площадь поперечного сечения  $S=4$  см<sup>2</sup> и число витков  $w=300$ , пропускается ток  $I=14,6$  а.

Определить магнитный поток в среднем сечении соленоида.

Решение.

Напряженность магнитного поля в среднем сечении соленоида

$$H = \frac{I \cdot w}{l} = \frac{14,6 \cdot 300}{35} = 125 \text{ а/см.}$$

Магнитная индукция для воздуха в практической системе единиц равна напряженности магнитного поля, умноженной на магнитную проницаемость  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}$  гн/см,

т. е.  $B = \mu_0 H = 4\pi \cdot 10^{-9} \cdot 125 = 1,57 \cdot 10^{-6}$  вб/см<sup>2</sup>,  
или, в гауссах,

$$B = 1,57 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 = 157 \text{ гс.}$$

Допуская приближенно, что магнитная индукция во всех точках поперечного сечения равна магнитной индукции на оси соле-

ноида, т. е. полагая, что поле внутри соленоида равномерно, получим

$$\Phi = B \cdot S = 157 \cdot 4 = 628 \text{ мкс} = 6,28 \cdot 10^{-8} \text{ вб.}$$

3,8. По длинному прямолинейному медному проводнику пропускается ток  $I = 100 \text{ а}$ .

Построить график распределения напряженности магнитного поля внутри и вне проводника, если радиус проводника  $r = 1,2 \text{ см}$ .

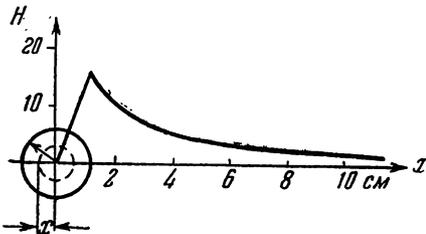
Решение.

Для определения  $H$  внутри проводника воспользуемся законом полного тока.

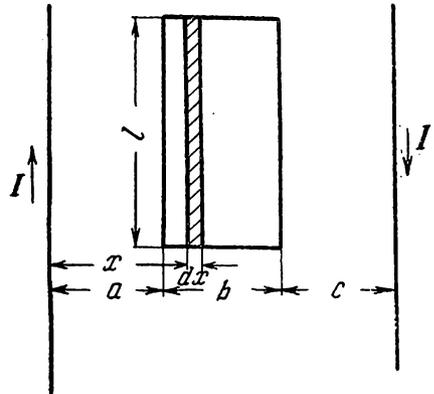
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \cdot \omega,$$

согласно которому линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутой линии определяется полным током, сцепленным с рассматриваемым замкнутым контуром.

В качестве контура интегрирования возьмем магнитную линию с радиусом  $x$  (см. пунктирную ли-



Фиг. 3,8



Фиг. 3,9

нию на фиг. 3,8). Напряженность поля  $H$  во всех точках этой линии постоянна, а полный ток

$$I_x = \frac{I}{\pi r^2} \cdot \pi x^2 = \frac{I x^2}{r^2}.$$

Тогда

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint H \cdot dl_x = \int_0^{2\pi x} H dl_x = H \cdot 2\pi x = I_x,$$

откуда

$$H = \frac{I_x}{2\pi x} = \frac{I \cdot x^2}{2\pi x r^2} = \frac{I}{2\pi r^2} \cdot x = \frac{100}{2\pi \cdot 1,2^2} \cdot x = 11,1 \cdot x \text{ а/см} = 13,9 x \text{ э.}$$

Для точек, лежащих вне проводника,

$$H_{\text{вне}} = \frac{I}{2\pi \cdot x} = \frac{100}{2\pi \cdot x} \approx \frac{16}{x} \text{ а/см} = \frac{20}{x} \text{ э.}$$

По полученным уравнениям определяется  $H$  для ряда точек внутри и вне проводника и строится график (фиг. 3,8).

3,9. Двухпроводная линия и прямоугольная рамка лежат в одной плоскости (фиг. 3,9).

Определить поток, пронизывающий рамку, если  $a=b=c=10 \text{ см}$ ,  $l=10 \text{ м}$ ,  $I=100 \text{ а}$ .

Решение.

Магнитное поле линии будет неоднородным, поэтому выделим внутри рамки площадку  $ds = l dx$  и определим пронизывающий ее магнитный поток, создаваемый током левого проводника:

$$d\Phi_1 = B_1 \cdot l \cdot dx = \mu_0 \frac{I}{2\pi x} \cdot l \cdot dx.$$

Магнитный поток внутри всей рамки от тока одного левого проводника:

$$\Phi_1 = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I \cdot l \cdot dx}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \cdot \ln \frac{a+b}{a}.$$

Аналогично магнитный поток от правого проводника:

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \cdot \ln \frac{b+c}{c}.$$

Общий магнитный поток равен сумме магнитных потоков:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\mu_0 I \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(a+b) \cdot (b+c)}{a \cdot b} = \\ &= \frac{4\pi \cdot 10^{-9}}{2\pi} \cdot 100 \cdot 10 \cdot 100 \cdot \ln 4 = 2,77 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 27700 \text{ мкс.} \end{aligned}$$

3,10. В условиях предыдущей задачи определить магнитный поток, сцепленный с рамкой, если в одном из проводников изменится направление тока.

Ответ. Магнитный поток равен нулю.

3,11. По медной трубе с радиусами  $r=1 \text{ см}$  и  $R=2 \text{ см}$  проходит ток  $I=62,8 \text{ а}$ .

Построить кривые распределения напряженности магнитного поля внутри трубы, по сечению трубы и вне трубы.

Ответ.  $H = 0$  при  $0 < x < r$ ;

$$H = 3,33 \left( x - \frac{r^2}{x} \right) \text{ а/см при } r < x \leq R;$$

$$H = \frac{10}{x} \text{ а/см при } x \geq R.$$

3,12. По двухпроводной линии, выполненной из медных проводов с радиусом  $r_0 = 0,6 \text{ см}$ , пропускается ток  $I = 300 \text{ а}$ .

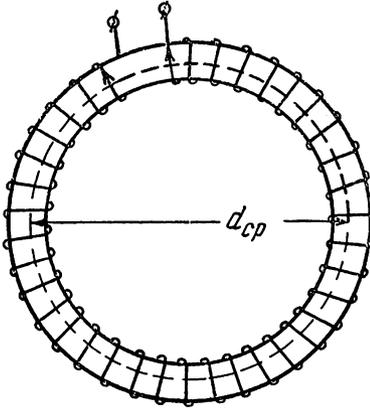
Определить магнитный поток 1 км линии при расстоянии между проводами  $d = 1,2 \text{ м}$ .

Ответ. Магнитный поток внутри обоих проводов

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot l}{4\pi} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 30 \cdot 10^5 \text{ мкс.}$$

Магнитный поток между проводами

$$\Phi_2 = 63,16 \text{ вб} = 6316 \cdot 10^6 \text{ мкс.}$$



Фиг. 3,13

3,13. На стальное кольцо сечением  $S = 6 \text{ см}^2$  помещена обмотка, состоящая из  $w = 200$  равномерно распределенных витков (фиг. 3,13).

Определить ток в обмотке и магнитное сопротивление сердечника из литой стали, если магнитный поток кольца  $\Phi = 6 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 60 \text{ 000 мкс}$ . Средний диаметр кольца  $d_{cp} = 22 \text{ см}$ .

Решение.

Индукция магнитного поля во всех точках средней линии сердечника будет иметь одно и то же значение.

Так как толщина кольца мала по сравнению с его длиной, то можно принять индукцию магнитного поля одинаковой по сечению кольца.

По заданному потоку находим магнитную индукцию:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{6} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 10 \text{ 000 гс.}$$

Пользуясь кривой намагничивания (приложение 4 а), определяем соответствующее значение  $H$ :

$$H = 9,4 \text{ э или } H = 7,5 \text{ а/см.}$$

Зная  $H$  и  $l_{cp} = \pi \cdot d_{cp} = \pi \cdot 22 = 69 \text{ см}$ , на основании закона полного тока имеем

$$Iw = Hl_{cp} = 7,5 \cdot 69 = 517 \text{ а.}$$

Ток в обмотке

$$I = \frac{I\omega}{\omega} = \frac{517}{200} = 2,59 \text{ а.}$$

Относительная магнитная проницаемость

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{10\,000}{9,4} = 1065, \text{ а } \mu' = \mu_0 \mu = 1065 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-9} = 13,4 \cdot 10^{-6} \text{ гн/см.}$$

Магнитное сопротивление сердечника

$$R_m = \frac{l_{\text{ср}}}{\mu' S} = \frac{69}{13,4 \cdot 10^{-6} \cdot 6} = 0,86 \cdot 10^6 \text{ а/вб.}$$

**3,14.** Как изменятся ток и магнитное сопротивление сердечника в условиях предыдущей задачи (3,13), если стальное кольцо будет иметь воздушный зазор  $l_0 = 0,5 \text{ мм}$ ?

Решение.

Вследствие малой длины воздушного зазора магнитную индукцию в этом зазоре можно принять равной магнитной индукции сердечника:

$$B_0 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 10\,000 \text{ эс.}$$

Напряженность магнитного поля воздушного зазора

$$H_0 = 0,8 B_0 = 0,8 \cdot 10000 = 8000 \text{ а/см.}$$

Намагничивающую силу обмотки рассматриваемой неоднородной магнитной цепи определим, пользуясь законом полного тока:

$$I\omega = H_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}} + H_0 \cdot l_0 = 7,5 \cdot 68,95 + 8000 \cdot 0,05 = 516 + 400 = 916 \text{ а.}$$

Ток в обмотке

$$I = \frac{I\omega}{\omega} = \frac{916}{200} = 4,58 \text{ а.}$$

Магнитное сопротивление воздушного зазора

$$R_0 = \frac{l_0}{\mu_0 S} = \frac{0,05}{4\pi \cdot 10^{-9} \cdot 6} = 0,665 \cdot 10^6 \text{ а/вб.}$$

Общее сопротивление магнитной цепи

$$R = R_0 + R_{\text{ст}} = 0,665 \cdot 10^6 + 0,86 \cdot 10^6 = 1,525 \cdot 10^6 \text{ а/вб.}$$

**3,15.** В стальном сердечнике (фиг. 3,15) требуется возбудить магнитный поток  $\Phi = 3 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 300\,000 \text{ мкс}$ . Определить число витков обмотки, если величина тока  $I = 5 \text{ а}$  и размеры сердечника заданы в сантиметрах.

Потоком рассеяния катушки пренебрегаем.

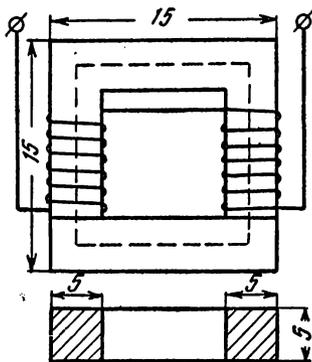
Ответ.  $\omega = 100$  витков.

3,16. Сколько витков необходимо намотать дополнительно на сердечник предыдущей задачи (3,15), если учесть немагнитные прокладки по 0,1 мм в месте прилегания нижнего ярма?

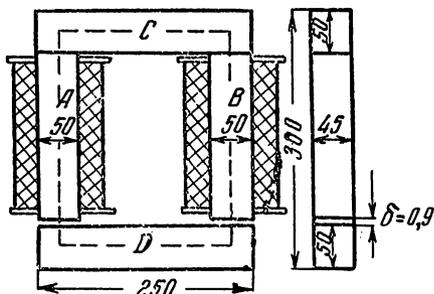
Ответ. 38 витков.

3,17. В воздушном зазоре магнитной цепи (фиг. 3,17) возбуждается магнитный поток, равный  $\Phi = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 175\,000 \text{ мкс}$ .

Верхняя часть *C* сердечника магнитопровода выполнена из электротехнической стали Э1А, нижняя *D* — из чугуна, а вертикальные стержни *A* и *B* изготовлены из литой стали. Обмотка катушки



Фиг. 3,15



Фиг. 3,17

расположена на вертикальных стержнях и имеет 2915 витков. Определить ток в обмотке. Размеры цепи указаны в миллиметрах. Поток рассеяния пренебречь.

Ответ.  $I \approx 1 \text{ а}$ .

3,18. В условиях предыдущей задачи определить величину силы, с которой притягивается нижнее чугунное ярмо.

Решение.

Магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B_0 = \frac{\Phi}{S} = \frac{1,75 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 4,5} = 0,78 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 7800 \text{ гс}.$$

Суммарная сила притяжения ярма электромагнитом равна

$$f = 2 \frac{B^2 S}{2\mu_0} = 2 \frac{7800^2 \cdot 10^{-16} \cdot 5 \cdot 4,5}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-9}} = \frac{7,8^2 \cdot 22,5}{40 \cdot \pi} = 10,9 \text{ дж/см} = 111 \text{ кг}.$$

3,19. Подковообразный стальной электромагнит, имеющий круглое поперечное сечение  $S = 8 \text{ см}^2$ , должен притягивать стальной якорь весом 100 кг. Между концами сердечника электромагнита и

якорем имеются воздушные зазоры по 0,5 мм. Длина средней индукционной линии в сердечнике электромагнита — 34 см и в якоре — 14 см.

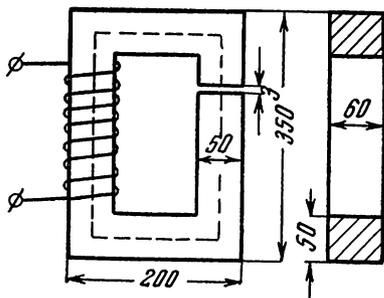
Найти намагничивающую силу обмотки электромагнита, если коэффициент запаса подъемной силы  $k = 1,5$ .

Примечание. При расчете принять, что магнитный поток в якоре имеет такую же площадь поперечного сечения, как и в сердечнике. Поток рассеяния катушки пренебречь.

Ответ. 3040 а.

3,20. Магнитопровод, показанный на фиг. 3,20а, собран из листовой электротехнической стали Э1А, причем отдельные листы изолированы друг от друга бумагой так, что сечение изолирующего слоя составляет 10% всего поперечного сечения сердечника. Размеры на чертеже указаны в миллиметрах.

Найти магнитный поток сердечника, если намагничивающая сила обмотки  $Iw = 3600$  а. Поток рассеяния пренебречь.



Фиг. 3,20а

Решение.

На основании закона полного тока для заданной магнитной цепи составим одно уравнение  $Iw = H_{ст} l_{ст} + H_0 l_0$  с двумя неизвестными величинами  $H_{ст}$  и  $H_0$ . Вследствие нелинейной зависимости между  $B$  и  $H$  не представляется возможным аналитически свести полученное уравнение к уравнению с одним неизвестным. Эту задачу решим графоаналитическим методом.

Задаем произвольным значением магнитного потока в зазоре, например,  $\Phi_0 = 2,16 \cdot 10^{-3}$  вб = 216 000 мкс, и определим соответствующее этому потоку значение магнитной индукции на отдельных участках цепи:

$$B_0 = B_{ст} = \frac{\Phi_0}{S_{ст}} = \frac{2,16 \cdot 10^{-3}}{0,9 \cdot 5 \cdot 6} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ вб/см}^2 = 8000 \text{ гс.}$$

По полученным значениям магнитной индукции, пользуясь кривой намагничивания, находим напряженность поля для соответствующих участков магнитной цепи:

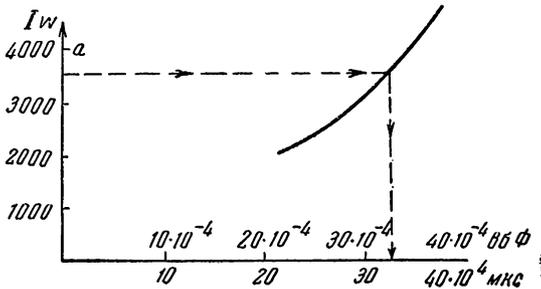
$$H_{ст} = 1,5 \text{ а/см} \text{ и } H_0 = 0,8 \cdot B_0 = 0,8 \cdot 8000 = 6400 \text{ а/см.}$$

Намагничивающая сила будет равна

$$W = H_{ст} l_{ст} + H_0 l_0 = 1,5 \cdot 89,7 + 6400 \cdot 0,3 = 2055 \text{ а.}$$

Полученное значение намагничивающей силы показывает, что действительный магнитный поток будет больше выбранного нами (216 000 мкс).

Проводя аналогичные расчеты для других значений потока, строим кривую зависимости намагничивающей силы от потока



Фиг. 3,20б

(фиг. 3,20б). Пользуясь этой кривой, находим по заданной намагничивающей силе магнитный поток  $\Phi = 3,24 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 324\,000 \text{ мкс}$ .

Примечание. Для построения кривой зависимости намагничивающей силы от магнитного потока (фиг. 3,20б) рекомендуется найти первую точку кривой, приняв магнитное сопротивление стального сердечника равным нулю. В этом случае из приближенного уравнения

$$Iw = H_0 l_0 = 0,8 B_0 l_0$$

определяется  $B_0$ , а затем и  $\Phi_0$ . После этого следует задаваться меньшими значениями магнитного потока.

3,21. Рассчитать катушку магнитопровода (фиг. 3,21), выполненного из листовой стали марки Э3А, если магнитная индукция крайнего правого стержня  $B = 1,53 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 15\,300 \text{ гс}$ ; размеры магнитопровода указаны на чертеже в сантиметрах. Напряжение на зажимах катушки равно 24 в. Рассеянием пренебрегаем.

Решение.

Данная магнитная цепь вполне симметрична, поэтому магнитный поток, создаваемый намагничивающей силой катушки, разветвляется на два равных потока. Следовательно, расчет этой цепи можно вести только по одной половине магнитопровода.

Проведем среднюю магнитную линию в правой половине магнитопровода (см. пунктирную линию) и разобьем полученную магнитную цепь на два участка. Первый участок (верхнее ярмо — правый стержень — нижнее ярмо) имеет длину  $l_1 = 41,5 \text{ см}$ , а магнитная индукция в нем  $B_1 = 1,53 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 15\,300 \text{ гс}$ . Длина второго участка (средний стержень)  $l_2 = 14 \text{ см}$ , а магнитная индукция в этом стержне

$$B_2 = \frac{B_1 \cdot 2}{2,5} = \frac{1,53 \cdot 10^{-4} \cdot 2}{2,5} = 1,22 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см} = 12\,200 \text{ гс.}$$

По кривым намагничивания находим (для указанных значений индукции)

$$H_1 = 24,7 \text{ а/см} \quad \text{и} \quad H_2 = 5 \text{ а/см.}$$

Следовательно, намагничивающая сила

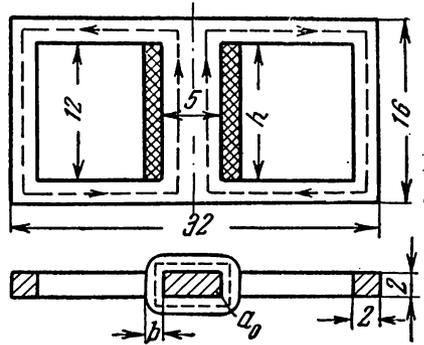
$$I\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 24,7 \cdot 41,5 + 5 \cdot 14 = 1094 \text{ а.}$$

По известным величинам приложенного напряжения  $U$ , плотности тока  $\delta$  и намагничивающей силе  $I\omega$  определим длину  $l$  проволоки этой обмотки:

$$l = \frac{rS}{\rho} = \frac{U}{I} \cdot \frac{S}{\rho} = \frac{U}{\delta \cdot \rho}.$$

Принимая плотность тока равной  $2 \text{ а/мм}^2$ , получим

$$l = \frac{24 \cdot 57}{2} = 685 \text{ м.}$$



Фиг. 3,21

Предположим, что полезная высота катушки без каркаса  $h = 11 \text{ см}$  и полезная толщина катушки  $b$ . Обозначим через  $d$  диаметр провода без изоляции и через  $d_1$  — диаметр провода с изоляцией. Каждая проволока в сечении занимает площадь, соответствующую квадрату со стороной  $d_1$ . Число витков можно выразить через размеры катушки и провода:

$$\omega = \frac{h \cdot b}{d_1^2} = \frac{hb}{k^2 \cdot d^2},$$

где  $k$  — коэффициент, указывающий, во сколько раз  $d_1$  больше  $d$ .

Задаваясь значением  $k = 1,4$  и используя уравнение

$$I\omega = \frac{\delta \cdot \pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h \cdot b}{k^2 \cdot d^2},$$

определяем толщину катушки  $b$ :

$$b = \frac{4k^2 \cdot I\omega}{\delta \cdot \pi \cdot h} = \frac{4 \cdot 1,4^2 \cdot 1150}{\pi \cdot 110 \cdot 2} = 13 \text{ мм.}$$

Предположим, что толщина стенок каркаса  $a_0 = 4 \text{ мм}$ , тогда средняя длина витка может быть определена как сумма двух от-

резков  $(5 + 2a_0)$ , двух отрезков  $(2 + 2a_0)$  и четырех дуг, каждая из которых равна  $\frac{1}{4}$  окружности с радиусом равным  $b/2$ :

$$l_{\text{ср}} = 2(5 + 2a_0) + 2(2 + 2a_0) + 4 \frac{2\pi \cdot \frac{1}{2} b}{4}$$

или

$$l_{\text{ср}} = 2(5 + 0,8) + 2(2 + 0,8) + 3,14 \cdot 1,3 = 21,3 \text{ см.}$$

Число витков катушки:

$$w = \frac{l}{l_{\text{ср}}} = \frac{68500}{21,3} = 3216.$$

Величина тока

$$I = \frac{Iw}{w} = \frac{1094}{3216} = 0,34 \text{ а.}$$

Поперечное сечение проводников, составляющих данную обмотку:

$$S = \frac{I}{\delta} = \frac{0,34}{2} = 0,17 \text{ мм}^2.$$

Берем ближайшее стандартное сечение  $S = 0,188 \text{ мм}^2$  (диаметр 0,49).

Тогда плотность тока будет равна

$$\delta = \frac{0,34}{0,188} = 1,81 \text{ а/мм}^2,$$

т. е. несколько меньше той, которой мы задавались, так что выбранная проволока вполне приемлема.

По ГОСТ принимаем толщину изоляции провода типа ПБД равной 0,22 мм. Следовательно, диаметр провода с изоляцией  $d_1 = 0,71 \text{ мм}$ .

Найдем теперь высоту катушки  $h$ :

$$h = w' \cdot d_1,$$

где  $w'$  — число витков в одном слое.

Но  $w' = \frac{w}{n}$ , где  $n$  — число слоев.

Итак, число слоев

$$n = \frac{13,0}{0,71} \approx 19;$$

число витков в одном слое:

$$w' = \frac{3216}{19} = 169$$

и высота катушки

$$h = 169 \cdot 0,07 = 11,8 \text{ см.}$$

Высота катушки получилась немного более той, которой мы задавались вначале (11,8, а не 11); однако эта высота вполне

соответствует размерам, указанным на фиг. 3,21. Поэтому примем такие размеры катушки:

$$b = 1,3 \text{ см и } h = 11,8 \text{ см.}$$

Конечно, можно было бы уменьшить высоту катушки за счет увеличения ее толщины. В таком случае пришлось бы найти новое значение  $b$  по заданному размеру  $h$ .

Подсчитаем поверхность охлаждения катушки:

$$S_1 = [(5 + 2a_0) 2 + (2 + 2a_0) 2 + 2\pi b] \cdot h.$$

В этом выражении слагаемое  $2\pi b$  определяет собой длину четырех дуг с радиусами угловых закруглений катушки равными  $b$ , причем длина каждой дуги принята равной четверти окружности:

$$S_1 = [(5 + 0,8) \cdot 2 + (2 + 0,8) \cdot 2 + 8,18] \cdot 11,8 = 307 \text{ см}^2.$$

Мощность, потребляемая катушкой,

$$P = U \cdot I = 24 \cdot 0,36 = 8,64 \text{ вт.}$$

Следовательно, на единицу мощности получается поверхность охлаждения

$$S_0 = \frac{307}{8,64} = 35,6 \text{ см}^2/\text{вт.}$$

3,22 \*. На фиг. 3,22 изображена магнитная цепь многополюсной машины постоянного тока.

Найти намагничивающую силу обмотки полюсов этой машины, если магнитный поток, возбуждаемый каждым полюсом в воздушном зазоре машины,  $\Phi = 7,96 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 7,96 \cdot 10^8 \text{ макс}$ , а геометрические размеры ее согласно обозначениям, принятым на фиг. 3,22, следующие:

$$\begin{aligned} d_0 &= 183 \text{ см}; & l_a &= 41,5 \text{ см}; & h_a &= 16,4 \text{ см}; \\ h_z &= 4 \text{ см}; & \delta &= 0,65 \text{ см}; & h_m &= 30 \text{ см}; \\ b_m &= 23 \text{ см}; & l_j &= 65 \text{ см}; & b_j &= 15,1 \text{ см}. \end{aligned}$$

Станина машины изготовлена из литой стали, а полюсы и якорь набраны из листовой стали Э1А толщиной 0,5 мм.

Осевые размеры полюсов, якоря и станины считаем одинаковыми и равными  $l = 33 \text{ см}$ . Коэффициент рассеяния магнитного потока полюса  $\sigma = 1,17$ . Полюсной дуге соответствует центральный угол  $\gamma = 18^\circ$ .

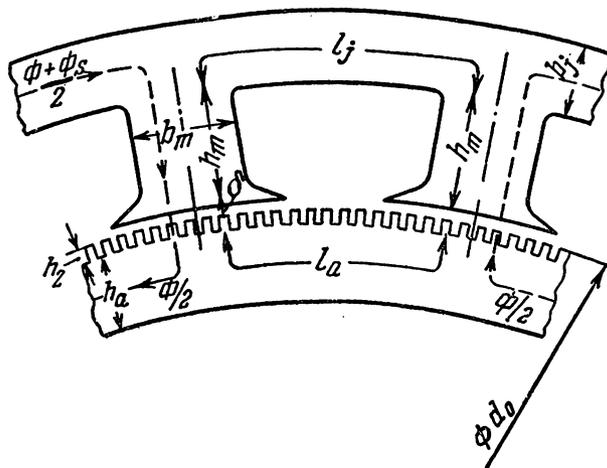
Число пазов—200, глубина паза—4 см, а ширина его  $b_n = 1,23 \text{ см}$ .

Решение.

Вследствие рассеяния магнитных линий величина магнитного потока в различных поперечных сечениях полюса будет различна.

Однако для упрощения будем считать, что магнитный поток на протяжении полюса остается постоянным, т. е. что весь поток рассеяния  $\Phi_s$  проходит между наконечниками полюсов.

Так как магнитная цепь машины симметрична, то ее можно разбить на две основные части. Магнитный поток в первой части, состоящей из двух воздушных зазоров, двойного пути в зубцах и пути в теле якоря, будет равен половине полезного потока, вступающего из полюса в якорь. На протяжении второй части



Фиг. 3,22

цепи, состоящей из двух сердечников полюсов и из пути в станине, кроме половины полезного потока, проходит еще и половина потока рассеяния.

Для определения магнитной индукции в воздухе  $B_0$  необходимо знать сечение  $S_0$  междужелезного пространства под полюсом, по которому проходит магнитный поток. Так как сечение неодинаково в местах выхода магнитных линий из полюса и входа в якорь, то для расчета возьмем среднее сечение, равное произведению из длины дуги, проходящей через середину междужелезного пространства  $b_{ср}$ , и длины якоря  $l$ :

$$S_{0cp} = l \cdot b_{cp} = l \frac{(d_0 + \delta) \pi}{360} \cdot 18 = 33 \frac{(183 + 0,65)}{360} \cdot \pi \cdot 18 = 950 \text{ см}^2.$$

Магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B_0 = \frac{\Phi}{S_{0cp}} = \frac{7,96 \cdot 10^{-2}}{950} = 0,84 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 8400 \text{ гс}.$$

Для определения магнитной индукции в зубцах якоря найдем число зубцов, расположенных на полюсной дуге:

$$z_p = \frac{200}{360} \cdot 18 = 10.$$

Средняя ширина 200 зубцов якоря

$$b_{cp} = \pi (d_0 - h_z) - z b_n = \pi (183 - 4) - 200 \cdot 1,23 = 317 \text{ см.}$$

Ширина одного зубца

$$b_{1cp} = \frac{317}{200} = 1,585 \text{ см.}$$

Найдем среднее сечение 10 зубцов, через которые поток вступает в тело якоря, с учетом изоляции между листами:

$$S_{cpz} = 10 \cdot 0,9 \cdot b_{1cp} \cdot l = 10 \cdot 0,9 \cdot 1,585 \cdot 33 = 470 \text{ см}^2.$$

Магнитная индукция в зубцах приблизительно может быть определена так:

$$B_z = \frac{\Phi}{S_{cpz}} = \frac{7,96 \cdot 10^{-2}}{470} \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 \approx 17 \text{ 000 гс.}$$

Магнитная индукция в теле якоря

$$B_a = \frac{\Phi}{2 \cdot S_a} = \frac{\Phi}{2 \cdot 0,9 \cdot h_{al}} = \frac{7,96 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 0,9 \cdot 16,4 \cdot 33} \approx 0,82 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 8200 \text{ гс.}$$

Магнитная индукция в полюсах

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S_m} = \frac{\Phi_m}{0,9 \cdot b_m l} = \frac{1,17 \cdot 7,96 \cdot 10^{-2}}{0,9 \cdot 23 \cdot 33} = 1,36 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 13 \text{ 600 гс.}$$

Магнитная индукция в станине

$$B_j = \frac{\Phi_m}{2 \cdot S_j} = \frac{\Phi_m}{2 \cdot b_j \cdot l} = \frac{1,17 \cdot 7,96 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 15,1 \cdot 33} = 0,935 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 9350 \text{ гс.}$$

Пользуясь кривыми намагничивания для различных материалов, найдем напряженности поля и магнитные напряжения, необходимые для намагничивания отдельных участков цепи и всей цепи в целом. Результаты сводим в следующую таблицу:

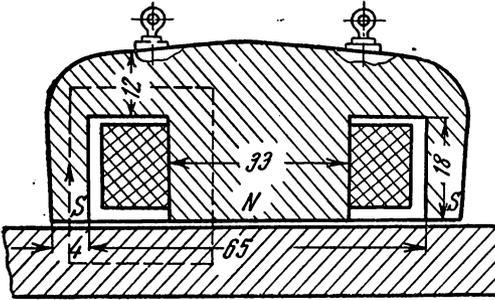
Участок	Воздушные зазоры	Зубцы	Тело якоря	Полюсы	Станина
Длина участка, см . . .	$2 \cdot 0,65 \cdot 1,2 = 1,56^*$	8	41,5	30	65
Напряженность поля, а/см	6720	65	1,6	7	6,6
Магнитное напряжение $H_{уч} \cdot l_{уч}$ , а . . . . .	10480	520	66,5	210	429

\* Коэффициент 1,2 учитывает увеличение воздушного зазора, вызванное наличием пазов,

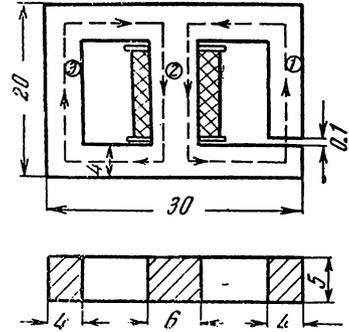
Намагничивающая сила двух полюсов равна сумме намагничивающих сил отдельных участков, т. е.

$$Iw = 10480 + 520 + 66,5 + 210 + 429 \approx 11705 \text{ а.}$$

3,23. Определить намагничивающую силу катушки круглого подъемного электромагнита со стальным сердечником (фиг. 323), если он должен поднимать чугунные плиты весом до 2500 кг.



Фиг. 3,23



Фиг. 3,24

При расчете учесть, что вследствие неровности поверхности плит между сердечником электромагнита и плитой образуется воздушный зазор в 0,5 мм.

Размеры электромагнита указаны в сантиметрах.

Ответ.  $Iw = 1900 \text{ а.}$

3,24. Катушка из 265 витков расположена на среднем стержне магнитопровода (фиг. 3,24), изготовленного из стали Э1А.

Определить, какой надо пропустить по катушке ток, чтобы в правом стержне магнитопровода возбуждался поток  $\Phi_1 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 160000 \text{ макс.}$  Рассеяние потока не учитывать.

Решение.

Разветвленная несимметричная цепь магнитопровода может быть разбита на четыре участка, имеющих следующие длины средних индукционных линий:

$$l_0 = 0,1 \text{ см; } l_1 = 41,9 \text{ см; } l_2 = 16 \text{ см; } l_3 = 42 \text{ см.}$$

Площади поперечного сечения отдельных участков равны:

$$S_0 = S_1 = S_3 = 4 \cdot 5 = 20 \text{ см}^2; \quad S_2 = 6 \cdot 5 = 30 \text{ см}^2.$$

По заданному магнитному потоку определяем магнитную индукцию в воздушном зазоре и в первом участке цепи:

$$B_0 = B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{20} = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 8000 \text{ гс.}$$

Напряженности поля

$$H_0 = 6400 \text{ а/см} \text{ и } H_1 = 1,5 \text{ а/см.}$$

Чтобы найти напряженность магнитного поля участка 3, рассмотрим внешний контур магнитной цепи и, пользуясь вторым законом Кирхгофа для магнитной цепи, напишем для этого контура следующее уравнение:

$$-H_3 \cdot l_3 + H_1 \cdot l_1 + H_0 l_0 = 0,$$

откуда

$$H_3 = \frac{H_1 l_1 + H_0 l_0}{l_3} = \frac{1,5 \cdot 41,9 + 6400 \cdot 0,1}{42} = 16,8 \text{ а/см}^2.$$

По кривой намагничивания находим магнитную индукцию

$$B_3 = 1,52 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 15 \text{ 200 гс}$$

и магнитный поток

$$\Phi_3 = B_3 S_3 = 1,52 \cdot 10^{-4} \cdot 20 = 3,04 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 304 \text{ 000 мкс.}$$

Магнитный поток на втором участке равен сумме потоков первого и второго участков, т. е.

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = 1,6 \cdot 10^{-3} + 3,04 \cdot 10^{-3} = 4,64 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 464 \text{ 000 мкс.}$$

Магнитная индукция и напряженность магнитного поля на втором участке будут соответственно равны:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{4,64 \cdot 10^{-3}}{30} = 1,55 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 15 \text{ 500 гс}$$

и

$$H_2 = 20 \text{ а/см.}$$

Для контура, состоящего из второго и третьего участков, находим намагничивающую силу:

$$Iw = H_2 l_2 + H_3 l_3 = 20 \cdot 16 + 16,8 \cdot 42 = 1025 \text{ а.}$$

Ток в катушке будет равен

$$I = \frac{I \cdot w}{w} = \frac{1025}{265} = 3,9 \text{ а.}$$

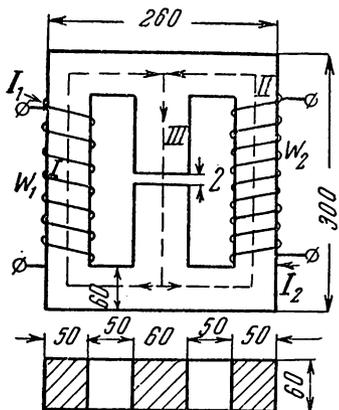
3,25. В условиях предыдущей задачи определить ток в обмотке, если зазор в первом стержне равен нулю.

Ответ.  $I = 0,38 \text{ а.}$

3,26. Решить задачу 3,24 для случая, когда сечения всех стержней магнитопровода равны  $S_1 = S_2 = S_3 = 20 \text{ см}^2$ , воздушные зазоры отсутствуют, обмотка расположена на третьем участке, а магнитная индукция в среднем стержне  $B_2 = 8500 \text{ гс.}$

Ответ.  $I = \approx 0,58 \text{ а.}$

3,27\*. Магнитопровод из литой стали (фиг. 3,27а) имеет две катушки с токами  $I_1 = 10$  а и  $I_2 = 20$  а. Первая катушка состоит из 200 витков, а вторая из 218 витков. Направления токов указаны на рисунке стрелками. Размеры магнитопровода даны в миллиметрах.



Фиг. 3,27а

Найти распределение потоков в сердечниках. Потоками рассеяния пренебречь.

Решение.

Из геометрических размеров магнитопровода определяем длины средних магнитных линий отдельных участков и поперечные сечения сердечников:

$$l_1 = l_2 = 46 \text{ см}; \quad l_0 = 0,2 \text{ см}; \\ l_3 = 24,8 \text{ см}; \quad S_1 = S_2 = 5 \cdot 6 = 30 \text{ см}^2; \\ S_3 = S_0 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ см}^2.$$

Выбираем произвольные направления магнитных потоков. На основании первого и второго законов Кирхгофа для магнитной цепи имеем следующие три уравнения:

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2; \\ I_1 w_1 = H_1 l_1 + H_3 l_3 + H_0 l_0 = H_1 l_1 + U_{3m}; \\ I_2 w_2 = H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_0 l_0 = H_2 l_2 + U_{3m},$$

где

$$U_{3m} = H_0 l_0 + H_3 l_3.$$

Зависимость между  $\Phi$  и  $H$  не может быть выражена аналитически, поэтому решим полученную систему уравнений графическим путем. Для этого прежде всего строим кривые зависимости магнитных потоков в стержнях от магнитного напряжения  $U_{3m}$ . Задавая величиной магнитных потоков в пределах от  $150 \cdot 10^{-5}$  до  $510 \cdot 10^{-5}$  вб, находим индукцию в различных стержнях, а затем по кривой намагничивания определяем  $H$ . По известным значениям  $H$  находим падения магнитных потенциалов на участках для различных магнитных потоков. Результаты вычислений сводим в таблицу.

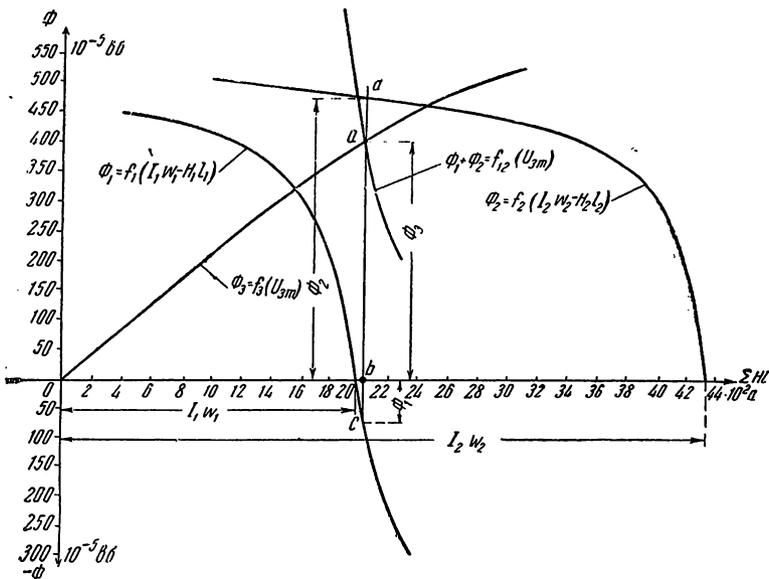
По данным таблицы (см. стр. 75) строим кривые:

$$\Phi_1 = f_1(I_1 w_1 - H_1 l_1); \quad \Phi_2 = f_2(I_2 w_2 - H_2 l_2); \quad \Phi_3 = f_3(H_0 l_0 + H_3 l_3)$$

(фиг. 3,27б), где  $I_1 w_1 - H_1 l_1 = I_2 w_2 - H_2 l_2 = H_0 l_0 + H_3 l_3 = U_{3m}$  есть магнитное напряжение на третьем участке. Так как значения магнитных потоков должны удовлетворять уравнению  $\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3$ , то строим еще одну вспомогательную кривую  $\Phi_1 + \Phi_2 = f_{12}(U_{3m})$ . Для этого суммируем ординаты кривых  $\Phi_1 = f_1(U_{3m})$  и  $\Phi_2 = f_2(U_{3m})$  для одних и тех же значений магнитного напряжения  $U_{3m}$ . Орди-

$\Phi$ , вб	$B_1 = B_2 = \frac{\Phi}{S_1}$ , вб/см <sup>2</sup>	$H_1 = H_2$ , а/см	$H_1 l_1$ , а	$I_1 \omega_1 - H_1 l_1$ , а	$I_2 \omega_2 - H_2 l_2$ , а	$B_3 = \frac{\Phi}{S_3}$ , вб/см <sup>2</sup>	$H_0 = 0,8 B_3$ , а/см	$H_3$ , а/см	$H_0 l_0$ , а	$H_3 l_3$ , а	$H_0 l_0 + H_3 l_3$ , а
$150 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	2,3	106	1894	4254	$4,17 \cdot 10^{-5}$	3340	1,6	668	39,7	708
$210 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$	4	184	1816	4176	$5,84 \cdot 10^{-5}$	4670	2,9	934	72	1006
$240 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$	5	230	1770	4130	$6,66 \cdot 10^{-5}$	5530	3,6	1066	89,2	1155
$300 \cdot 10^{-5}$	$10 \cdot 10^{-5}$	7,5	345	1655	4015	$8,34 \cdot 10^{-5}$	6670	5,4	1334	134	1468
$360 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-5}$	12,5	575	1425	3785	$10 \cdot 10^{-5}$	8000	7,5	1600	186	1786
$390 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^{-5}$	16,7	770	1230	3560	$10,8 \cdot 10^{-5}$	8650	9,4	1730	233	1963
$450 \cdot 10^{-5}$	$15 \cdot 10^{-5}$	35	1610	390	2750	$12,5 \cdot 10^{-5}$	10000	14,5	2000	360	2360
$510 \cdot 10^{-5}$	$17 \cdot 10^{-5}$	73	3360	-1360	1000	$14,15 \cdot 10^{-5}$	11320	26	2264	645	2909

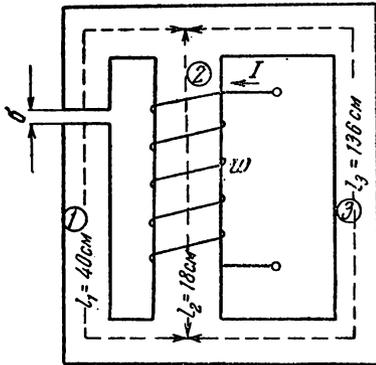
ната точки  $a$  пересечения кривой  $\Phi_1 + \Phi_2 = f_{12}(U_{3m})$  с кривой  $\Phi_3 = f(U_{3m})$  определяет величину потока  $\Phi_3$ , так как для этой



Фиг. 3,276

точки справедливы все уравнения, определяющие магнитное состояние данной магнитной цепи, т. е.  $I_1 \omega_1 - H_1 l_1 = I_2 \omega_2 - H_2 l_2 = H_0 l_0 + H_3 l_3$  и  $\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2$ .

Чтобы найти потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , проведем через точку  $a$  прямую, параллельную оси ординат до пересечения с кривыми  $\Phi_1 = f_1(I_1\omega_1 - H_1l_1)$ , и  $\Phi_2 = f_2(I_2\omega_2 - H_2l_2)$ ; получим отрезки  $bc$  и  $bd$ , определяющие в некотором масштабе соответственно потоки,  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ . Отметим, что выбранное нами положительное направление для потока  $\Phi_1$  не совпадает с действительным направлением потока в этом стержне, так как его значение получилось отрицательным. Таким образом, из графических построений (фиг. 3,27) имеем численные значения потоков в стержнях  $\Phi_1 = 70 \cdot 10^{-5}$  вб,  $\Phi_2 = 475 \cdot 10^{-5}$  вб и  $\Phi_3 = 405 \cdot 10^{-5}$  вб.



Фиг. 3,28

3,28\*. На фиг. 3,28 показан магнитопровод с обмоткой на среднем стержне и с воздушным зазором в левом стержне. Сердечник изготовлен из литой стали. Число витков обмотки  $w = 181$ , ток  $I = 10$  а, сечение первого (левого) стержня  $S_1 = 5$  см<sup>2</sup>, сечение среднего стержня  $S_2 = 8,4$  см<sup>2</sup> и крайнего правого  $S_3 = 5,5$  см<sup>2</sup>; длина воздушного зазора  $\sigma = 0,1$  см.

Определить потоки в стержнях если кривая намагничивания стали задана следующей таблицей:

$B$ , вб/см <sup>2</sup>	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-5}$	$10 \cdot 10^{-5}$	$11 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^{-5}$	$14 \cdot 10^{-5}$	$15 \cdot 10^{-5}$	$16 \cdot 10^{-5}$
$H$ , а/см	1,36	1,65	2	2,45	2,95	3,5	4,1	4,95	6	7,55	10	13	18,2	25	40

Ответ.  $\Phi_1 = 60 \cdot 10^{-5}$  вб = 60 кмкс.

$\Phi_2 = 126 \cdot 10^{-5}$  вб = 126 кмкс.

$\Phi_3 = 66 \cdot 10^{-5}$  вб = 66 кмкс.

3,29. Определить силу, действующую на прямолинейный проводник с током  $I = 10$  а, помещенный в однородное магнитное поле  $B = 1 \cdot 10^{-4}$  вб/см<sup>2</sup> = 10 000 гс, если длина проводника  $l = 1$  м и угол между направлением магнитных линий поля и тока проводника  $\alpha = \pi/2$ .

Решение.

Подставляя в формулу  $F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha$  численные значения входящих в нее величин, получим:

$$F = 10 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 0,1 \text{ дж/см} = 1,02 \text{ кг.}$$

3,30. Решить предыдущую задачу для случая, когда угол  $\alpha = 45^\circ$ .

Ответ.  $F = 0,071 \text{ дж/см} = 0,723 \text{ кг.}$

3,31. По двум параллельным цилиндрическим проводам двухпроводной линии пропускаются равные по величине, но противоположно направленные токи  $I_1 = I_2 = 400 \text{ а}$ . Расстояние между осями проводов  $d = 30 \text{ см}$ .

Найти величину и направление силы, действующей на 10 м длины каждого из этих проводов.

Решение.

Определим индукцию  $B_1$  магнитного поля, создаваемого током  $I_1$  на оси второго проводника:

$$B_1 = \frac{I}{2\pi d} \mu_0 = \frac{0,4\pi \cdot 10^{-8} \cdot 400}{2\pi \cdot 30} = 2,66 \cdot 10^{-8} \text{ вб/см}^2 = 2,66 \text{ гс.}$$

Так как вектор индукции составляет со вторым проводником угол  $\alpha = \pi/2$ , то величина силы, действующей на этот проводник

$$F_2 = I_2 l B_1 = 400 \cdot 10^3 \cdot 2,66 \cdot 10^{-8} = 10,64 \cdot 10^{-3} \text{ дж/см} = 0,11 \text{ кг.}$$

Направление силы, действующей на проводник, определяется по правилу левой руки.

С такой же силой поле второго проводника действует на первый провод.

3,32. От распределительного щита к установке постоянного тока двумя медными параллельными проводами проложена проводка длиной  $l = 50 \text{ м}$ .

Провода укреплены на изоляторах, расположенных на расстоянии 90 см один от другого. Напряжение между проводами у щита 220 в. Сечение проводов  $S = 35 \text{ мм}^2$  и расстояние между проводами  $a = 9 \text{ см}$ .

Найти силу давления на изоляторы при коротком замыкании на зажимах потребителя.

Ответ.  $F = 0,386 \text{ дж/см} = 3,94 \text{ кг.}$

3,33. В вершинах  $A$ ,  $B$  и  $C$  прямоугольного треугольника с катетами  $AB = 6 \text{ см}$  и  $BC = 8 \text{ см}$  расположены три параллельных прямых проводника с токами  $I_A = I_B = 4000 \text{ а}$  и  $I_C = 8000 \text{ а}$ .

Найти величину и направление силы, действующей на 1 м длины провода, расположенного в вершине прямого угла  $B$ , если ток  $I_B$  имеет направление, прямо противоположное направлению токов  $I_A$  и  $I_C$ .

Ответ.  $F = 0,96 \text{ дж/см} = 9,8 \text{ кг}$ .

3,34. Прямолинейный проводник длиной  $l = 1 \text{ м}$  с током  $I = 100 \text{ а}$  перемещается в однородном поле  $B = 1 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 10\,000 \text{ гс}$  с равномерной скоростью  $v = 5 \text{ м/сек}$ .

Какую механическую мощность развивает этот проводник, если ток в проводе и угол между направлением тока в проводе и направлением магнитных линий остается все время постоянным и равным  $\pi/2$ ?

Решение.

На проводник действует сила:

$$F = I \cdot l \cdot B \sin \alpha \text{ или } F = 100 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 1 \text{ дж/см} = 10,2 \text{ кг}.$$

Механическая мощность, развиваемая проводником, равна произведению силы, под действием которой происходит перемещение проводника, на скорость перемещения, т. е.

$$P = F \cdot v = 1 \cdot 500 = 500 \text{ дж/сек или } P = 0,5 \text{ квт}.$$

3,35. Постоянный магнит измерительного прибора магнито-электрической системы (фиг. 3,35) создает магнитный поток с индукцией  $B = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 5000 \text{ гс}$ . Площадь поперечного сечения магнита  $S = 3,5 \text{ см}^2$ . Число витков подвижной катушки  $w = 48$ . Длина катушки (по оси)  $l = 39 \text{ мм}$ , а ширина ее  $b = 26 \text{ мм}$ .

Определить вращающий момент катушки, если ток в ней  $I = 7,5 \text{ ма}$ . Коэффициент магнитного рассеяния системы  $\sigma = 1,65$ .

Решение.

Определим весь магнитный поток постоянного магнита:

$$\Phi = B \cdot S = 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 3,5 = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 17\,500 \text{ макс.}$$

Рабочий поток прибора, входящий в железный сердечник, будет равен

$$\Phi_p = \frac{\Phi}{\sigma} = \frac{1,75 \cdot 10^{-4}}{1,65} = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 10\,600 \text{ макс.}$$

Поверхность, через которую поток входит в сердечник:

$$S = \frac{\pi \cdot b \cdot l}{3} = \frac{\pi \cdot 2,6 \cdot 3,9}{3} = 10,6 \text{ см}^2.$$

Магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B = \frac{\Phi_p}{S} = \frac{1,06 \cdot 10^{-4}}{10,6} = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 1000 \text{ гс}.$$

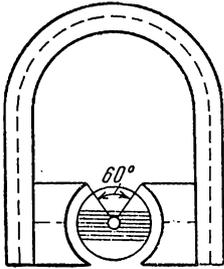
Вращающий момент рамки

$$M_{вр} = b \cdot F \cdot \omega = b \cdot I \cdot l \cdot B \cdot \omega = 2,6 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,9 \cdot 10^{-5} \cdot 48 = 3,65 \cdot 10^{-5} \text{ дж} = 0,372 \text{ гсм}$$

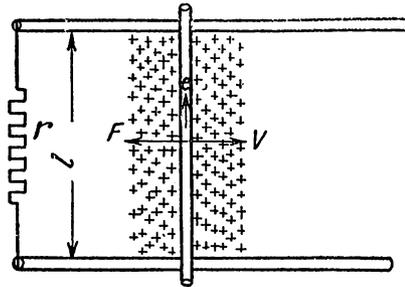
или

$$M_{вр} = 372 \text{ мгсм.}$$

3,36. Определить вращающий момент якоря электродвигателя и развиваемую им мощность при 1000 об/мин. Обмотка якоря состоит из 80 проводников, которые находятся в радиальном маг-



Фиг. 3,35



Фиг. 3,37

нитном поле  $B = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 8000 \text{ гс}$ . Активная длина каждого провода (часть провода, находящаяся в магнитном поле) равна 20 см, а расстояние провода от оси якоря 12 см. Ток  $I = 30 \text{ а}$  в каждом проводе имеет такое направление, при котором силы, действующие на проводники, вращают якорь в одну и ту же сторону.

Ответ.  $M = 4,7 \text{ кгм}$ ,  $P \approx 0,5 \text{ квт}$ .

3,37. В однородном магнитном поле  $B = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 12000 \text{ гс}$  перпендикулярно к направлению потока индукции движется прямолинейный проводник длиной  $l = 1 \text{ м}$  с равномерной скоростью  $v = 20 \text{ м/сек}$ .

Движущийся проводник скользит по двум металлическим го-лым проводникам, замкнутым на сопротивление  $r = 0,1 \text{ ом}$ , образуя замкнутый контур (фиг. 3,37). Сопротивлением движущегося проводника и соединительных проводов можно пренебречь. Направление индукционных линий указано на рисунке (за чертеж).

Определить ток в контуре и механическую мощность, которую нужно затратить на преодоление силы реакции магнитного поля.

Решение.

В движущемся проводнике индуцируется э. д. с.

$$\mathcal{E} = B \cdot l \cdot v = 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 2000 = 24 \text{ в,}$$

направление которой определяется правилом правой руки (см. стрелку, направленную вверх).

Под действием э. д. с. в контуре возникнет ток

$$I = \frac{e}{R} = \frac{24}{0,1} = 240 \text{ а.}$$

На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила

$$F = I \cdot l \cdot B = 240 \cdot 100 \cdot 12000 \cdot 10^{-8} = 2,88 \text{ дж/см.}$$

Пользуясь правилом левой руки, устанавливаем, что эта сила имеет направление, прямо противоположное направлению движения проводника.

Следовательно, при движении проводника внешняя сила должна преодолевать силу реакции магнитного поля, т. е. к движущемуся проводнику должна быть приложена сила

$$F = 2,88 \text{ дж/см.}$$

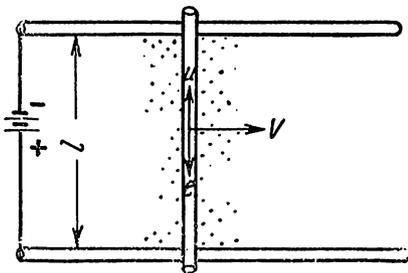
Механическая работа этой силы за 1 сек.

$$P = F \cdot v = 2,88 \cdot 2000 = 5760 \text{ вт.}$$

Эта работа переходит в тепловую энергию, выделяемую в контуре за 1 сек.:

$$P_{\text{тепл}} = I^2 \cdot r = 240^2 \cdot 0,1 = 5760 \text{ вт.}$$

3,38. Прямолинейный проводник длиной  $l = 0,5 \text{ м}$  и источник тока с напряжением  $U = 0,5 \text{ в}$  соединены неподвижными проводниками, сопротивлением которых можно пренебречь.



Фиг. 3,38

Под действием силы однородного магнитного поля  $B = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 14000 \text{ гс}$  проводник движется перпендикулярно к направлению потока индукции с равномерной скоростью  $v = 50 \text{ см/сек.}$

Найти ток в проводнике и составить уравнение баланса мощностей для контура, если сопротивление движущегося проводника  $r = 0,01 \text{ ом}$ . Направление потока индукции указано на

фиг. 3,38 точками (из-за чертежа).

Решение.

Под действием поля проводник будет двигаться слева направо. Применяя правило правой руки к движущемуся проводнику, мы видим, что индуктированная в нем э. д. с. имеет направление,

противоположное действующей в контуре э. д. с. источника тока. Величина этой э. д. с.

$$e = B \cdot l \cdot v = 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 50 = 0,35 \text{ в.}$$

Ток в контуре

$$I = \frac{U - e}{r} = \frac{0,5 - 0,35}{0,01} = 15 \text{ а.}$$

Механическая сила, под действием которой происходит движение проводника:

$$F = I \cdot l \cdot B = 15 \cdot 50 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} = 0,105 \text{ дин/см.}$$

Развиваемая проводником механическая мощность

$$P_{\text{м}} = F \cdot v = I \cdot e = 15 \cdot 0,35 = 5,25 \text{ вт.}$$

Тепловые потери в контуре

$$P_{\text{т}} = I^2 R = 15^2 \cdot 0,01 = 1,25 \text{ вт.}$$

Мощность, отдаваемая источником тока.

$$P_{\text{и}} = I \cdot U = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ вт.}$$

Баланс мощностей

$$P_{\text{и}} = P_{\text{мех}} + P_{\text{т}}.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$7,5 = 5,25 + 2,25$$

или

$$7,5 = 7,5,$$

что и служит подтверждением правильности решения задачи.

Коэффициент полезного действия при преобразовании электрической энергии в механическую будет равен

$$\eta = \frac{P_{\text{м}}}{P_{\text{и}}} = \frac{5,25}{7,5} = 0,7.$$

**3,39.** Магнитный поток внутри плоской катушки с числом витков  $\omega = 120$  изменяется согласно графику на фиг. 3,39.

Построить график индуктированной в катушке э. д. с., если наибольшее значение изменяющегося потока  $\Phi = 0,02 \text{ вб} = 2 \cdot 10^6 \text{ мкс.}$

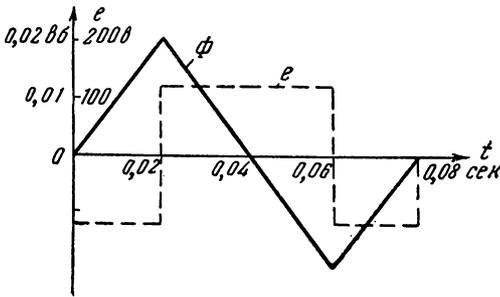
Решение.

Э. д. с., индуктированная в катушке при изменении магнитного потока в ней, определяется формулой

$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\omega$  — число витков катушки и  $\frac{d\Phi}{dt}$  — скорость изменения потока в ней.

Для определения направления индуцированной э. д. с. воспользуемся следующим правилом: если поступательное движение буравчика с правовинтовой нарезкой совпадает с направлением изменяющегося в контуре потока, то при  $\frac{d\Phi}{dt} < 0$  (поток убывает)



Фиг. 3,39

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi}{t} = \frac{0,02}{0,02} = 1 \text{ вб/сек} = 10^8 \text{ мкс/сек}$$

и индуцированная э. д. с.

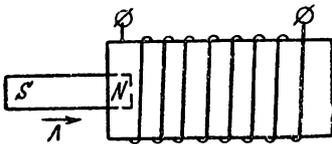
$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} \text{ или } e = -120 \cdot 1 = -120 \text{ в.}$$

При  $0,02 \text{ сек.} < t < 0,06 \text{ сек.}$  поток убывает с той же скоростью, но  $\frac{d\Phi}{dt} < 0$  и индуцированная э. д. с.

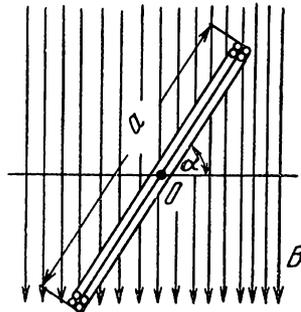
$$e = -120 \cdot (-1) = +120 \text{ в.}$$

На фиг. 3,39 показан пунктиром график изменения э. д. с., индуцированной в катушке.

3,40. Внутри соленоида (фиг. 3,40) вводится постоянный магнит.



Фиг. 3,40



Фиг. 3,41a

Определить направление э. д. с., наводимой в витках соленоида.

3,41. Прямоугольная рамка, выполненная из четырех одинаковых витков тонкой проволоки, вращается вокруг оси, перпендикулярной к направлению потока индукции однородного магнитного поля  $B = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 8000 \text{ гс}$ , с постоянной угловой скоростью  $\omega = 314 \text{ радиан/сек}$  (фиг. 3,41a).

Стороны рамки, параллельные плоскости чертежа, имеют длину  $a = 16 \text{ см}$  и делятся осью вращения пополам; стороны рамки, перпендикулярные к плоскости чертежа, имеют длину  $b = 32 \text{ см}$ .

Построить кривую изменения потока внутри рамки и кривую индуктированной в ней э. д. с. в зависимости от угла поворота рамки.

Решение.

За начальное положение рамки принимаем положение, совпадающее с нейтральной плоскостью, т. е. с плоскостью, перпендикулярной к направлению потока индукции. Любое положение рамки относительно нейтральной плоскости определяется углом поворота

$$\alpha = \omega t = 314 t.$$

При  $\alpha = 0$  через рамку проходит максимальный поток

$$\Phi_m = B \cdot S = B \cdot a \cdot b = 0,8 \cdot 10^{-4} \cdot 16 \cdot 32 = 0,041 \text{ вб}.$$

Для любого момента времени поток рамки равен

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t = 0,041 \cdot \cos 314 t.$$

Индуктированная э. д. с.

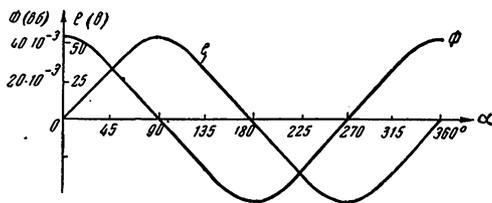
$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = 0,041 \cdot 314 \cdot 4 \sin 314 t = 51,6 \sin 314 t.$$

Задаемся рядом значений угла  $\alpha$  и результаты подсчетов сводим в таблицу.

$\alpha = \omega t$	$\cos \omega t$	$\sin \omega t$	$\Phi, \text{ вб}$	$e, \text{ в}$
0	1	0	$4,1 \cdot 10^{-2}$	0
45°	0,707	0,707	$2,9 \cdot 10^{-2}$	36,5
90°	0	1	0	51,6
135°	-0,707	0,707	$-2,9 \cdot 10^{-2}$	36,5
180°	-1	0	$-4,1 \cdot 10^{-2}$	0
225°	-0,707	-0,707	$-2,9 \cdot 10^{-2}$	-36,5
270°	0	-1	0	-51,6
315°	0,707	-0,707	$2,9 \cdot 10^{-2}$	-36,5
360°	1	0	$4,1 \cdot 10^{-2}$	0

По полученным данным построены кривые фиг. 3,41б.

3,42. В магнитном поле предыдущей задачи вращаются две рамки, закрепленные на одной оси вращения и расположенные



Фиг. 3,41б

под прямым углом одна к другой. Рамки имеют одинаковые размеры, равные размерам рамки предыдущей задачи.

Построить кривые э. д. с., индуктированных в каждой рамке, и кривую результирующей э. д. с. при последовательном соединении обмоток рамок, если  $\omega_1 = 4$  витка и  $\omega_2 = 6$  витков.

Ответ.  $e_1 = 51,6 \sin 314 t$  и  $e_2 = 77,5 \sin \left( 314 t \pm \frac{\pi}{2} \right)$ .

3,43. Внешние зажимы рамки задачи 3,41 замкнуты накоротко. Определить количество электричества, индуктированное в рамке при повороте ее со скоростью  $\omega$  на угол  $\alpha = 60^\circ$ , если сопротивление рамки  $r = 10$  ом.

Решение.

При изменении магнитного поля катушки по ее обмотке пройдет заряд

$$Q = \frac{\omega}{r} (\Phi_1 - \Phi_2),$$

где:

$\omega$  — число витков обмотки;

$r$  — ее сопротивление;

$\Phi_2$  и  $\Phi_1$  — конечное и начальное значения потока в рамке.

В нашем случае:

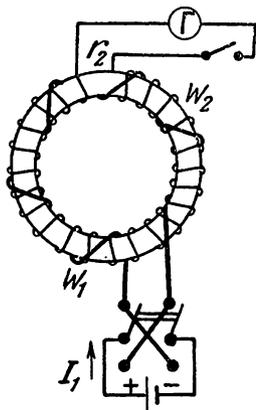
$$\Phi_1 = \Phi_m = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ вб},$$

$$\Phi_2 = \Phi_m \cdot \cos 60^\circ = 2,05 \cdot 10^{-2} \text{ вб},$$

поэтому

$$Q = \frac{4}{10} (4,1 \cdot 10^{-2} - 2,05 \cdot 10^{-2}) = 8,2 \text{ мк}.$$

3,44. Для снятия кривой намагничивания материала изготовлен тороид, имеющий длину средней линии  $l_{\text{ср}} = 34,6$  см и площадь поперечного сечения  $S = 0,71$  см<sup>2</sup>. На тороид наложены две обмотки — первичная с числом витков  $\omega_1 = 168$  питается намагничивающим током  $I_1$ , а вторичная с  $\omega_2 = 140$  витков служит для подключения баллистического гальванометра. Отклонение подвижной части этого гальванометра прямо пропорционально прошедшему по ней заряду  $Q$ . Полная схема включения показана на фиг. 3,44.



Фиг. 3,44

Коэффициент пропорциональности между зарядом  $Q$  и углом отклонения  $\alpha$  (баллистическая постоянная гальванометра)  $C = 6 \cdot 10^{-8}$  к/мм.

Определить напряженность поля  $H$ , индукцию  $B$  и относительную магнитную проницаемость  $\mu$  материала тороида при

токе  $I_1 = 3$  а, если сопротивление цепи гальванометра  $r_2 = 2000$  ом и если при изменении направления тока  $I_1$  на прямо противоположное гальванометр дает отклонение  $a = 255$  мм.

Решение.

При изменении магнитного потока в сердечнике на величину  $2\Phi$  во вторичной обмотке (в цепи гальванометра) будет индуцироваться э. д. с., под действием которой проходит заряд

$$Q_2 = \frac{2w_2\Phi}{r_2} = C \cdot a.$$

Подставляя в это уравнение вместо  $\Phi$  его значение, выраженное через  $B$  и  $S$  и, решая полученное уравнение относительно  $B$ , находим

$$B = \frac{r_2 C \cdot a}{2w_2 S} = \frac{2000 \cdot 6 \cdot 10^{-8} \cdot 255}{2 \cdot 140 \cdot 0,71} = 1,54 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 15400 \text{ гс.}$$

Напряженность магнитного поля

$$H = \frac{I \cdot w}{l_{\text{ср}}} = \frac{3 \cdot 168}{34,6} = 14,55 \text{ а/см} = 18,3 \text{ э.}$$

Относительная магнитная проницаемость

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{15400}{18,3} = 840.$$

3,45. По катушке, имеющей индуктивность  $L = 0,1$  мГн, пропускается ток  $I = 6$  а.

Определить потокоцепление и поток этой катушки, если число витков ее  $w = 50$ .

Решение.

Индуктивность определяется отношением потокоцепления катушки к величине тока, т. е.

$$L = \frac{\Psi}{I}.$$

Если все витки пронизываются одним и тем же потоком, то  $\Psi = w\Phi$  и индуктивность выражается формулой

$$L = \frac{w\Phi}{I}.$$

Отсюда

$$\Psi = L \cdot I = 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 6 = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ вб} = 6 \cdot 10^4 \text{ мкс}$$

и

$$\Phi = \frac{\Psi}{w} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3}}{50} = 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 1200 \text{ мкс.}$$

3,46. Определить индуктивность тороида, имеющего длину средней линии  $l_{\text{ср}} = 27$  см и поперечное сечение сердечника  $S = 4$  см<sup>2</sup>, если по его равномерно распределенной обмотке с числом витков  $w = 400$  пропускается ток  $I = 1,2$  а. Сердечник тороида изготовлен из чугуна.

Решение.

Найдем напряженность магнитного поля в тороиде:

$$H = \frac{Iw}{l_{\text{ср}}} = \frac{1,2 \cdot 400}{27} = 17,8 \text{ а/см.}$$

По кривой намагничивания находим соответствующую магнитную индукцию

$$B = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 5000 \text{ гс;}$$

магнитный поток

$$\Phi = B \cdot S = 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 4 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 20\,000 \text{ макс.}$$

Индуктивность тороида

$$L = \frac{w\Phi}{I} = \frac{400 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{1,2} = 66,5 \text{ мГн.}$$

3,47. Определить индуктивность 1 км двухпроводной линии, выполненной из двух медных проводов с радиусом  $r = 0,5 \text{ см}$ , при расстоянии между проводами  $d = 0,8 \text{ м}$ .

Ответ.  $L = 0,213 \text{ мГн.}$

3,48. Найти напряжение на зажимах катушки, имеющей сопротивление  $r = 8 \text{ ом}$  и индуктивность  $L = 0,06 \text{ Гн}$ , если ток в ней, равный в данный момент времени  $15 \text{ а}$ , равномерно возрастает со скоростью  $1100 \text{ а/сек.}$

Ответ.  $186 \text{ в.}$

3,49. Внутри обмотки тороида (задача 3,46) имеется еще вторая равномерно распределенная обмотка, выполненная из  $w_2 = 250$  витков тонкой проволоки.

Определить взаимную индуктивность этих обмоток при токе  $I_1 = 1,2 \text{ а}$ .

Решение.

Если по первичной обмотке пропускается ток  $I_1$ , то намагничивающая сила этой обмотки создает в сердечнике поток  $\Phi_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ вб} = 20\,000 \text{ макс.}$

Этот поток сцепляется и с витками разомкнутой вторичной обмотки, поэтому взаимная индуктивность

$$M = \frac{w_2 \cdot \Phi_{21}}{I_1}.$$

(Предполагаем, что поток рассеяния равен нулю.)

Магнитный поток  $\Phi_{21} = \Phi_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ вб}$  и

$$M = \frac{w_2 \cdot \Phi_1}{I_1} = \frac{250 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{1,2} = 41,5 \text{ мГн.}$$

3,50. По первичной обмотке воздушного трансформатора проходит ток  $i = 40 \sin 314 t$ .

Определить закон изменения и амплитуду э. д. с. вторичной обмотки, если взаимная индуктивность обмоток  $M = 20 \text{ мГн.}$

Ответ. Амплитуда равна  $\sim 250 \text{ в.}$

3,51. Двухпроводная линия и прямоугольная рамка, выполненная из  $w_2 = 30$  витков тонкой проволоки, расположены согласно фиг. 3,51.

Определить их взаимную индуктивность.

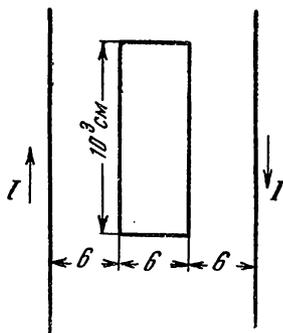
Решение.

Магнитный поток рамки, создаваемый током  $I_1$ , будет равен (см. задачу 3,9)

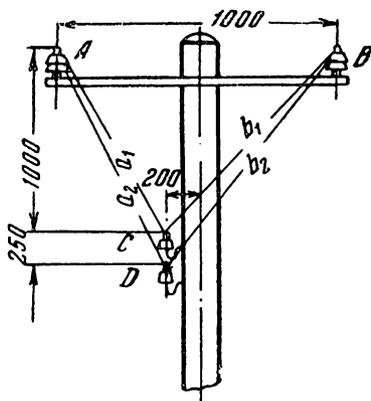
$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{(a+b) \cdot (b+c)}{ac}$$

Тогда

$$M = \frac{w_2 \cdot \Phi}{I_1} = \frac{\mu_0 l w_2}{2\pi} \ln \frac{(a+b) \cdot (b+c)}{ac} = \frac{0,4\pi}{2\pi} 10^{-8} \cdot 10^3 \cdot 30 \ln 4 = 83 \cdot 10^{-6} \text{ гн}$$



Фиг. 3,51



Фиг. 3,52

или

$$M = 0,083 \text{ мгн.}$$

3,52\*. Провода  $A$  и  $B$  линии передачи электрической энергии и провода  $C$  и  $D$  линии связи расположены на одних и тех же столбах (фиг. 3,52). Размеры на чертеже указаны в миллиметрах.

Определить взаимную индуктивность этих линий на 1 км и величину э. д. с., наводимую в проводах связи, если при коротком замыкании на конце линии передачи величина тока возрастает в течение 0,01 сек. до 5000 а; скорость возрастания тока считать равномерной.

Ответ.  $1,9 \cdot 10^{-5}$  гн и 9,5 в.

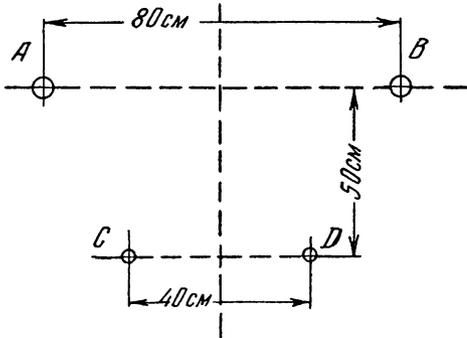
3,53\*. Определить величину э. д. с., возникающей в проводах  $CD$  (фиг. 3,53) при коротком замыкании в линии  $AB$ , если ток короткого замыкания возрастает равномерно за 0,01 сек. на 10 000 а.

Расчет вести на 1 км длины линии.

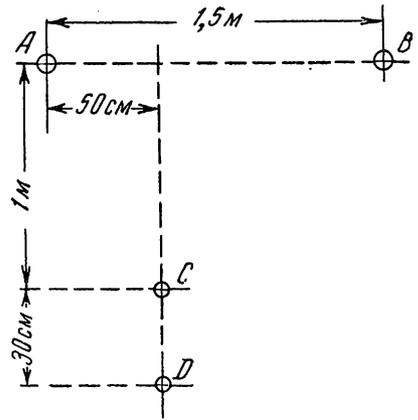
Ответ. 145 в.

3,54 \*. Определить взаимную индуктивность линии  $AB$  и  $CD$  (фиг. 3,54) на  $10 \text{ км}$  длины.

Как надо расположить провода  $CD$ , чтобы взаимная индуктивность обеих линий была равна нулю?



Фиг. 3,53



Фиг. 3,54

Ответ.  $M=0,13 \text{ мГн}$ . Провода линии  $CD$  должны быть расположены так, чтобы плоскость, проходящая через эти провода, была перпендикулярна к плоскости проводов  $AB$ , а расстояния  $AD$  и  $DB$  были равны друг другу.

#### 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

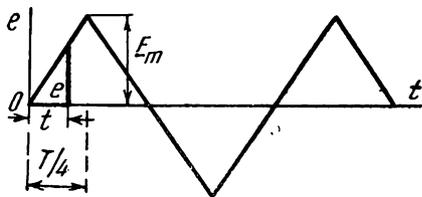
4,1. Определить коэффициент формы кривой для периодически изменяющейся э. д. с., изображенной на фиг. 4,1.

Решение.

В данном случае можно написать, что

$$\frac{e}{t} = \frac{E_m}{T/4} \text{ или } e = \frac{4}{T} E_m t.$$

Тогда действующее значение данной периодической э. д. с.



Фиг. 4,1

$$E = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} e^2 dt} = \frac{E_m}{\sqrt{3}}.$$

Среднее значение

$$E_{\text{cp}} = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} \frac{4E_m}{T} t dt = \frac{E_m}{2}.$$

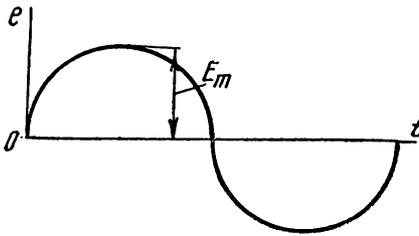
Коэффициент формы кривой

$$k = \frac{E}{E_{\text{cp}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,157.$$

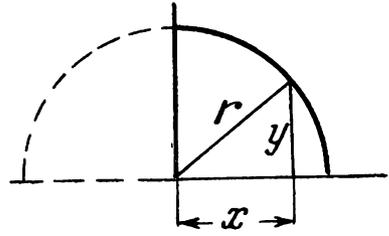
4,2\*. Найти действующее и среднее значения и определить коэффициент формы периодической кривой э. д. с., изображенной на фиг. 4,2а, если амплитуда ее равна 200 в.

Решение.

Кривая э. д. с., приведенная на фиг. 4,2а, состоит из полуокружностей. Вследствие симметричности этой кривой можно рассматривать лишь четверть окружности (фиг. 4,2б).



Фиг. 4,2а



Фиг. 4,2б

Пусть  $r$  — радиус окружности, а  $x$  и  $y$  — текущие координаты. Для окружности справедливо соотношение

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ или } y^2 = r^2 - x^2.$$

Обозначим искомое среднее квадратичное значение ординат через  $m_g$ . Тогда

$$m_g = \sqrt{\frac{1}{r} \int_0^r y^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{r} \int_0^r (r^2 - x^2) dx}$$

или

$$m_g = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{3}} = 0,815 r.$$

Среднее значение ординат данной кривой за четверть периода (или за полпериода) обозначим через  $m_c$ .

$$m_c = \frac{1}{r} \int_0^r y dx = \frac{1}{r} \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx.$$

Табличный интеграл, входящий в полученное выражение, представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx &= \frac{1}{2} \left[ x \sqrt{r^2 - x^2} + r^2 \arcsin \frac{x}{r} \right]_0^r = \\ &= \frac{1}{2} [r^2 \arcsin 1 - r^2 \arcsin 0] = \frac{\pi r^2}{4}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$m_c = \frac{1}{r} \int_0^r y dx = \frac{1}{r} \frac{\pi r^2}{4} = 0,785 r.$$

Так как заданная кривая изображает периодически изменяющуюся э. д. с., то

$$r = E_m, \quad m_g = E \quad \text{и} \quad m_c = E_{cp}.$$

В таком случае

$$E = 0,815, \quad E_m = 163 \text{ в}, \quad E_{cp} = 0,785 \cdot E_m = 157 \text{ в}$$

и коэффициент формы кривой

$$k = \frac{E}{E_{cp}} = 1,039.$$

Примечание. Сопоставляя значения коэффициента формы кривой, полученные в предыдущей и в данной задачах, и сравнивая их со значением коэффициента формы синусоидальной кривой, равным 1,11, можно сделать такое заключение:

для кривых более острых, чем синусоида, коэффициент формы кривой больше 1,11;

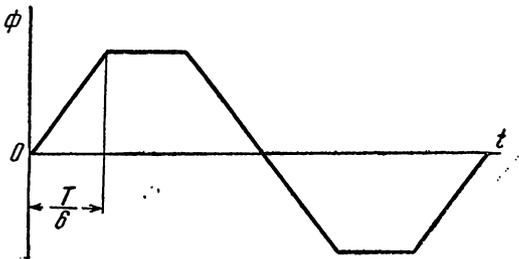
для кривых более пологих, чем синусоида, коэффициент формы кривой менее 1,11.

4.3. Построить график э. д. с. в секции обмотки, состоящей из 20 витков, если ее пронизывает магнитный поток трапециoidalной формы (фиг. 4,3а), пульсирующий с частотой 50 гц, и амплитуда магнитного потока равна  $8 \cdot 10^5$  мкс.

Определить коэффициент формы кривой.

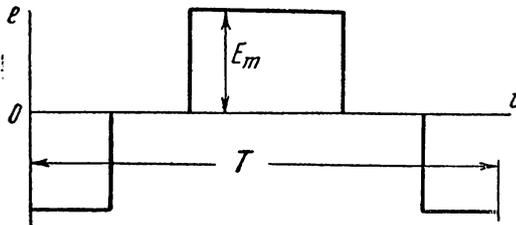
Решение.

$$\begin{aligned} \Phi_m &= 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-8} = \\ &= 0,008 \text{ вб}, \quad \Psi_m = \omega \Phi_m = \\ &= 0,16 \text{ вб}; \quad |e| = \left| \frac{d\Psi}{dt} \right|, \text{ но} \end{aligned}$$



Фиг. 4,3а

в данном случае можно написать, что  $e = E_m = \frac{\Psi_m}{T/\delta} = 48 \text{ в}$  постоянно по величине, так как скорость изменения магнитного потока  $\left(\frac{d\Psi}{dt}\right)$  в данном случае есть величина постоянная (поток изменяется прямолинейно).



Фиг. 4,3б

При возрастании потока э. д. с. отрицательна

$$e = -\frac{d\Psi}{dt},$$

при убывании его — положительна ( $d\Psi$  — отрицательно) и, наконец, по закону Ленца,

э. д. с. равна нулю, когда поток остается неизменным, что видно на графике фиг. 4,3б.

Среднее значение э. д. с.

$$E_{\text{cp}} = \frac{4}{T} \int_0^{T/6} e dt = \frac{4E_m}{6} = 32 \text{ в.}$$

Действующее значение э. д. с.

$$E = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/6} e^2 dt} = \sqrt{\frac{48^2 T/6}{T/4}} = 39,2 \text{ в.}$$

Коэффициент формы кривой

$$k = \frac{E}{E_{\text{cp}}} = 1,22.$$

4,4. Построить график э. д. с., возникающей в секции обмотки, состоящей из 20 витков, если пронизывающий ее магнитный поток изменяется по закону

$$\Phi = 0,008 \cos 314 t \text{ вб.}$$

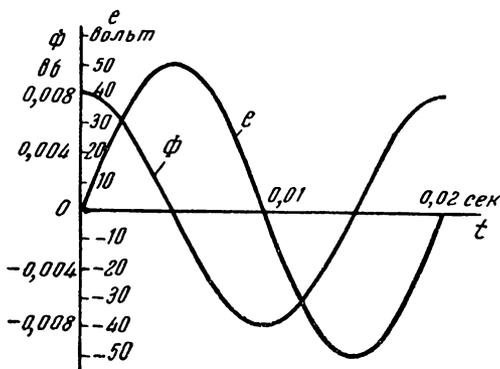
Решение.

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -20 \frac{d0,008 \cos 314 t}{dt} = 20 \cdot 314 \cdot 0,008 \cdot \sin 314 t;$$

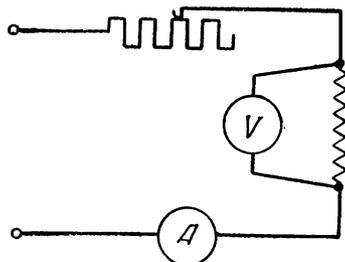
$$E_m = 20 \cdot 314 \cdot 0,008 = 50,24 \text{ в.}$$

Графики потока и э. д. с. изображены на фиг. 4,4.

Примечание. Следует отметить, что при синусоидально изменяющемся магнитном потоке и наводимая им э. д. с. синусоидальна, но она отстает от потока на четверть периода. При несинусоидаль-



Фиг. 4,4



Фиг. 4,6

ном магнитном потоке форма кривой э. д. с. отличается от формы кривой магнитного потока, что имеет место, например, в предыдущей задаче (4,3).

4,5. В условиях задачи 4,4 магнитный поток

$$\Phi = 0,008 \sin 1256 t \text{ вб.}$$

Построить графики магнитного потока и наводимой им в секции обмотки э. д. с.

Ответ. Мгновенное значение э. д. с.

$$e = 201 \sin \left( 1256 t - \frac{\pi}{2} \right).$$

4,6. Для определения индуктивности катушки ее включили сначала в цепь постоянного тока по схеме фиг. 4,6, причем вольтметр показал 48 в, когда ток в цепи был равен 8 а. Затем катушку включили в цепь переменного тока с частотой 50 гц. При этом показание вольтметра было равно 120 в при токе 12 а.

Определить по этим данным индуктивность катушки.

Решение.

$$r = \frac{48}{8} = 6 \text{ ом}, \quad z = \frac{120}{12} = 10 \text{ ом}, \quad x = \sqrt{z^2 - r^2} = 8 \text{ ом.}$$

$$L = \frac{x}{\omega} = \frac{8}{314} = 25,5 \text{ мгн.}$$

4,7. Какой ток будет проходить в катушке предыдущей задачи (4,6), если эта катушка будет включена на синусоидальное напряжение с частотой 200 гц, а напряжение на ее зажимах будет равно 120 в?

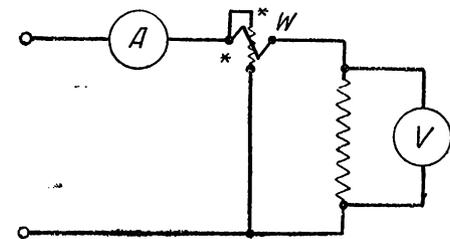
Ответ.  $I \approx 3,7 \text{ а.}$

4,8. Приборы, включенные в цепь катушки (фиг. 4,8а), показывают:

амперметр 5 а,  
вольтметр 220 в,  
ваттметр 660 вт.

Определить коэффициент мощности и параметры катушки, т. е. ее активное сопротивление и индуктивность. Построить векторную диаграмму; частота сети  $f = 50 \text{ гц.}$

Как изменятся показания амперметра и ваттметра и коэффициент мощности катушки, если частота сети будет равна 200 гц, а напряжение останется неизменным?



Фиг. 4,8а

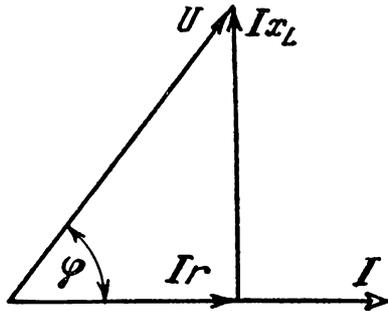
Ответ. При частоте 50 гц:

$$\cos \varphi = 0,6, \quad r = 26,4 \text{ ом}, \quad x_L = 35,2 \text{ ом},$$

$$L = 112 \text{ мгн.}$$

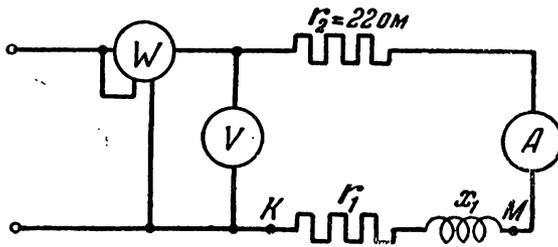
Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,86.  
 При частоте 200 гц:

$$I \approx 1,54 \text{ а}, \quad P \approx 62 \text{ вт}, \quad \cos \varphi \approx 0,184.$$



Фиг. 4,86

4,9. Приемники, включенные по схеме фиг. 4,9а, присоединены к сети синусоидального переменного тока.



Фиг. 4,9а

Показания приборов:

ваттметра 940 вт,  
 вольтметра 220 в,  
 амперметра 5 а.

Определить величину сопротивлений  $r_1$  и  $x_1$  и построить векторную диаграмму. Найти величину напряжения на участке КМ и сдвиг фаз  $\varphi_1$  на этом участке.

Решение.

Активная мощность на участке с сопротивлением  $r_2$

$$P_2 = I^2 r_2 = 550 \text{ вт}.$$

Активная мощность на участке КМ

$$P_1 = P - P_2 = 390 \text{ вт}.$$

Активное сопротивление этого участка

$$r_1 = \frac{P_1}{I^2} = 15,6 \text{ ом.}$$

Сдвиг фаз тока и общего напряжения

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{940}{220 \cdot 5} = 0,855,$$

следовательно,  $\varphi = 31^\circ 15'$ .

Реактивное сопротивление участка  $KM$  можно выразить следующим образом:

$$x_1 = z \sin \varphi,$$

где  $z = \frac{U}{I} = 44 \text{ ом}$ , а  $\sin \varphi = 0,519$ .

Следовательно,

$$x_1 = z \sin \varphi = 22,8 \text{ ом.}$$

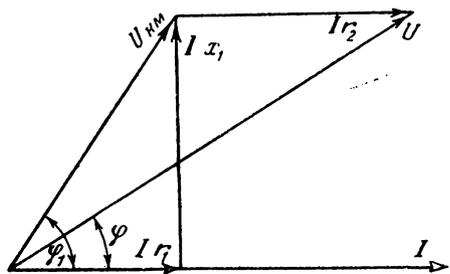
Для построения векторной диаграммы вычислим падения напряжения в активном и реактивном сопротивлениях.

$$I r_1 = 78 \text{ в, } I x_1 = 114 \text{ в и} \\ I r_2 = 110 \text{ в.}$$

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,9б.

Сдвиг фаз на участке  $KM$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_1}{r_1} = 1,46 \text{ и } \varphi_1 = \\ = 55^\circ 30'.$$



Фиг. 4,9б

**4,10.** Участок с активным сопротивлением  $r_1$  и индуктивным  $x_1$  включен последовательно с участком, содержащим активное сопротивление  $r_2$  (подобно тому, как на схеме фиг. 4,9а). При включении этой цепи в сеть с напряжением  $127 \text{ в}$  оказалось, что на первом участке потребляется мощность  $800 \text{ вт}$  при коэффициенте мощности  $0,6$ , а на втором мощность  $1,2 \text{ квт}$ .

Определить ток в данной цепи и общий коэффициент мощности.

Ответ.  $I = 17,8 \text{ а}$ ,  $\cos \varphi \approx 0,885$ .

**4,11.** Активное сопротивление равно  $4 \text{ ом}$  и катушка с активным сопротивлением  $6 \text{ ом}$  и индуктивным  $8 \text{ ом}$  соединены последовательно и включены в сеть с напряжением  $220 \text{ в}$ .

Определить активную, реактивную и кажущуюся мощности данной цепи.

Решение.

Находим полное сопротивление данной цепи

$$z = \sqrt{(4 + 6)^2 + 8^2} = 12,8 \text{ ом}$$

и ее кажущуюся мощность

$$S = \frac{U^2}{z} = 3,78 \text{ ква.}$$

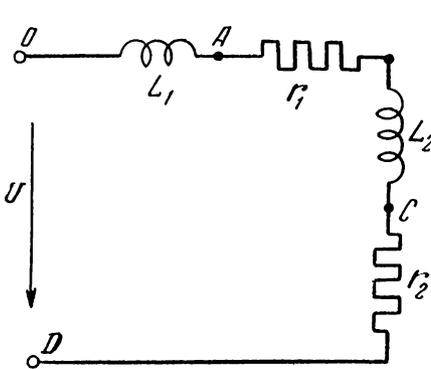
Далее определяем

$$\cos \varphi = \frac{10}{12,8} = 0,781 \text{ и } \sin \varphi = \frac{8}{12,8} = 0,625$$

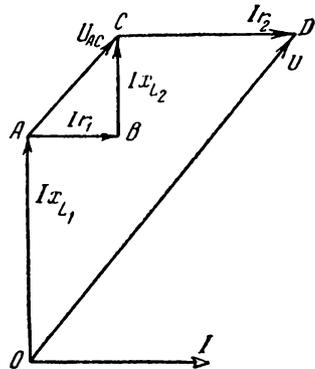
и активную и реактивную мощности:

$$P = S \cos \varphi \approx 2,95 \text{ кВт и } Q = S \sin \varphi \approx 2,36 \text{ квар.}$$

4,12. Построить векторную диаграмму для схемы фиг. 4,12а и определить по ней графически напряжение между точками А и С.



Фиг. 4,12а



Фиг. 4,12б

и С, если общее напряжение равно  $U = 380$  в, а параметры схемы:

$$L_1 = 32 \text{ мГн, } r_1 = 4 \text{ ом, } L_2 = 14 \text{ мГн и } r_2 = 8 \text{ ом.}$$

Ответ.  $I \approx 20,3$  а,  $I x_{L_1} \approx 203$  в,  $I r_1 \approx 81$  в,

$$I x_{L_2} \approx 89 \text{ в, } I r_2 \approx 162 \text{ в.}$$

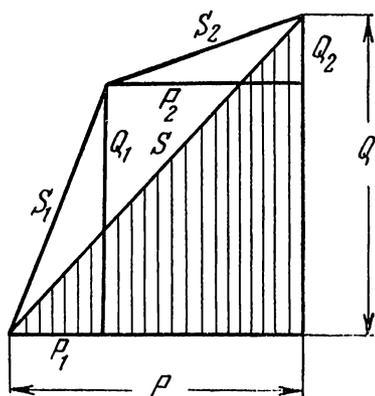
На фиг. 4,12б построена в масштабе топографическая диаграмма. По этой диаграмме находим, что  $U_{ac} \approx 120$  в.

Вычисление дает:  $U_{ac} = I \sqrt{r_1^2 + x_2^2} = 20,3 \cdot 5,9 \approx 120$  в, что подтверждает правильность построения диаграммы и достаточную точность проведенного графического метода решения задачи.

4,13. В условиях предыдущей задачи построить треугольники мощностей для первого участка ( $r_1, L_1$ ), для второго участка ( $r_2, L_2$ ) и для всей цепи.

Ответ и примечание.

Треугольники мощностей представлены на фиг. 4,13. Они построены по следующим данным:



Фиг. 4,13

$$P_1 = I r_1^2 = 1648 \text{ вт},$$

$$Q_1 = I^2 x_{L1} = 4120 \text{ вар},$$

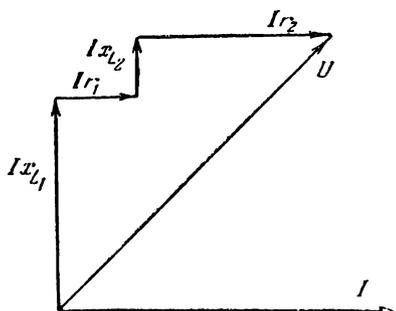
$$P_2 = I^2 r_2 = 3296 \text{ вт},$$

$$Q_2 = I^2 x_{L2} = 1213 \text{ вар}.$$

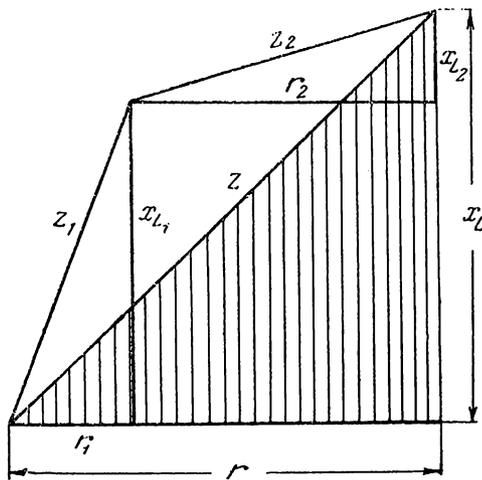
Обратить внимание на то, что активные мощности отдельных участков цепи, так же как и реактивные, суммируются алгебраически. Однако кажущаяся мощность всей цепи равна геометрической сумме кажущихся мощностей отдельных участков.

4,14. В сеть с напряжением 220 в включены последовательно две катушки: одна с активным сопротивлением 6 ом и индуктивностью 51 мГн, а другая с активным сопротивлением 15 ом и с индуктивностью 14 мГн. Частота 50 Гц.

Определить ток в цепи и построить векторную диа-



Фиг. 4,14а



Фиг. 4,14б

грамму. Построить треугольники сопротивлений для первой катушки, для второй катушки и для всей цепи.

Ответ и примечание.

$I \approx 7,5 \text{ а}$ . Векторная диаграмма и треугольники сопротивлений приведены на фиг. 4,14а и 4,14б.

При построении треугольника сопротивлений следует обратить внимание на то, что общее активное сопротивление  $r = r_1 + r_2$ , общее реактивное сопротивление  $x_L = x_{L1} + x_{L2}$ , но полное сопротивление всей цепи  $z \neq z_1 + z_2$ .

Полные сопротивления последовательно соединенных участков суммируются геометрически.

4,15. В сеть переменного тока включены последовательно две катушки: одна с активным сопротивлением 12 ом и индуктивностью 22 мгн, другая с активным сопротивлением 8 ом и индуктивностью 9,6 мгн. Ток в катушках равен 5,7 а, а частота равна 50 гц.

Определить мощность, потребляемую каждой катушкой, и мощность всей цепи.

Построить треугольники мощностей для каждой катушки и для всей цепи. Найти максимальное значение потокосцепления и энергии магнитного поля каждой катушки.

Какое напряжение нужно поддерживать на зажимах данной цепи при указанном токе и какой будет коэффициент мощности цепи?

Отвеч.

$$\begin{aligned}
 P_1 &\approx 390 \text{ вт}, & Q_1 &\approx 224 \text{ вар}, & S_1 &\approx 450 \text{ ва}, \\
 P_2 &\approx 260 \text{ вт}, & Q_2 &\approx 97 \text{ вар}, & S_2 &\approx 278 \text{ ва}, & P &= 650 \text{ вт}, \\
 \Psi_1 &= 176 \cdot 10^{-3} \text{ вб}, & \Psi_2 &= 76,8 \cdot 10^{-3} \text{ вб}, \\
 W_{M1} &\approx 0,715 \text{ дж}, & W_{M2} &\approx 0,312 \text{ дж}, \\
 U &= 127 \text{ в}, & \cos \varphi &= 0,897.
 \end{aligned}$$

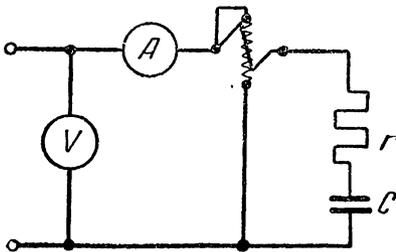
4,16. Какое напряжение нужно поддерживать на зажимах цепи предыдущей задачи (4,15), если частота будет 200 гц, а ток должен быть равен 5,7 а?

Какие будут при этом общий коэффициент мощности, максимальная энергия магнитного поля первой и второй катушек, а также активная и реактивная мощности?

• Ответ.

Максимальная энергия магнитного поля катушек останется неизменной, т. е. будет иметь ту же величину, что и в задаче 4,15. Реактивная мощность увеличится в 4 раза, активная мощность останется неизменной.

Полное сопротивление всей цепи  $z = 44,4 \text{ ом}$ .



Фиг. 4,17

$$U = 253 \text{ в}, \cos \varphi = 0,45.$$

4,17. Определить величину активного сопротивления и емкости (фиг. 4,17), если приборы показывают:

амперметр 4,2 а,  
вольтметр 220 в,  
ваттметр 325 вт.

Решение.

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{325}{17,64} = 18,4 \text{ ом}, \quad z = \frac{U}{I} = \frac{220}{4,2} = 52,5 \text{ ом},$$

$$x_c = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{2750 - 340} = \sqrt{2410} \approx 49 \text{ ом},$$

$$C = \frac{1}{\omega x_c} = \frac{1}{314 \cdot 49} = 65 \cdot 10^{-6} \text{ ф} = 65 \text{ мкф}.$$

4,18. В сеть с напряжением 127 в включены последовательно конденсатор емкостью 290 мкф и активное сопротивление равное 5 ом.

Определить ток в сети и построить векторную диаграмму.

Решение.

$$x_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 290} = 11 \text{ ом}.$$

$$z = \sqrt{r^2 + x_c^2} = \sqrt{25 + 121} = 12,1 \text{ ом}.$$

$$I = \frac{U}{z} = \frac{127}{12,1} = 10,5 \text{ а}.$$

Для построения диаграммы определяем

$$Ix_c = 10,5 \cdot 11 = 115,5 \text{ в} \quad \text{и} \quad Ir = 10,5 \cdot 5 = 52,5 \text{ в}.$$

Для проверки вычислим сдвиг фаз:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{r} = \frac{11}{5} = 2,2 \quad \text{и} \quad \varphi = 65^\circ 35'.$$

(Сравнить с углом  $\varphi$  на векторной диаграмме.)

4,19. Найти общее напряжение и построить векторную диаграмму для схемы фиг. 4,19а, где

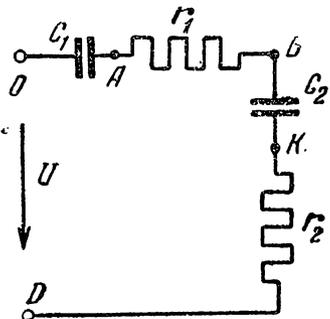
$$r_1 = 10 \text{ ом}, \quad r_2 = 30 \text{ ом}, \\ C_1 = 150 \text{ мкф}, \quad C_2 = 350 \text{ мкф},$$

если ток равен 4,4 а.

По векторной диаграмме найти графически напряжение между точками А и К схемы и проверить результат аналитически.

Решение.

$$x_{c1} = \frac{1}{\omega C_1} = 21,2 \text{ ом}, \quad x_{c2} = \frac{1}{\omega C_2} = 9,1 \text{ ом}.$$

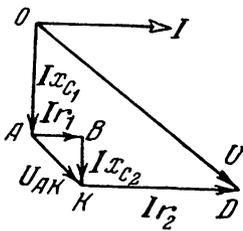


Фиг. 4 19а

$$z = \sqrt{40^2 + 30,3^2} \approx 50 \text{ ом}.$$

$$U = Iz = 220 \text{ в}.$$

Для построения векторной диаграммы находим падения напряжения на отдельных участках:



$$I r_1 = 4,4 \cdot 10 = 44 \text{ в}, \quad I x_{c_1} = 4,4 \cdot 21,2 = 93 \text{ в}.$$

$$I r_2 = 4,4 \cdot 30 = 132 \text{ в}, \quad I x_{c_2} = 4,4 \cdot 9,1 = 40 \text{ в}.$$

Напряжение между точками A и K

$$U_{AK} \approx 59 \text{ в}.$$

Фиг. 4,196

Векторная диаграмма приведена на

фиг. 4,196.

4,20. Для схемы предыдущей задачи построить треугольники мощностей для участков  $OB$  и  $BD$ , а также для всей цепи в целом.

Ответ.

$$P_1 = I^2 r_1 = 19,36 \cdot 10 = 193,6 \text{ вт},$$

$$P_2 = I^2 r_2 = 19,36 \cdot 30 \approx 581 \text{ вт},$$

$$Q_1 = I^2 x_{c_1} = 19,36 \cdot 21,2 = 410 \text{ вар},$$

$$Q_2 = I^2 x_{c_2} = 19,36 \cdot 9,1 \approx 176 \text{ вар},$$

$$S_1 = \sqrt{193,6^2 + 410^2} = \sqrt{205580} \approx 453 \text{ ва},$$

$$S_2 = \sqrt{581^2 + 176^2} = 607 \text{ ва},$$

$$S = \sqrt{774,6^2 + 586^2} \approx 972 \text{ ва}.$$

Полученные данные позволяют построить треугольники мощностей подобно тому, как это сделано на фиг. 4,13.

4,21. В сеть с напряжением 220 в включены последовательно два приемника: один с активным сопротивлением 20 ом и емкостью 75 мкф, а другой с активным сопротивлением 60 ом и емкостью 175 мкф (аналогично схеме фиг. 4,19а).

Определить ток в цепи и построить векторную диаграмму и треугольники сопротивлений для первого приемника, для второго и для всей цепи.

Ответ.

$$I = 2,2 \text{ а. Полное сопротивление всей цепи } z = 100 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление приемников

$$z_1 = 47 \text{ ом}, \quad z_2 \approx 62 \text{ ом}.$$

Векторная диаграмма строится, как и в задаче 4,19.

4,22. Параметры участка  $OB$  схемы фиг. 4,19а:  $r_1 = 24 \text{ ом}$  и  $C_1 = 220 \text{ мкф}$ , а участка  $BD$ :  $r_2 = 16 \text{ ом}$  и  $C_2 = 490 \text{ мкф}$ . Ток в цепи равен 2,8 а.

Найти активную, реактивную и кажущуюся мощности на каждом участке и во всей цепи. Найти максимальное значение энергии электрического поля каждого конденсатора.

Какое напряжение нужно поддерживать на зажимах данной цепи при указанном токе и какова величина коэффициента мощности цепи?

О т в е т.

$$P_1 \approx 188 \text{ вт}; \quad P_2 \approx 125 \text{ вт};$$

$$Q_1 \approx 114 \text{ вар}; \quad Q_2 \approx 51 \text{ вар};$$

$$S_1 \approx 220 \text{ ва}; \quad S_2 \approx 135 \text{ ва};$$

$$S \approx 354 \text{ ва}; \quad U \approx 127 \text{ в};$$

$$\cos \varphi = 0,885;$$

$$W_{\varphi_1 m} \approx 362 \cdot 10^{-3} \text{ джс};$$

$$W_{\varphi_2 m} \approx 162 \cdot 10^{-3} \text{ джс}.$$

4,23. Найти напряжение на зажимах цепи предыдущей задачи, если частота будет 200 гц, а ток должен остаться равным 2,8 а.

Какие будут при этом общий коэффициент мощности и максимальная энергия электрического поля каждого конденсатора?

О т в е т.

$$U \approx 113 \text{ в}, \quad \cos \varphi = \frac{40}{40,3} \approx 0,99.$$

$$W_{\varphi_1 m} \approx 22 \cdot 10^{-3} \text{ джс}, \quad W_{\varphi_2 m} \approx 10 \cdot 10^{-3} \text{ джс}.$$

4,24. В сеть с напряжением 220 в включены последовательно катушка, индуктивность которой 160 мгн, а активное сопротивление 2 ом, и конденсатор емкостью 64 мкф.

Определить ток в цепи, если частота равна 200 гц.

При какой частоте наступит резонанс напряжений и каковы будут при этом ток и напряжение на зажимах катушки и конденсатора?

Решение.

При  $f = 200 \text{ гц}; \quad \omega L = 1256 \cdot 160 \cdot 10^{-3} = 200 \text{ ом}.$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{1256 \cdot 64} \approx 12,5 \text{ ом}.$$

$$z = \sqrt{r^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \approx 187,5 \text{ ом}.$$

$$I = \frac{220}{187,5} \approx 1,18 \text{ а}.$$

Резонанс наступит при

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{160 \cdot 10^{-3} \cdot 64 \cdot 10^{-6}}} = \frac{10^4}{200} = 50 \text{ гц}.$$

При этом

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{2} = 110 \text{ а}, \quad x_L = \frac{200}{4} = 50 \text{ ом},$$

$$U_k = Iz_{k_{\text{рез}}} = 110 \sqrt{2^2 + 50^2} \approx U_c = Ix_{c_{\text{рез}}} = 110 \cdot 12,5 \cdot 4 = 5500 \text{ в}.$$

4,25. В сеть с напряжением 127 в включены последовательно катушка с активным сопротивлением 12 ом и индуктивностью 160 мгн и батарея конденсаторов, емкость которой равна 127 мкф.

Определить ток в цепи и построить векторную диаграмму. Написать выражение мгновенного значения напряжения на зажимах катушки, если общее напряжение изменяется по закону  $U = 179 \sin 314 t$ .

Какой ток будет в данной цепи, если при изменении емкости батареи конденсаторов наступит резонанс напряжений и какое напряжение будет на зажимах катушки и на конденсаторе при резонансе?

Решение.

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \text{так как } \omega L = 314 \cdot 160 \cdot 10^{-3} \approx 50 \text{ ом}$$

и

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 127} = 25 \text{ ом},$$

то

$$I = \frac{127}{27,7} \approx 4,6 \text{ а}.$$

Напряжение на зажимах конденсатора

$$U_c = Ix_c = 4,6 \cdot 25 = 115 \text{ в}.$$

Напряжение на зажимах катушки

$$U_k = I\sqrt{r^2 + x_L^2} \approx 4,6 \cdot 51,4 = 236 \text{ в}.$$

Векторная диаграмма построена на фиг. 4,25 а.

Напряжение  $U_k$  опережает напряжение  $U$  на угол  $\alpha_1 - \alpha_2$ :

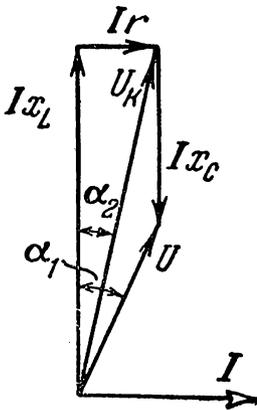
$$\sin \alpha_1 = \frac{Ir}{U} = 0,434 \quad \text{и} \quad \alpha_1 = 25^\circ 45'.$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{Ix_L}{U_k} = 0,234 \quad \text{и} \quad \alpha_2 = 13^\circ 30'.$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 12^\circ 15' \quad \text{или} \quad 0,21 \text{ рад}.$$

Следовательно,

$$U_k = 236 \sin(314t + 0,21) \quad \text{или} \quad U_k = 236 \sin(314t + 12^\circ 15').$$



Фиг. 4,25а

При резонансе реактивное сопротивление конденсатора должно быть равно  $50 \text{ ом}$  ( $x_L = x_c$ ). Тогда ток

$$I = \frac{U}{r} = \frac{127}{12} = 10,6 \text{ а,}$$

напряжение на зажимах конденсатора

$$U_c = I x_c = 10,6 \cdot 50 = 530 \text{ в,}$$

а напряжение на зажимах катушки

$$U_k = I z_k = 10,6 \cdot 51,4 = 540 \text{ в.}$$

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,256.

(Масштабы векторных диаграмм фиг. 4,25а и 4,25б различны.)

4,26. В сеть с напряжением  $220 \text{ в}$  включены последовательно катушка с активным сопротивлением  $10 \text{ ом}$  и индуктивным  $30 \text{ ом}$  и конденсатор, емкость которого равна  $290 \text{ мкф}$ .

Определить ток в данной цепи, напряжение на зажимах катушки и на зажимах конденсатора, если частота равна  $50 \text{ гц}$ ; построить векторную диаграмму и вычислить активную и реактивную мощности.

Ответ.

$$I \approx 10,2 \text{ а,}$$

$$U_k = 322 \text{ в,} \quad U_c = 112 \text{ в,}$$

$$P = 1040 \text{ вт,} \quad Q_L = I^2 x_L = 3120 \text{ вар,}$$

$$Q_c = 1144 \text{ вар,} \quad Q = Q_L - Q_c = 1976 \text{ вар.}$$

Для построения векторной диаграммы определяются дополнительно  $I r = 102 \text{ в}$  и  $I x_L = 306 \text{ в}$ .

4,27. При какой частоте наступит резонанс в цепи предыдущей задачи? Каковы будут при этом ток в цепи, напряжение на зажимах катушки и конденсатора, реактивная мощность катушки и конденсатора и активная мощность в цепи. Построить векторную диаграмму.

Ответ.

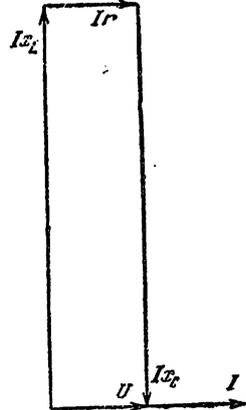
$$f_{\text{рез}} = 30,2 \text{ гц.}$$

$$I = 22 \text{ а,} \quad U_c \approx 400 \text{ в,} \quad U_k \approx 457 \text{ в,}$$

$$Q = I^2 x_c = I^2 x_L \approx 8800 \text{ вар} = 8,8 \text{ квар,}$$

$$P = 4,84 \text{ кВт.}$$

4,28. В сеть с напряжением  $120 \text{ в}$  включены последовательно активное сопротивление  $10 \text{ ом}$ , индуктивность и емкость. При частоте  $50 \text{ гц}$  индуктивное сопротивление этой цепи равно  $2 \text{ ом}$ , а емкостное  $500 \text{ ом}$ .



Фиг. 4,256

Определить ток в цепи и напряжения на участках ее при резонансе, который получают:

- 1) изменяя частоту,
- 2) изменяя индуктивность при частоте 50 гц или
- 3) изменяя емкость.

Ответ.

1.  $f_{рез} = 790$  гц,  $I = 12$  а,  $I x_L = I x_c = 380$  в,  $I r = 120$  в.
2.  $I = 12$  а,  $I x_L = 6$  кв =  $I x_c$ .
3.  $I = 12$  а,  $I x_L = 24$  в =  $I x_c$ .

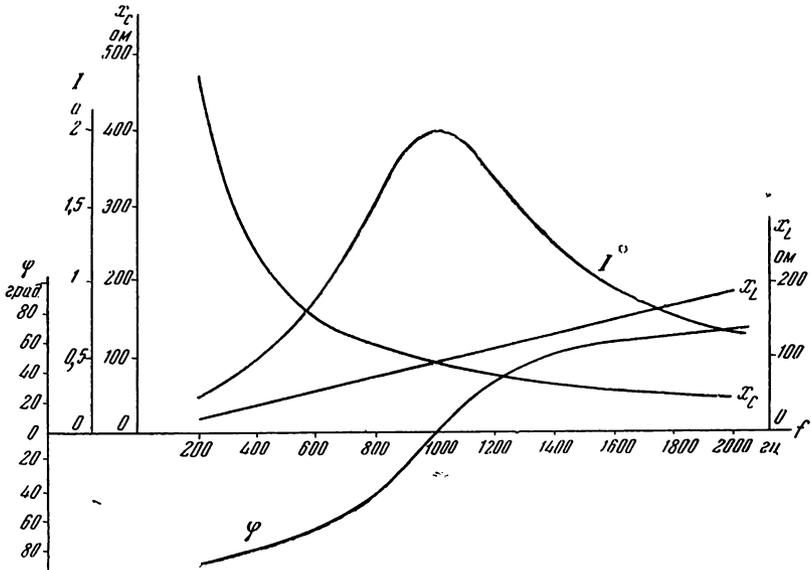
4,29\*. К генератору с напряжением 100 в присоединены последовательно катушка с индуктивностью  $L = 14,9$  мгн и активным сопротивлением  $r = 50$  ом и конденсатор, емкость которого  $C = 1,7$  мкф.

Построить графики: реактивных сопротивлений ( $x_L$  и  $x_c$ ), полного сопротивления ( $z$ ), тока ( $I$ ), реактивной мощности катушки ( $I^2 x_L$ ) и конденсатора ( $I^2 x_c$ ), реактивной мощности всей цепи ( $Q$ ), угла ( $\varphi$ ) сдвига фаз тока и общего напряжения при изменении частоты от 200 до 2000 гц. Напряжение считать неизменным.

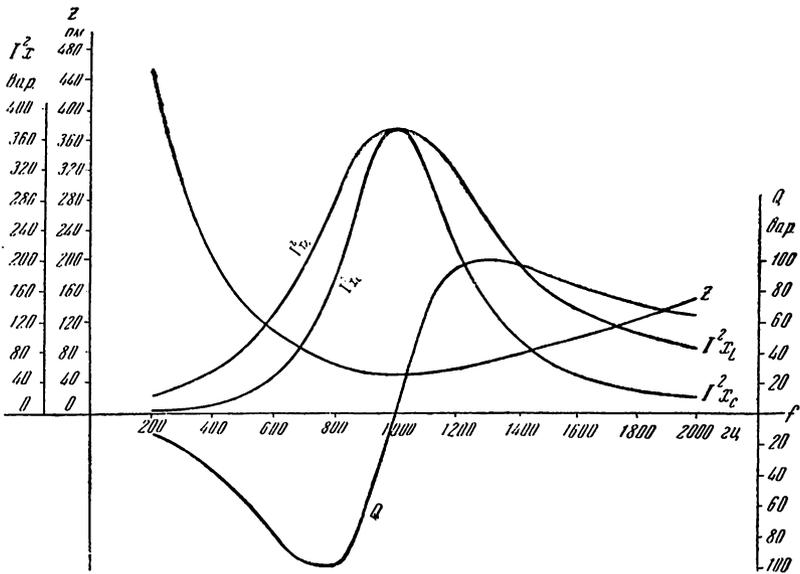
Ответ.

Сводка результатов приведена в нижеследующей таблице, а графики даны на фиг. 4,29а и 4,29б.

$f$ , гц	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
$x_L$ , ом	18,7	37,4	56	75	93,6	112	131	149	168	187
$x_c$ , ом	468	234	156	117	93,6	78	67	58	52	47
$z$ , ом	450	203	112	65	50	60	81	104	126	149
$\varphi$ , град.	-86	-76	-63	-40	0	35	52	60	67	70
$I$ , а	0,22	0,49	0,9	1,54	2	1,67	1,24	0,96	0,79	0,67
$I^2 x_L$ , вар	0,9	9	46	177	374	314	200	137	104	84
$I^2 x_c$ , вар	23	56	126	278	374	218	103	53	32	21
$Q$ , вар	-22	-47	-80	-101	0	96	97	84	72	63

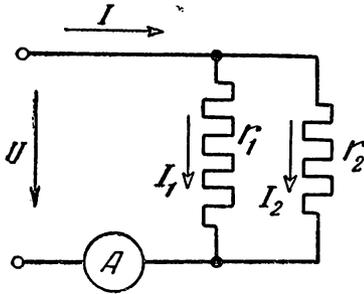


Фиг. 4,29а



Фиг. 4,29б

4,30. Написать выражение мгновенного значения тока в неразветвленной части цепи (схема фиг. 4,30) и определить показание амперметра, если напряжение



Фиг. 4,30

$$u = 179 \sin 314 t.$$

Сопротивление  $r_1 = 10 \text{ ом}$ , а  $r_2 = 25,4 \text{ ом}$ .

Построить векторную диаграмму.

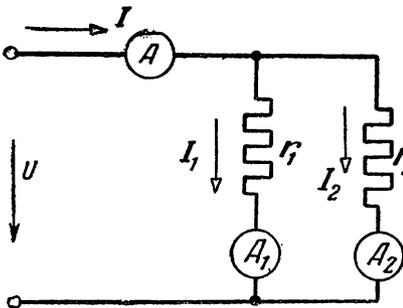
Ответ.  $I_1 = 12,7 \text{ а}$ ,  $I_2 = 5 \text{ а}$ ,  
показание амперметра  $17,7 \text{ а}$ ,

$$i = 25 \sin 314 t.$$

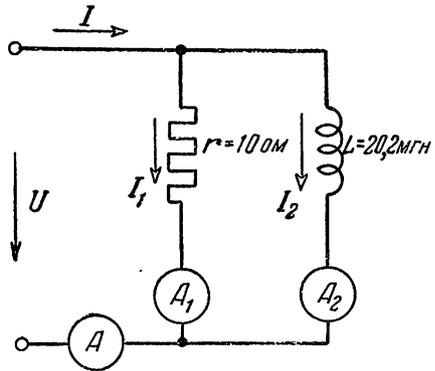
Все токи совпадают по фазе с напряжением.

4,31. Сопротивление первой ветви схемы фиг. 4,31 равно  $10 \text{ ом}$ , а второй  $25 \text{ ом}$ .

Определить показания амперметров, указанных на схеме, и написать выражение мгновенного значения тока в неразветвленной части цепи, если мгновенное значение напряжения



Фиг. 4,31



Фиг. 4,32а

$$u = 310 \sin\left(1256 t + \frac{\pi}{6}\right).$$

Ответ.

$$I_1 = 22 \text{ а}, \quad I_2 = 8,8 \text{ а}, \quad I = 30,8 \text{ а},$$

$$i = 43,5 \sin\left(1256 t + \frac{\pi}{6}\right).$$

4,32. Напряжение на зажимах электрической цепи фиг. 4,32а изменяется по закону

$$u = 179 \sin 1256 t.$$

Определить показания приборов, указанных на схеме, написать выражение мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи и построить векторную диаграмму.

Решение.

Определим токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{r} = 12,7 \text{ а}, \quad I_2 = \frac{U}{\omega L} \approx 5 \text{ а}.$$

Общий ток в данном случае равен

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 13,6 \text{ а}.$$

Сдвиг фаз можно определить по векторной диаграмме:

$\sin \varphi = \frac{I_2}{I} \approx 0,368$ , следовательно,  $\varphi = 21^\circ 35'$  или  $\varphi = 0,3665 \text{ рад}$ .

Тогда

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = 19,2 \sin(1256 t - 0,3665).$$

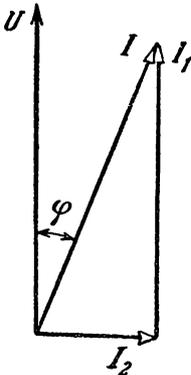
Однако чаще применяется такая форма записи:

$$i = 19,2 \sin(1256 t - 21^\circ 35'),$$

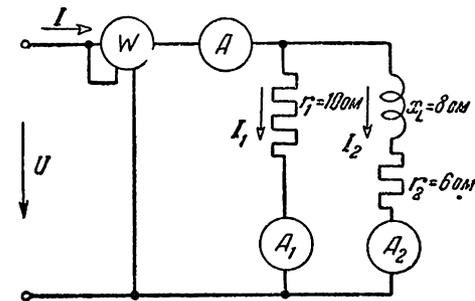
т. е. более удобная условная запись, при которой первая часть в скобках выражается в радианах, а вторая в градусах.

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,32 б.

При построении векторных диаграмм для цепей с параллельно включенными ветвями удобно брать в качестве исходного вектор напряжения. Затем по отношению к этому произвольно расположенному вектору размещают векторы токов в ветвях, а суммируя их, находят вектор тока в неразветвленной части цепи.



Фиг. 4,32б



Фиг. 4,33а

4,33. Определить показания приборов схемы фиг. 4,33а, если напряжение  $U = 127 \text{ в}$ . Построить векторную диаграмму.

Решение.

Находим токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = 12,7 \text{ а}, \quad I_2 = \frac{U}{z_2} = 12,7 \text{ а}.$$

Ток в первой ветви совпадает по фазе с напряжением, а во второй отстает от напряжения на угол  $\varphi_2$ :

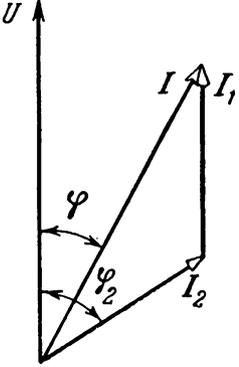
$$\sin \varphi_2 = \frac{x_2}{z_2} = 0,8 \text{ и } \varphi_2 \approx 53^\circ.$$

Для определения общего тока следует найти предварительно активную и реактивную составляющие тока  $I_2$ :

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 \approx 7,6 \text{ и } I_{2r} = I_2 \sin \varphi_2 \approx 10,2 \text{ а.}$$

Тогда общий ток  $I = \sqrt{(I_1 + I_{2a})^2 + I_{2r}^2} \approx 22,7 \text{ а.}$

Второй способ определения общего тока не требует предварительного вычисления токов в ветвях и их составляющих (активной и реактивной). Задача может быть решена непосредственно по заданным параметрам схемы.



Фиг. 4,33б

Определим проводимости ветвей:

$$g_1 = 0,1 \text{ сим, } b_1 = 0, \quad g_2 = 0,06 \text{ сим} \\ \text{и } b_2 = 0,08 \text{ сим.}$$

Суммарные проводимости разветвления  $g = 0,16 \text{ сим}$  и  $b = 0,08 \text{ сим}$ ;

полная проводимость разветвления  $y = \sqrt{g^2 + b^2} \approx 0,179 \text{ сим}$ , а полное сопротивление разветвления  $z = \frac{1}{y} = 5,6 \text{ ом.}$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{z} \approx 22,7 \text{ а.}$$

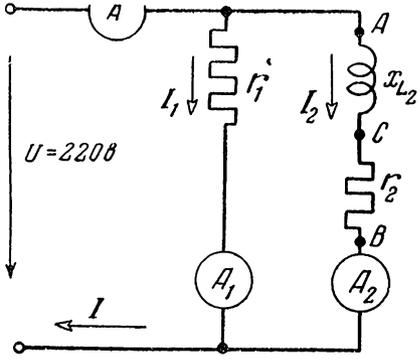
Показание ваттметра

$$P = U^2 g = 127^2 \cdot 0,16 = 2580 \text{ вт} = \\ = 2,58 \text{ квт.}$$

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,33б.

4,34. Показание амперметра в первой ветви схемы фиг. 4,34а равно 5 а, во второй 4 а. Амперметр в неразветвленной части цепи показывает 8 а.

Построить векторную диаграмму и определить по ней графически напряжение на участках А—С и С—В второй ветви. Найти числовые значения параметров схемы:  $r_1$ ,  $r_2$  и  $x_{L_2}$ .

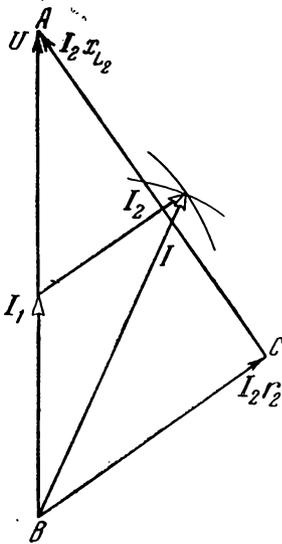


Фиг. 4,34а

Ответ и указание.

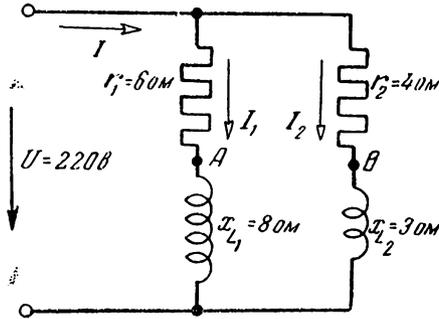
$$r_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{220}{5} = 44 \text{ ом}, \quad r_2 = 32 \text{ ом}, \quad x_{L_2} = 44,5 \text{ ом}.$$

Параметры  $r_2$  и  $x_{L_2}$  определяются по данным векторной диаграммы (фиг. 4,34б), т. е. путем деления числовых значений  $I_2 r_2$  и  $I_2 x_{L_2}$  на ток во второй ветви.



Фиг. 4,34б

4,35. Найти распределение токов в схеме фиг. 4,35а и коэффициент мощности всей цепи. Построить топографическую диаграмму и определить графически напряжение между точками А и В ( $U_{AB}$ ) при данном расположении сопротивлений и при



Фиг. 4,35а

перемене мест сопротивлений  $r_2$  и  $x_{L_2}$ . Составить баланс для активной мощности.

Ответ.  $I_1 = 22 \text{ а}$ ,  $I_2 = 44 \text{ а}$ ,

$$g = 0,22 \text{ сим}, \quad b = 0,20 \text{ сим}, \quad y = \sqrt{0,0884} = 0,297 \text{ сим}, \quad z = 3,37 \text{ ом},$$

$$I = \frac{220}{3,37} \approx 65 \text{ а}, \quad \cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{0,22}{0,297} = 0,741.$$

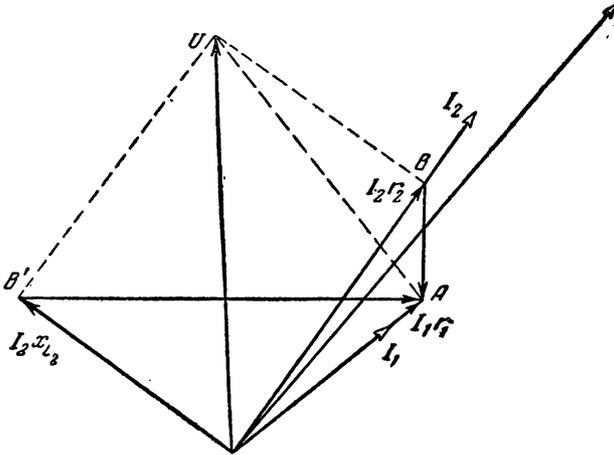
Баланс мощностей:

$$\begin{aligned} UI \cos \varphi &= I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2, \\ UI \cos \varphi &= 220 \cdot 65 \cdot 0,741 = 10\,596 \text{ вт}, \\ I_1^2 r_1 &= 484 \cdot 6 = 2904 \text{ вт}, \\ I_2^2 r_2 &= 1936 \cdot 4 = 7744 \text{ вт}. \end{aligned}$$

Сопоставляя полученные результаты находим, что расчеты сделаны правильно, так как ошибка в балансе составляет менее 0,5%. Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,35б.

4,36. Катушка с индуктивным сопротивлением  $6\ \text{ом}$  и весьма малым активным сопротивлением, которым можно пренебречь при расчетах, включена последовательно с активным сопротивлением  $8\ \text{ом}$ .

Определить коэффициент мощности в этой цепи.



Фиг. 4,356

Изменится ли коэффициент мощности, если катушку и активное сопротивление включить параллельно?

О т в е т.

При последовательном соединении  $\cos \varphi = 0,8$ , что легко получить из треугольника сопротивлений.

При параллельном соединении  $\cos \varphi \approx 0,6$ , что получается из треугольника проводимостей.

4,37. Коэффициент мощности в цепи с последовательно соединенными конденсатором и активным сопротивлением равен  $0,3$ .

Как изменится его величина, если конденсатор и активное сопротивление включены параллельно?

О т в е т.  $\cos \varphi = 0,954$ .

4,38. Две катушки включены в сеть переменного тока сначала последовательно, а затем параллельно.

Определить угол сдвига фаз между током и общим напряжением в первом случае и общим током и напряжением во втором случае, если сопротивления катушек равны:

первой — активное  $6\ \text{ом}$  и индуктивное  $8\ \text{ом}$ ,

второй — активное  $9\ \text{ом}$  и индуктивное  $4\ \text{ом}$ .

О т в е т.  $\varphi_1 \approx 38^\circ 40'$ ,  $\varphi_2 \approx 38^\circ 30'$ .

4,39. Определить угол сдвига фаз общего тока и напряжения при параллельном соединении двух катушек, если активное сопротивление первой  $6 \text{ ом}$  и индуктивное сопротивление ее  $12 \text{ ом}$ , а активное сопротивление второй  $6 \text{ ом}$  и индуктивное сопротивление  $2 \text{ ом}$ .

Какой сдвиг фаз будет между общим напряжением и током при последовательном соединении этих катушек?

Построить треугольник сопротивлений для второго случая и треугольник проводимостей для первого.

Построить для обоих случаев векторные диаграммы, принимая общее напряжение равным  $120 \text{ в}$ .

Ответ.  $\varphi_1 \approx 32^\circ 40'$ ,  $\varphi_2 \approx 49^\circ 20'$ .

4,40. К электрической цепи, схема которой приведена на фиг. 4,40, подведено напряжение  $127 \text{ в}$ .

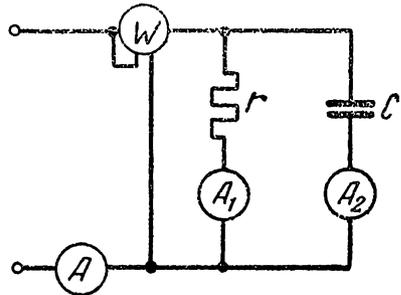
Определить показания приборов и построить векторную диаграмму, если  $r = 10 \text{ ом}$  и  $x_c = 10 \text{ ом}$ .

Ответ.  $I_1 = 12,7 \text{ а}$ ,

$I_2 = 12,7 \text{ а}$ ,  $I = 17,9 \text{ а}$ .

$$\cos \varphi = \sin \varphi = \frac{12,7}{12,7 \cdot 1,41} = 0,707;$$

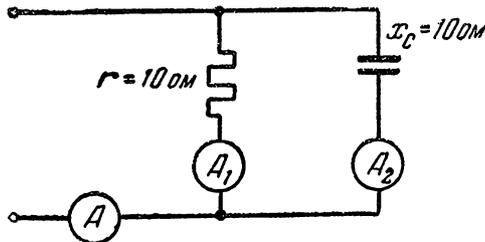
$$P = 1620 \text{ вт.}$$



Фиг. 4,40

4,41. Определить показания приборов, указанных на схеме фиг. 4,41, построить векторную диаграмму и написать выражение мгновенных значений общего тока, если

$$u = 310 \sin 314 t.$$



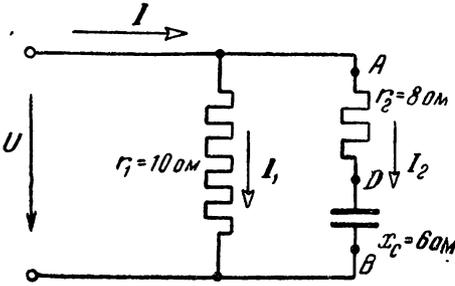
Фиг. 4,41

Ответ.  $I_1 = 22 \text{ а}$ ,  $I_2 = 22 \text{ а}$ ,  $I = 31 \text{ а}$ ,  $I_m \approx 44 \text{ а}$ ,

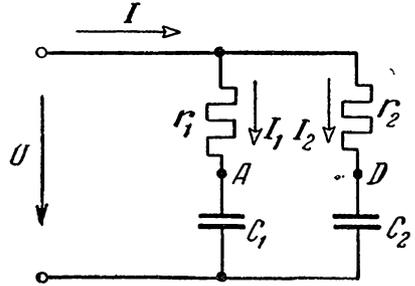
$$i = 44 \sin \left( 314 t + \frac{\pi}{4} \right),$$

4,42. Найти распределение токов в схеме фиг. 4,42 и построить векторную диаграмму при условии, что подведенное напряжение  $U = 127$  в.

Найти графически падение напряжения на участках  $A \dots D$  и  $D \dots B$  данной схемы и проверить результат аналитически.



Фиг. 4,42



Фиг. 4,43а

Отвеч.

$$I_1 = 12,7 \text{ а}, \quad I_2 = 12,7 \text{ а},$$

$$y = \sqrt{0,036} = 0,19 \text{ сим}, \quad z = \frac{1}{y} = 5,27 \text{ ом},$$

$$I = \frac{127}{5,27} \approx 24 \text{ а}, \quad I_2 R \approx 102 \text{ в}, \quad I_2 x_c \approx 76 \text{ в}.$$

4,43. Найти распределение токов в схеме фиг. 4,43а, если  $r_1 = 6$  ом,  $x_1 = 8$  ом,  $r_2 = 3$  ом и  $x_2 = 7$  ом.

Произвести расчет для определения тока в неразветвленной части цепи с помощью проводимостей, а затем для проверки повторить расчет по балансу мощностей, если  $U = 220$  в.

Построить векторную диаграмму и треугольнички мощностей.

Отвеч.

$$I_1 = 22 \text{ а}, \quad I_2 \approx 29 \text{ а},$$

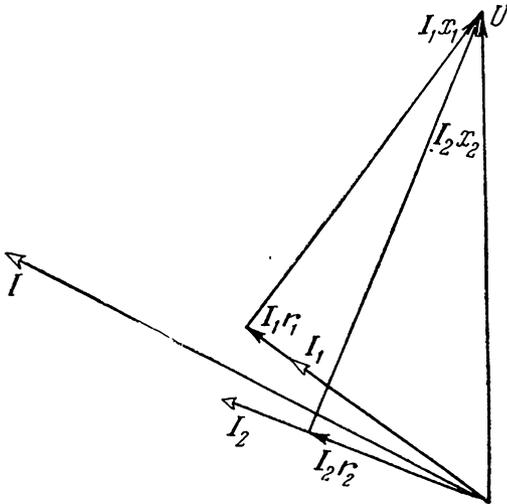
$$y \approx 0,229 \text{ сим},$$

$$z \approx 4,37 \text{ ом}, \quad I \approx 51 \text{ а},$$

$$I_1^2 r_1 = 484 \cdot 6 = 2904 \text{ вт},$$

$$I_1^2 x_1 = 3872 \text{ вар},$$

$$I_2^2 r_2 = 841 \cdot 3 = 2523 \text{ вт}.$$



Фиг. 4,43б

$$I_2^2 x_2 = 5887 \text{ вар}, \quad S = \sqrt{5,43^2 + 9,76^2} = 11,2 \text{ ква},$$

$$I = \frac{11200}{220} = 51 \text{ а}.$$

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,43б.

4,44. По векторной диаграмме для схемы предыдущей задачи определить графически напряжение между точками  $A$  и  $D$  при данном на схеме расположении сопротивлений и при условии, что сопротивления  $r_2$  и  $x_2$  поменяют местами.

Указание.

Построение ведется подобно тому, как это сделано на фиг. 4,35б, только в данном случае токи опережают напряжение.

4,45. Найти распределение токов в схеме фиг. 4,45а, если  $r_1 = 3$  ом,  $x_{L1} = 4$  ом,  $x_{C2} = 6$  ом,  $r_2 = 8$  ом и общее напряжение 220 в.

Построить векторную диаграмму и треугольники мощностей.

По векторной диаграмме определить графически напряжение между точками  $A$  и  $B$  при данном расположении сопротивлений и при условии, что сопротивления  $r_2$  и  $x_{C2}$  поменяют местами.

По треугольникам мощностей определить графически кажущуюся мощность в первой и во второй ветвях.

Ответы и указания.

$$I_1 = \frac{220}{5} = 44 \text{ а,}$$

$$I_2 = \frac{220}{10} = 22 \text{ а,}$$

$$g_1 = 0,12 \text{ сим, } b_1 = 0,16 \text{ сим, } g_2 = 0,08 \text{ сим, } b_2 = 0,06 \text{ сим,}$$

$$g = 0,2 \text{ сим, } b = 0,1 \text{ сим, } y = \sqrt{0,05} = 0,224 \text{ сим,}$$

$$z \approx 4,47 \text{ ом, } I = \frac{220}{4,47} \approx 49 \text{ а.}$$

Активная и реактивная мощности ветвей:

$$I_1^2 r_1 = 1936 \cdot 3 = 5808 \text{ вт,}$$

$$I_1^2 x_{L1} = 1936 \cdot 4 = 7744 \text{ вар,}$$

$$I_2^2 r_2 = 484 \cdot 8 = 3872 \text{ вт,}$$

$$I_2^2 x_{C2} = 484 \cdot 6 = 2904 \text{ вар.}$$

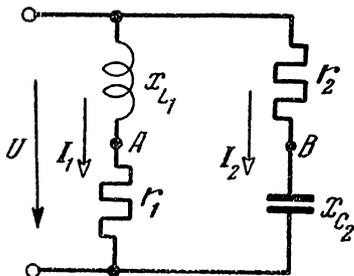
Активная, реактивная и кажущаяся мощности всей цепи:

$$P = 5808 + 3872 = 9680 \text{ вт} = 9,68 \text{ квт, } Q = 7744 - 2904 =$$

$$= 4840 \text{ вар} = 4,84 \text{ квар,}$$

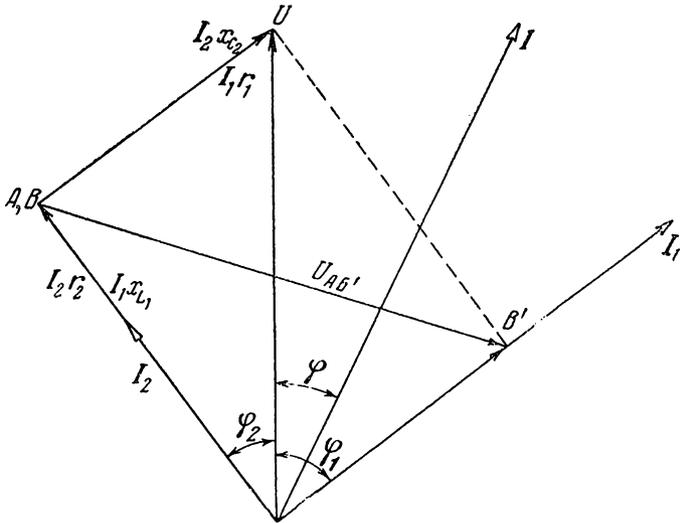
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{93,7^2 + 23,4^2} \approx 10,8 \text{ ква,}$$

$$I = \frac{S}{U} = \frac{10800}{220} \approx 49 \text{ а.}$$



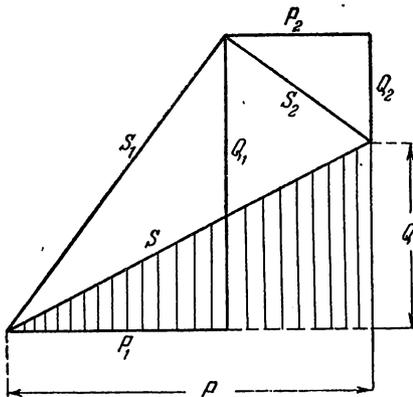
Фиг. 4,45а

Векторная диаграмма и треугольники мощностей представлены на фиг. 4,45б и 4,45в.



Фиг. 4,45б

Напряжение  $U_{AB}$  равно нулю, так как  $I_1 x_{L1} = 156$  в и  $I_2 r_2 = 156$  в, а кроме того, соответствующие векторы в этом частном случае совпадают по фазе.



Фиг. 4,45в

Если сопротивление  $r_2$  и конденсатор  $C_2$  поменять местами, то потенциал точки  $B$  схемы определится на векторной диаграмме точкой  $B'$ . Напряжение  $U_{AB'}$  теперь не равно нулю.

4,46. Найти распределение токов и определить показания ваттметров (фиг. 4,46), если  $x_{L1} = 10$  ом,  $r_1 = 6$  ом,  $x_{c1} = 18$  ом,  $r_2 = 5$  ом и  $x_{L2} = 10$  ом, а напряжение  $U = 220$  в.

Построить полную векторную диаграмму и найти графически напряжение между точками  $M-K$  и  $M-B$ . Составить баланс мощностей и построить треугольники мощностей для ветвей и всей схемы в целом.

Решение.

Находим сопротивление и проводимости первой ветви:

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + (x_{L1} - x_{c1})^2} = 10 \text{ ом},$$

$$g_1 = \frac{r_1}{z_1^2} = \frac{r_1}{r_1^2 + (x_{L1} - x_{c1})^2} = \frac{6}{36 + 64} = 0,06 \text{ сим},$$

$$b_1 = \frac{x_{L1} - x_{c1}}{z_1^2} = \frac{8}{100} = -0,08 \text{ сим (емк.)}.$$

Сопротивление и проводимости второй ветви:

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_{L2}^2} = 11,18 \text{ ом},$$

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{5}{125} = 0,04 \text{ сим},$$

$$b_2 = \frac{x_{L2}}{z_2^2} = \frac{10}{125} = 0,08 \text{ сим}.$$

Проводимости всего разветвления:

$$g = g_1 + g_2 = 0,1 \text{ сим},$$

$$b = b_2 - b_1 = 0.$$

$$y_p = \sqrt{g^2 + b^2} = 0,1 \text{ сим}, \quad z_p = 10 \text{ ом},$$

$$r_p = g z_p^2 = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ ом},$$

$$x_p = b z_p^2 = 0.$$

Общий ток:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{10} = 22 \text{ а}, \quad \varphi = 0.$$

Токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{220}{10} = 22 \text{ а}, \quad I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{220}{11,18} = 19,7 \text{ а},$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = 0,6, \quad \varphi_1 \approx 53^\circ,$$

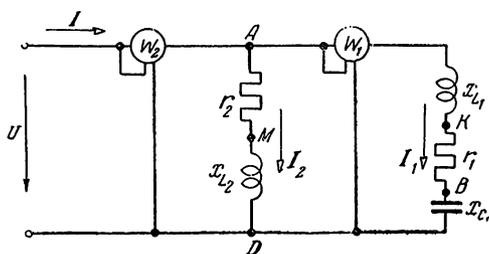
$$\cos \varphi_2 = \frac{5}{11,18} \approx 0,447, \quad \varphi_2 \approx 63^\circ 30'.$$

Показание первого ваттметра:

$$P_1 = I_1^2 r_1 = 22^2 \cdot 6 = 2904 \text{ вт} = 2,9 \text{ квт}$$

или

$$P_1 = UI_1 \cos \varphi_1 = 220 \cdot 22 \cdot 0,6 = 2900 \text{ вт} = 2,9 \text{ квт}.$$



Фиг. 4,46

Показание второго ваттметра:

$$P_2 = I^2 r_p = 22^2 \cdot 10 = 4840 \text{ вт} = 4,84 \text{ кВт}$$

или

$$P_2 = UI \cos \varphi = 220 \cdot 22 = 4840 \text{ вт} = 4,84 \text{ кВт}.$$

Проверка.

$$UI \cos \varphi = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2,$$

откуда

$$I_2^2 r_2 = 4840 - 2900 = 1940 \text{ вт} = 1,94 \text{ кВт}.$$

С другой стороны

$$I_2^2 r_2 = 19,7^2 \cdot 5 = 1940 \text{ вт} = 1,94 \text{ кВт}.$$

Для построения векторной диаграммы находим следующие величины:

$$I_1 x_{L_1} = 22 \cdot 10 = 220 \text{ в}, \quad I_1 r_1 = 22 \cdot 6 = 132 \text{ в},$$

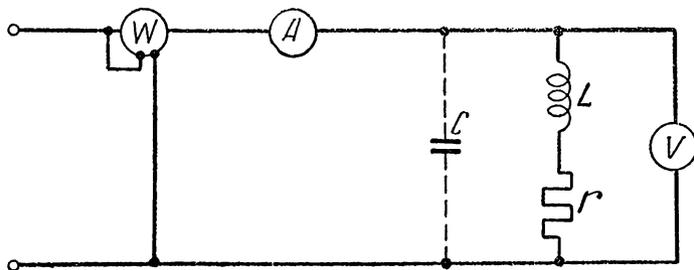
$$I_1 x_{C_1} = 22 \cdot 18 = 396 \text{ в},$$

$$I_2 r_2 = 19,7 \cdot 5 = 98,5 \text{ в},$$

$$I_2 x_{L_2} = 19,7 \cdot 10 = 197 \text{ в}.$$

Треугольник мощностей для всей цепи превращается в прямоугол.

4,47. В схеме фиг. 4,47 (без емкости  $C$ ), приборы показывают следующее:



Фиг. 4,47

ваттметр 1210 вт,  
амперметр 11 а,  
вольтметр 220 в.

Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, которую нужно установить у данного потребителя, чтобы повысить коэффициент мощности до 0,91, считая напряжение неизменным.

Решение.

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{1210}{121} = 10 \text{ ом}$$

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{11} = 20 \text{ ом},$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = 0,5, \quad \varphi = 60^\circ.$$

После улучшения коэффициента мощности ( $\varphi' = 24^\circ 30'$ )

$$I' = 11 \cdot \frac{0,5}{0,91} = 5,5 \text{ а.}$$

Ток батареи конденсаторов

$$I_C = I \sin \varphi - I' \sin \varphi' = 9,53 - 2,28 = 7,25 \text{ а.}$$

Мощность батареи

$$Q_C = I_C U = 7,25 \cdot 220 \approx 1600 \text{ вар} = 1,6 \text{ квар.}$$

Емкость батареи

$$C = \frac{Q_C}{\omega U^2} = \frac{1600}{314 \cdot 220^2} \cdot 10^6 = 105 \text{ мкф.}$$

4,48. Электрическая энергия подводится к потребителю по двухжильному кабелю, сечение которого равно  $70 \text{ мм}^2$ . По нормам допускаемая нагрузка током для такого кабеля равна 325 а.

К данной сети требуется подключить дополнительно осветительную нагрузку, однако при существующем режиме работы кабеля этого делать нельзя, так как ток в кабеле равен в среднем 318 а.

Определение коэффициента мощности показало, что он равен 0,6 (индукт.). Тогда было решено улучшить коэффициент мощности с помощью конденсаторов и подобрать батарею конденсаторов так, чтобы при одновременном повышении коэффициента мощности до 0,9 (индукт.) и включении дополнительной осветительной нагрузки ток в кабеле оставался неизменным.

Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, добавочную активную мощность, которую можно будет использовать для освещения, и ток добавочной осветительной нагрузки.

Напряжение у потребителя считать неизменным и равным 220 в.

Решение.

Составим схему замещения (фиг. 4,48а) и построим треугольники мощностей и векторную диаграмму, учитывая, что до улучшения коэффициента мощности

$$\varphi_n = 53^\circ, \quad \cos \varphi_n = 0,6 \quad \text{и} \quad \sin \varphi_n = 0,8,$$

а после включения конденсаторов

$$\varphi_{II} \approx 26^\circ, \quad \cos \varphi_{II} = 0,9 \quad \text{и} \quad \sin \varphi_{II} \approx 0,44;$$

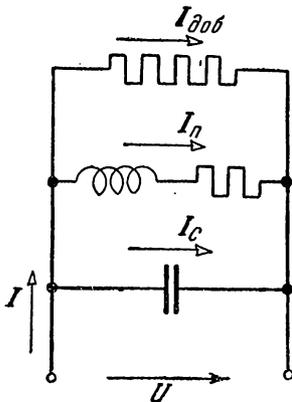
$\varphi_n$  — угол между вектором напряжения и вектором тока у потребителя до улучшения коэффициента мощности, а  $\varphi_{II}$  — угол сдвига между векторами напряжения и тока в линии после включения конденсаторов и дополнительной осветительной нагрузки.

Кажущаяся мощность

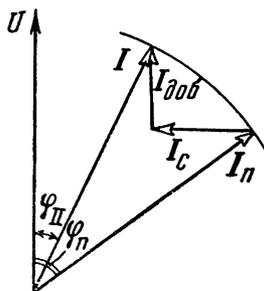
$$S = UI = 220 \cdot 318 \approx 70\,000 \text{ в}а = 70 \text{ к}в\text{а}.$$

Активная мощность до улучшения коэффициента мощности

$$P_n = S \cos \varphi_n = 70 \cdot 0,6 = 42 \text{ к}вт,$$



Фиг. 4,48а



Фиг. 4,48б

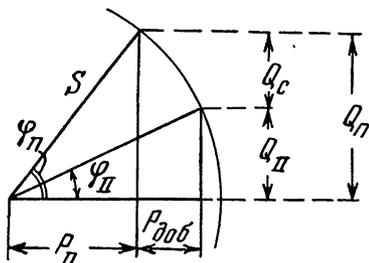
а реактивная мощность

$$Q_n = S \sin \varphi_n = 70 \cdot 0,8 = 56 \text{ к}вар.$$

Ток в ветви с батареей конденсаторов

$$I_c = I (\sin \varphi_n - \sin \varphi_{II}) = 318 (0,8 - 0,44) = 115 \text{ а}.$$

Заметим, что на векторной диаграмме фиг. 4,48б:  $I_n$  — ток в линии и у потребителя (общий ток потребителя) до упомянутых выше изменений, а  $I$  — ток в линии после включения батареи конденсаторов и дополнительной осветительной нагрузки. По величине эти токи равны, как того требует условие задачи.



Фиг. 4,48в

Емкость батареи конденсаторов

$$C = \frac{I_c}{\omega U} = \frac{115 \cdot 10^6}{314 \cdot 220} \approx 1650 \text{ мкф}.$$

Общий ток добавочной осветительной нагрузки равен

$$I_{доб} = I (\cos \varphi_{II} - \cos \varphi_n) = 318 (0,9 - 0,6) = 95,4 \text{ а}.$$

Активная мощность, которую можно дополнительно использовать для освещения при неизменной нагрузке кабеля током,

$$P_{доб} = I_{доб} U = 95,4 \cdot 220 = 21\,000 \text{ вт} = 21 \text{ к}вт,$$

или, согласно фиг. 4,48в,

$$P_{\text{доб}} = S \cos \varphi_{\text{II}} - P_{\text{н}} = 70 \cdot 0,9 - 42 = 21 \text{ кВт.}$$

Первоначальная реактивная мощность в конце линии, равная реактивной мощности потребителя,

$$Q_{\text{н}} = 56 \text{ квар,}$$

а мощность батареи конденсаторов

$$Q_{\text{с}} = 220 \cdot 115 = 25,3 \text{ квар}$$

равна разности  $Q_{\text{н}} - Q_{\text{II}}$ , где  $Q_{\text{II}}$  — реактивная мощность в конце линии после улучшения коэффициента мощности и включения дополнительной нагрузки.

В таком случае можно написать, что

$$Q_{\text{II}} = Q_{\text{н}} - Q_{\text{с}} = 56 - 25,3 = 30,7 \text{ квар}$$

или

$$Q_{\text{II}} = S \sin \varphi_{\text{II}} = 70 \cdot 0,44 = 30,8 \text{ квар.}$$

**4,49\*.** В конце линии, активное сопротивление которой  $r_0 = 1 \text{ ом}$  и индуктивное  $x_0 = 2 \text{ ом}$ , подключен потребитель, у которого счетчик активной энергии показал за 8 час. 23,2 *квтчас*, а счетчик реактивной энергии за то же время отметил 30,96 *квар. час*.

После определения величины коэффициента мощности на основании этих показаний было решено поставить у потребителя батарею конденсаторов. Предварительный расчет нужно сделать для двух случаев повышения коэффициента мощности в конце линии: до 0,8 и до 1.

Произведя расчеты для случая работы потребителя до улучшения коэффициента мощности (основываясь на показаниях счетчиков) и для случаев работы с коэффициентом мощности 0,8 и 1, найти величины, указанные в нижеприведенной таблице. Сравнивая их, отметить, какие выгоды дает улучшение коэффициента мощности.

Составить схемы замещения и построить векторные диаграммы для исходного режима у потребителя и для случаев работы при значениях коэффициента мощности равных 0,8 и 1.

При всех расчетах считать напряжение в конце линии неизменным и равным 220 в.

Нагрузку у потребителя считать постоянной, а ток отстающим от напряжения.

Коэффициент мощности в конце линии	Емкость батарей конденсаторов, <i>мкф</i>	Мощность батарей конденсаторов, <i>квар</i>	Ток у потребителя, <i>а</i>	Ток в линии, <i>а</i>	Активная мощность в конце линии, <i>квт</i>	Активная мощность в начале линии, <i>квт</i>	Напряжение в начале линии, <i>в</i>	Потеря напряжения в линии, %	Потеря мощности в линии, %	Реактивная мощность в конце линии, <i>квар</i>

Потерю напряжения в линии выразить в процентах от напряжения в конце линии

$$\Delta U \% = \frac{U_I - U_{II}}{U_{II}} \cdot 100.$$

Потерю мощности в линии выразить в процентах от полезной передаваемой мощности, т. е. от мощности потребителя или мощности в конце линии:

$$\Delta p \% = \frac{P_I - P_{II}}{P_{II}} \cdot 100.$$

Решение.

Средняя за 8 час. активная мощность потребителя (или мощность в конце линии)

$$P_{II} = \frac{23,20}{8} = 2,9 \text{ квт.}$$

Средняя за 8 час. реактивная мощность потребителя (или в конце линии)

$$Q_{II} = \frac{30,96}{8} = 3,87 \text{ квар.}$$

Кажущаяся мощность в конце линии

$$S_{II} = \sqrt{P_{II}^2 + Q_{II}^2} = \sqrt{8,4 + 15} = 4,83 \text{ ква.}$$

Из треугольника мощностей следует, что

$$\cos \varphi_n = \frac{P_{II}}{S_{II}} = 0,6.$$

То же можно получить иначе:

$$\frac{Q_{II}}{P_{II}} = \operatorname{tg} \varphi_n \approx 1,33, \quad \varphi_n \approx 53^\circ, \quad \cos \varphi_n = 0,6.$$

Ток потребителя или ток в линии

$$I_n = \frac{S_{II}}{U_{II}} = \frac{4830}{220} \approx 22 \text{ а.}$$

Параметры схемы замещения потребителя (фиг. 4,49а)

$$r_n = \frac{P_{II}}{I_n^2} = \frac{2900}{484} = 6 \text{ ом}, \quad x_n = \frac{Q_{II}}{I_n^2} = \frac{3870}{484} = 8 \text{ ом.}$$

Общее сопротивление схемы

$$z = \sqrt{(r_n + r_0)^2 + (x_n + x_0)^2} = 12,2 \text{ ом.}$$

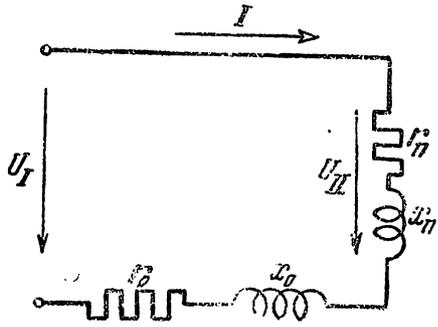
Напряжение в начале линии

$$[U_I = I_n z = 22 \cdot 12,2 \approx 268 \text{ в.}$$

$$\Delta U \% = \frac{268 - 220}{220} \cdot 100 = 22\%.$$

Потеря мощности в линии

$$\begin{aligned} \Delta p \% &= \frac{P_I - P_{II}}{P_{II}} = \\ &= \frac{I_n^2 (r_n + r_0) - I_n^2 r_n}{I_n^2 r_n} \cdot 100 = \\ &= \frac{r_0}{r_n} \cdot 100 = 16,7\% . \end{aligned}$$



Фиг. 4,49а

Режим при  $\cos \varphi_{II} = 0,8$   
(схема фиг. 4,49б):

$$\varphi \approx 37^\circ,$$

$$Q_{II} = P_n \operatorname{tg} \varphi_{II} \approx 2,19 \text{ квар,}$$

$$Q_c = Q_n - Q_{II} = 3,87 - 2,19 = 1,68 \text{ квар}$$

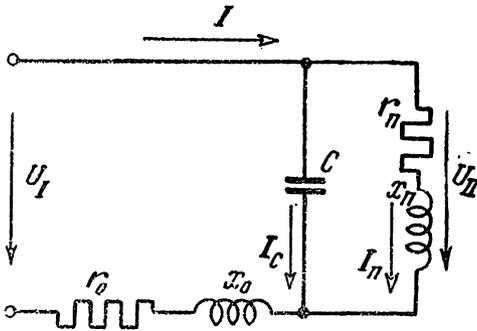
или

1,68 ква, так как  $Q_c = S_c$

$$\begin{aligned} C &= \frac{P_n}{\omega U_{II}^2} (\operatorname{tg} \varphi_n - \operatorname{tg} \varphi_{II}) = \\ &= \frac{2900 \cdot 10^3}{314 \cdot 48400} \cdot 0,5731 = 110 \text{ мкф} \end{aligned}$$

или

$$C = \frac{Q_n - Q_{II}}{\omega U_{II}^2} \approx 110 \text{ мкф.}$$



Фиг. 4,49б

Ток в линии

$$I = I_n \frac{\cos \varphi_n}{\cos \varphi_{II}} = 22 \frac{0,6}{0,8} = 16,5 \text{ а.}$$

Для определения напряжения в начале линии находим проводимости и сопротивления схемы замещения (фиг. 4,49в):

$$g_n = \frac{r_n}{r_n^2 + x_n^2} = 0,060 \text{ сим,}$$

$$b_n = \frac{x_n}{r_n^2 + x_n^2} = 0,080 \text{ сим,}$$

$$g_c = 0,$$

$$b_c = \frac{1}{x_c} = 314 \cdot 110 \cdot 10^{-6} = 0,0345 \text{ сим},$$

$$y_{II} = \sqrt{g_n^2 + (b_n - b_c)^2} = \sqrt{0,0057} = 0,075 \text{ сим},$$

$$r_{II} = \frac{g_n}{y_{II}^2} = 10,5 \text{ ом}, \quad x_{II} = \frac{b_n - b_c}{y_{II}^2} = 8 \text{ ом},$$

$$z = \sqrt{(r_0 + r_{II})^2 + (x_0 + x_{II})^2} = 15,23 \text{ ом}.$$

Тогда

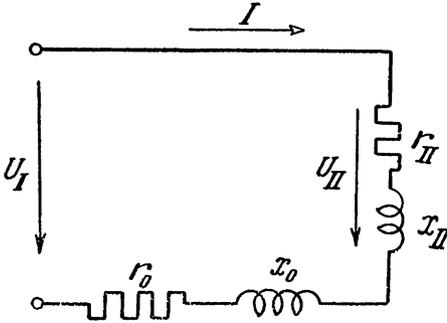
$$U_I = Iz \approx 252 \text{ в}.$$

Активная мощность в начале линии

$$P_I = P_{II} + I^2 r_0 = 2900 + 16,5^2 \cdot 1 \approx 3170 \text{ вт} = 3,17 \text{ квт}.$$

$$\Delta U\% = \frac{252 - 220}{220} \cdot 100 \approx 14,5\%,$$

$$\Delta p\% = \frac{3170 - 2900}{2900} \cdot 100 = 9,3\%.$$



Фиг. 4,49в

Режим при  $\cos \varphi_{II} = 1$  (схема замещения дана на фиг. 4,49г):

$$\varphi_{II} = 0.$$

$$Q_{II} = 0, \quad Q_c = Q_n = 3,87 \text{ квар},$$

$$C = \frac{P_n}{\omega U_{II}^2} \operatorname{tg} \varphi_n \approx 254 \text{ мкф}.$$

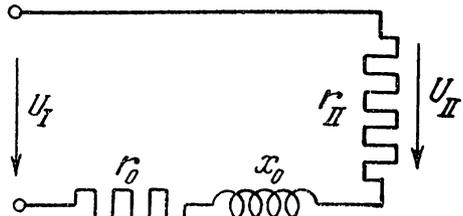
Ток в линии

$$I = I_n \cos \varphi_n = 22 \cdot 0,6 = 13,2 \text{ а},$$

$$b_c = \omega C = 314 \cdot 254 \cdot 10^{-6} = 0,08 \text{ сим},$$

$$b_n = 0,08 \text{ сим},$$

$b_n = b_c$  — резонанс токов.



Фиг. 4,49г

$$y_{II} = \sqrt{g_n^2 + (b_n - b_c)^2} = g_n,$$

$$r_{II} = \frac{g_n}{y_{II}^2} = \frac{1}{g_n} = \frac{1}{0,06} = 16,7 \text{ ом},$$

$$x_{II} = \frac{b_n - b_c}{y_{II}^2} = 0,$$

$$z = \sqrt{(r_{II} + r_0)^2 + x_0^2} \approx 17,8 \text{ ом}.$$

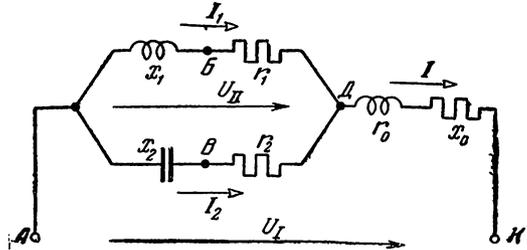
$$U_I = Iz = 13,2 \cdot 17,8 = 235 \text{ в},$$

$$\Delta U \% = \frac{235 - 220}{220} \cdot 100 = 6,8\%$$

$$\Delta p \% = \frac{I^2 r_0}{I^2 r_{II}} \cdot 100 = \frac{100}{16,7} = 6\%$$

4,50. Найти распределение токов в схеме фиг. 4,50а и построить полную векторную диаграмму. Определить по векторной диаграмме графически падение напряжения на участке  $D-K$  и вычислить потерю напряжения на этом участке.

Напряжение  $U_{II} = 220$  в,  $r_1 = 6$  ом,  $x_1 = 10$  ом,  $r_2 = 29$  ом,  $x_2 = 50$  ом,  $r_0 = 1,5$  ом и  $x_0 = 2,6$  ом.



Фиг. 4,50а

Расчет произвести с помощью проводимостей.

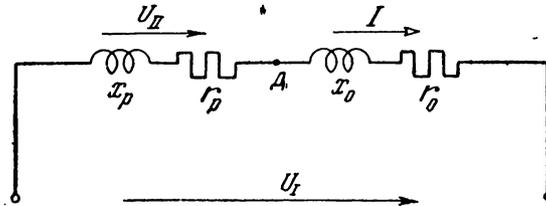
Решение.

Определяем проводимости ветвей разветвления:

$$g_1 = \frac{r_1}{z_1^2} = \frac{6}{136} = 0,0441 \text{ сим}, \quad b_1 = \frac{x_1}{z_1^2} = \frac{10}{136} = 0,0735 \text{ сим},$$

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{29}{3340} \approx 0,0087 \text{ сим}, \quad b_2 = \frac{x_2}{z_2^2} = \frac{50i}{3340} \approx 0,0150 \text{ сим}.$$

Находим проводимости разветвления и его эквивалентные активное и реактивное сопротивления:



Фиг. 4,50б

$$g_p = g_1 + g_2 = 0,0528 \text{ сим}, \quad b_p = b_1 - b_2 = 0,0585 \text{ сим (индукт.)},$$

$$y_p = \sqrt{g_p^2 + b_p^2} = 0,079 \text{ сим}, \quad z_p = \frac{1}{y_p} = 12,65 \text{ ом},$$

$$r_p = g_p z_p^2 \approx 8,45 \text{ ом}, \quad x_p = b_p z_p^2 \approx 9,35 \text{ ом (индукт.)}.$$

Заменяем схему фиг. 4,50а эквивалентной схемой фиг. 4,50б.

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U_{II}}{z_p} = \frac{220}{12,65} = 17,4 \text{ а}.$$

сопротивление всей цепи

$$z = \sqrt{(r_p + r_0)^2 + (x_p + x_0)^2} \approx 15,6 \text{ ом.}$$

Напряжение  $U_1 = Iz = 272 \text{ в.}$

Ток в первой ветви

$$I_1 = \frac{U_{II}}{z_1} = \frac{220}{11,65} = 18,9 \text{ а.}$$

Этот ток отстает по фазе от напряжения  $U_{II}$  на угол  $\varphi_1$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_1}{r_1} = \frac{10}{6}, \quad \varphi_1 \approx 59^\circ.$$

Ток во второй ветви

$$I_2 = \frac{U_{II}}{z_2} = \frac{220}{57,7} \approx 3,8 \text{ а.}$$

Ток  $I_2$  опережает напряжение  $U_{II}$  на угол  $\varphi_2$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{x_2}{r_2} = \frac{50}{29}, \quad \varphi_2 \approx 60^\circ.$$

Ток в неразветвленной части цепи отстает от общего напряжения  $U_1$  на угол  $\varphi$ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_p + x_0}{r_p + r_0} = \frac{11,95}{995} \approx 1,2, \quad \varphi \approx 50^\circ.$$

По найденным величинам можно построить полную векторную диаграмму.

**4,51.** Найти распределение токов и напряжение  $U_1$  в схеме фиг. 4,50а, пользуясь соотношениями, полученными из треугольников мощностей. Составить баланс мощностей.

**Решение.**

Если известно напряжение на концах разветвления, то расчет можно произвести следующим образом.

Находим токи в ветвях разветвления:

$$I_1 = \frac{U_{II}}{z_1} = 18,9 \text{ а и } I_2 = \frac{U_{II}}{z_2} = 3,8 \text{ а.}$$

Затем определяем суммарную активную мощность разветвления

$$P_p = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 = 2562 \text{ вт}$$

и суммарную реактивную мощность

$$Q_p = I_1^2 x_1 - I_2^2 x_2 = 2845 \text{ вар.}$$

Кажущаяся мощность разветвления

$$S_p = \sqrt{P_p^2 + Q_p^2} = 3840 \text{ ва.}$$

Следовательно, суммарный ток разветвления или ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{S_p}{U_{II}} = \frac{3840}{220} = 17,4 \text{ а,}$$

а эквивалентные сопротивления разветвления

$$r_p = \frac{P_p}{I^2} = \frac{2562}{303} \approx 8,5 \text{ ом}$$

и

$$x_p = \frac{Q_p}{I^2} = \frac{2845}{303} \approx 9,4 \text{ ом.}$$

$Q_1 > Q_2$ , следовательно, реактивное сопротивление  $x_p$  является сопротивлением индуктивным.

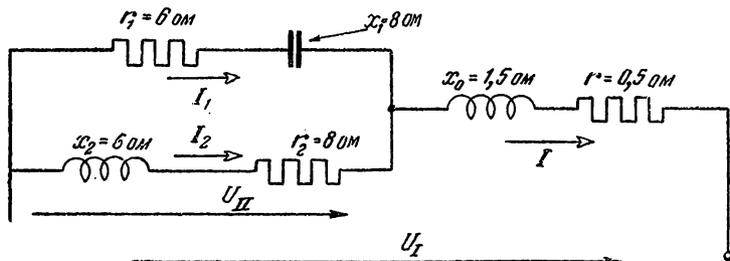
Теперь можно определить полное сопротивление всей цепи

$$z = \sqrt{(r_p + r_0)^2 + (x_p + x_0)^2} = \sqrt{(8,5 + 1,5)^2 + (9,4 + 2,6)^2} \approx 15,6 \text{ ом}$$

и напряжение

$$U_I = Iz = 272 \text{ в.}$$

4,52\*. Найти распределение токов в схеме фиг. 4,52а и напряжение на концах разветвления, если общее напряжение  $U_I = 127 \text{ в}$ .



Фиг. 4,52а

Решение.

Так как параметры схемы постоянны, т. е. не зависят от величины напряжения или тока, то задача может быть решена следующим образом.

Задаемся произвольно напряжением на разветвлении: положим, что мы считаем его равным 20 в.

Определяем полное сопротивление ветвей разветвления:

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_{c1}^2} = 10 \text{ ом}, \quad z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_{L2}^2} = 10 \text{ ом.}$$

Если  $U_{II} = 20 \text{ в}$ , то

$$I_1 = \frac{20}{10} = 2 \text{ а} \text{ и } I_2 = \frac{20}{10} = 2 \text{ а.}$$

Находим активную и реактивную мощности в каждой ветви:

$$P_1 = I_1^2 r_1 = 24 \text{ вт}, \quad Q_1 = I_1^2 x_{c1} = 32 \text{ вар},$$

$$P_2 = I_2^2 r_2 = 32 \text{ вт}, \quad Q_2 = I_2^2 x_{L2} = 24 \text{ вар.}$$

Суммарное значение активной мощности разветвления

$$P = P_1 + P_2 = 56 \text{ вт}$$

и реактивной мощности

$$Q = Q_2 - Q_1 = -8 \text{ вар.}$$

Знак минус указывает, что реактивная мощность, обусловленная колебаниями энергии электрического поля в первой ветви, превышает реактивную мощность, обусловленную колебаниями энергии магнитного поля во второй ветви.

Кажущаяся мощность разветвления

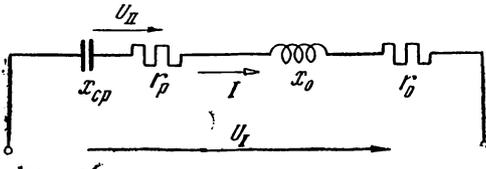
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3136 + 64} = 56,57 \text{ в.а.}$$

Ток в неразветвленной части цепи (или общий ток разветвления)

$$I = \frac{S}{U_{II}} = \frac{56,57}{20} = 2,83 \text{ а.}$$

Этот ток опережает напряжение на концах разветвления на угол  $\varphi_{II}$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{Q}{P} = \frac{8}{56} = 0,143, \quad \varphi_{II} \approx 8^\circ 18'.$$



Фиг. 4,526

Параметры схемы замещения разветвления (фиг. 4,526):

$$r_p = \frac{P}{I^2} = \frac{56}{8} = 7 \text{ ом,}$$

$$x_{cp} = \frac{Q}{I^2} = \frac{8}{8} = 1 \text{ ом.}$$

Общее сопротивление схемы

$$z = \sqrt{(r_0 + r_p)^2 + (x_0 - x_{cp})^2} \approx 7,5 \text{ ом.}$$

Общее напряжение схемы:

$$U_I = Iz = 2,83 \cdot 7,5 = 21,2 \text{ в.}$$

Полученное общее напряжение оказалось в 6 раз меньше действительного значения его:

$$\frac{127}{21,2} = 6.$$

Поэтому действительную величину токов и напряжения  $U_{II}$  легко теперь определить, увеличив найденные выше соответствующие величины в 6 раз.

Итак, окончательно имеем следующее:

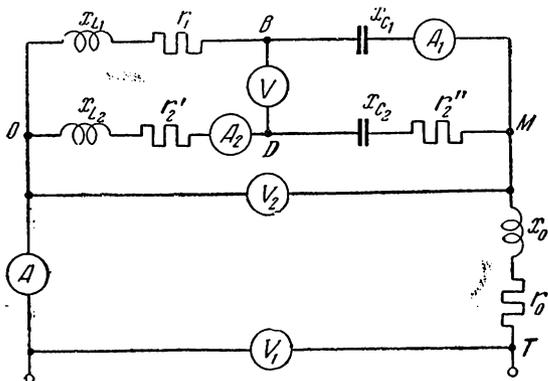
$$U_{II} = 20 \cdot 6 = 120 \text{ в,} \quad I_1 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ а,} \quad I_2 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ а,} \\ I = 2,83 \cdot 6 \approx 17 \text{ а.}$$

Следует заметить, что данную задачу можно решить, пользуясь проводимостями, подобно тому, как это было сделано при решении задачи 4,50. Однако расчеты с помощью проводимостей часто оказываются более сложными, чем метод расчета, рассмотренный в данном примере.

4,53\*: В электрическую цепь, собранную по схеме фиг. 4,53 а, включены измерительные приборы, причем амперметр А показывает 10,7 а.

Определить показания всех остальных приборов, если:

- $x_{L1} = 30 \text{ ом,}$
- $r_1 = 124 \text{ ом,}$
- $x_{c1} = 128 \text{ ом,}$
- $x_{L2} = 17,2 \text{ ом,}$
- $r_2' = 3,4 \text{ ом,}$
- $x_{c2} = 7,2 \text{ ом,}$
- $r_2'' = 16,3 \text{ ом,}$
- $x_0 = 1,87 \text{ ом,}$
- $r_0 = 5,4 \text{ ом.}$



Фиг. 4,53а

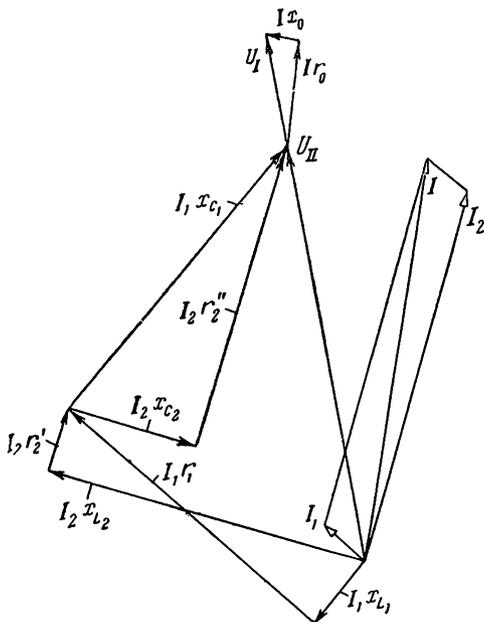
Номинальное напряжение вольтметра V равно 140 в. Его показание следует определить графически, построив топографическую диаграмму.

Токи в вольтметрах и сопротивления амперметров при расчетах не учитываются.

Ответ.  $I_1 = 1,4 \text{ а,}$

$I_2 = 10 \text{ а, } U_2 = 220 \text{ в,}$

$U_1 = 280 \text{ в, } U = 0.$



Фиг. 4,53б

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,53б. Для построения диаграммы предварительно вычислены следующие величины:

$I_1 x_{L1} = 42 \text{ в, } I_2 r_2' = 34 \text{ в,}$

$I_2 x_{c2} = 72 \text{ в, } I_2 r_2'' = 163 \text{ в,}$

$I r_0 = 58 \text{ в, } I x_0 = 20 \text{ в,}$

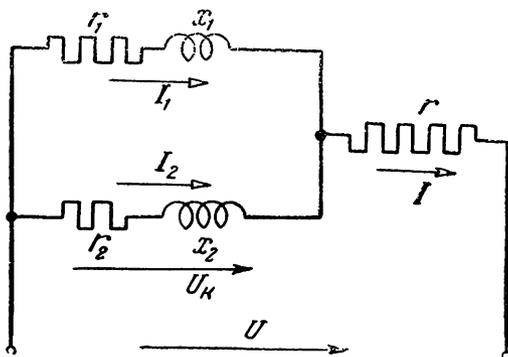
$z_1 \approx 157 \text{ ом, } z_2 \approx 22 \text{ ом,}$

$\cos \varphi_1 = 0,784, \varphi_1 = 38^\circ 20',$

$\cos \varphi_2 = 0,9, \varphi_2 \approx 26^\circ.$

4,54. Построить векторную диаграмму для схемы фиг. 4,54а и определить по ней сдвиг фаз тока  $I_1$  и напряжения U.

$$r_1 = 43,5 \text{ ом}, \quad x_1 = 19,8 \text{ ом}, \quad r_2 = 131,4 \text{ ом}, \\ x_2 = 270 \text{ ом}, \quad r = 204 \text{ ом}, \quad U = 120 \text{ в.}$$

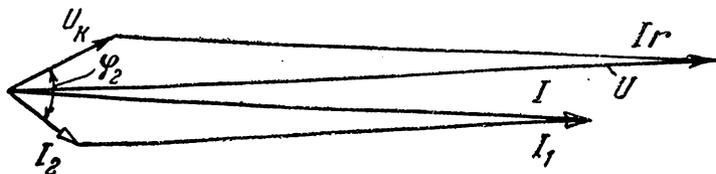


Фиг. 4,54а

Ответ и указание.

$I_1 = 0,44 \text{ а}, \quad I_2 = 0,07 \text{ а}, \quad I = 0,5 \text{ а}, \quad U_k = 21 \text{ в}, \quad I_r = 102 \text{ в},$   
 $\varphi_2 = 64^\circ$ , угол сдвига фаз между  $I_1$  и  $U_k$  равен  $24^\circ 30'$ , а угол сдвига фаз между  $I_1$  и  $U$  равен нулю.

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,54б.



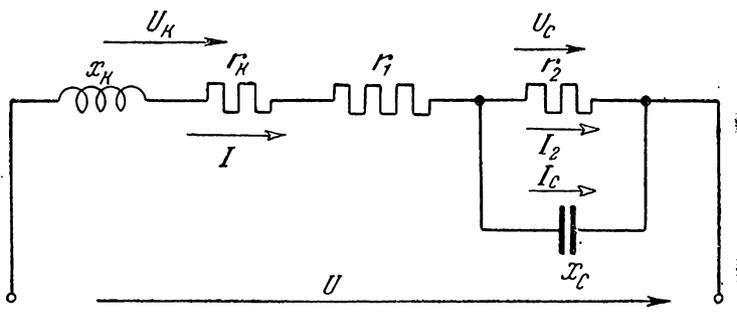
Фиг. 4,54б

Такие схемы применяют в электродинамических ваттметрах для устранения сдвига фаз тока в параллельной обмотке прибора и напряжения, подведенного к прибору. Сдвиг фаз, обусловленный индуктивностью параллельной обмотки прибора, вносит погрешность в измерения.

На схеме фиг. 4,54а участок  $r_1 - x_1$  аналогичен параллельной обмотке электродинамического ваттметра, а  $r$  — добавочному сопротивлению в цепи этой обмотки. Ветвь  $r_2 - x_2$  аналогична катушке, обладающей значительной индуктивностью, подключаемой к зажимам параллельной обмотки ваттметра для компенсации сдвига фаз тока и напряжения в цепи параллельной обмотки прибора.

На векторной диаграмме видно, что ток  $I_1$  и напряжение  $U$  в данной схеме совпадают по фазе.

Такая «частотная компенсация» возможна не только с помощью индуктивности, но и с помощью емкости. Схема емкостной компенсации приведена в следующей задаче (4,55).



Фиг. 4,55а

4,55. Построить векторную диаграмму для схемы фиг. 4,55а и определить по ней угол сдвига между векторами  $I$  и  $U$ .

Как изменится положение вектора  $I$  на векторной диаграмме, если емкость будет отключена?

Параметры схемы:

$$x_k = 39,65 \text{ ом}, \quad r_k = 30,45 \text{ ом}, \\ r_1 = 180 \text{ ом}, \quad r_2 = 110 \text{ ом}, \quad x_c = 250 \text{ ом}.$$

Общее напряжение 120 в.

Ответ.

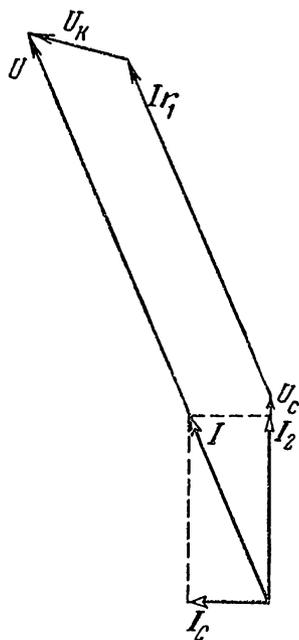
$$I_c = 0,16 \text{ а}, \quad I_2 = 0,365 \text{ а}, \quad I = 0,4 \text{ а}.$$

$U_k = 20 \text{ в}$ ,  $U_c = 40 \text{ в}$ , угол между векторами  $I$  и  $U$  равен нулю.

Векторная диаграмма приведена на фиг. 4,55б.

Если емкость отключена, то угол между векторами  $I$  и  $U$  равен  $7^\circ$ .

Емкость подключается обычно к части добавочного сопротивления. На схеме фиг. 4,55а сопротивления  $x_k$  и  $r_k$  играют роль сопротивлений параллельной обмотки ваттметра, а сопротивление  $r_1 + r_2$  имитирует добавочное сопротивление в цепи параллельной обмотки ваттметра.



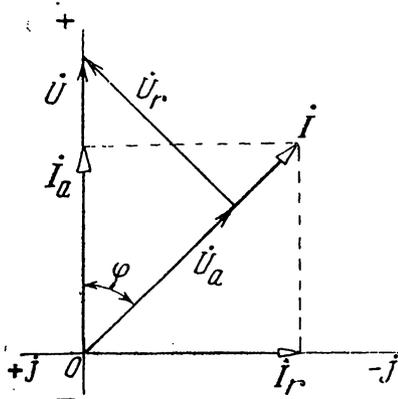
Фиг. 4,55б

## 5. КОМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД

5.1. Комплексы действующих значений тока и напряжения на некотором участке цепи заданы величинами

$$\dot{U} = 100 \text{ в} \text{ и } \dot{I} = (10 - j10) \text{ а.}$$

Определить активные и реактивные составляющие тока и напряжения, а также комплексное значение сопротивления участка цепи.



Фиг. 5,1

Решение.

Изобразим заданные комплексы в виде векторов на фиг. 5,1.

На этой диаграмме имеем:  $I_a = 10 \text{ а}$  и  $I_r = 10 \text{ а}$ ;

$$U_a = U \cos \varphi = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 70,7 \text{ в}$$

и

$$U_r = U \sin \varphi = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 70,7 \text{ в.}$$

Комплексное значение сопротивления

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{100}{10 - j10} = \frac{100(10 + j10)}{200} = (5 + j5) \text{ ом.}$$

Эту же задачу можно решить, пользуясь показательной формой записи комплексных чисел:

$$\dot{U} = U e^{j\alpha} = 100 e^{j0^\circ},$$

$$\dot{I} = I e^{j(\alpha + \varphi)} = \sqrt{10^2 + 10^2} e^{j(\alpha + \arctg \frac{-10}{10})} = 14,1 e^{-j45^\circ},$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{100 e^{j0^\circ}}{14,1 e^{-j45^\circ}} = 7,05 e^{j45^\circ}.$$

Модули комплексов:

тока  $I = 14,1 \text{ а}$ ,

напряжения  $U = 100 \text{ в}$ ,

полного сопротивления  $z = 7,05 \text{ ом}$ .

Угол сдвига фаз между током и напряжением  $\varphi = 45^\circ$ .

Активные и реактивные составляющие тока, напряжения и сопротивления:

$$I_a = I \cos \varphi = 14,1 \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \text{ а},$$

$$I_r = I \sin \varphi = 14,1 \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \text{ а},$$

$$U_a = U \cos \varphi = 100 \frac{\sqrt{2}}{2} = 70,7 \text{ в},$$

$$U_r = U \sin \varphi = 100 \frac{\sqrt{2}}{2} = 70,7 \text{ в},$$

$$r = z \cos \varphi = 7,05 \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \text{ ом},$$

$$x_L = z \sin \varphi = 7,05 \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \text{ ом}.$$

5,2. Комплексные значения напряжения и тока потребителя равны  $\dot{U} = (100 + j100) \text{ в}$  и  $\dot{I} = (10 - j10) \text{ а}$ .

Построить векторную диаграмму и написать уравнения мгновенных значений заданных тока и напряжения. Найти активные и реактивные составляющие напряжения и тока и комплексные проводимости потребителя.

Ответ.

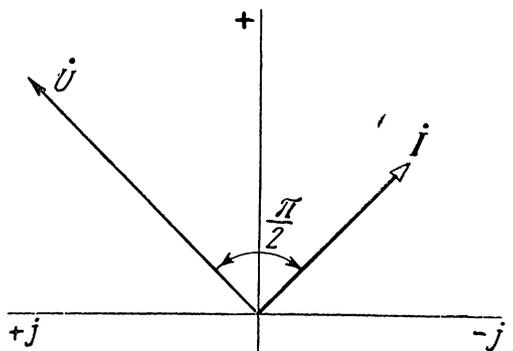
Векторная диаграмма приведена на фиг. 5,2.

$U_a = 0$  и  $U_r \approx 141 \text{ в}$ ,

$I_a = 0$  и  $I_r \approx 14,1 \text{ а}$ ,

$g = 0$  и  $b_L = 0,1 \text{ сим}$ ,

$$u = 200 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{и} \quad i = 20 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$



Фиг. 5,2

5,3. Найти распределение токов, напряжение, приложенное к крайним зажимам схемы фиг. 5,3а, и мощности (активную и реактивную) на участках и во всей цепи, пользуясь комплексным методом. Вычислить напряжение между точками  $K$  и  $M$  при данном включении сопротивлений и после того как активное и реактивное сопротивления во второй ветви поменяются местами.

Напряжение  $\dot{U}_{II} = 220$  в, сопротивления  $r_1 = 6$  ом,  $x_1 = 10$  ом,  $r_2 = 29$  ом,  $x_2 = 50$  ом,  $r_0 = 1,5$  ом и  $x_0 = 2,6$  ом.

Решение.

Комплексы полных сопротивлений участков цепи

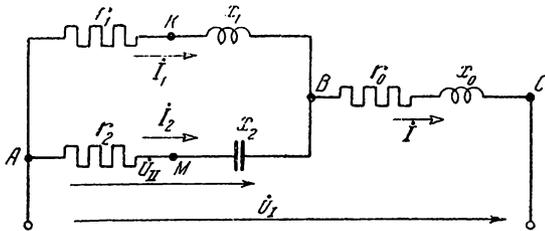
$$Z_1 = (6 + j10) \text{ ом}, \quad Z_2 = (29 - j50) \text{ ом}, \quad Z_0 = (1,5 + j2,6) \text{ ом}.$$

Комплекс полного сопротивления разветвления

$$Z_p = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \approx (8,5 + j9,4) \text{ ом}.$$

Модуль сопротивления разветвления

$$z_p = \sqrt{8,5^2 + 9,4^2} = 12,9 \text{ ом}.$$



Фиг. 5,3а

Сопротивление всей цепи

$$Z = Z_p + Z_0 = 8,5 + j9,4 + 1,5 + j2,6 = (10 + j12) \text{ ом}.$$

Модуль этого сопротивления

$$z = \sqrt{10^2 + 12^2} = 15,6 \text{ ом}.$$

Направим вектор напряжения  $\dot{U}_{II}$  по оси вещественных величин, тогда токи в ветвях будут равны

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}_{II}}{Z_1} = \frac{220}{6 + j10} = (9,72 - j16,2) \text{ а},$$

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{II}}{Z_2} = \frac{220}{29 - j50} = (1,9 + j3,3) \text{ а}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I} = \dot{i}_1 + \dot{i}_2 = 11,62 - j12,90 \approx (11,6 - j13) \text{ а}.$$

Модули этих токов

$$I_1 = 18,9 \text{ а}, \quad I_2 = 3,8 \text{ а} \quad \text{и} \quad I = 17,35 \text{ а}.$$

Проверка.

$$\dot{I} Z_p = (11,6 - j13) (8,5 + j9,4) \approx 220 = \dot{U}_{II}.$$

Напряжение  $\dot{U}_I$  схемы:

$$\dot{U}_I = \dot{U}_{II} + \dot{I} Z_0 = 220 + (11,6 - j13) (1,5 + j2,6) \approx (271 + j11) \text{ в}.$$

Модуль этого напряжения  $U_I \approx 272$  в.

Напряжение  $\dot{U}_I$  можно определить еще и так:

$$\dot{U}_I = \dot{I} Z = (11,6 - j13) (10 + j12) = (272 + j9) \text{ в}$$

и модуль

$$U_I \approx 272 \text{ в}.$$

Для выяснения вопроса о распределении мощности в схеме напишем выражения мощности в комплексной форме для отдельных участков:

$$\dot{U}_{II} \dot{I}_1^* = 220 (9,72 + j 16,2) = 2140 + j 3560,$$

$$\dot{U} \dot{I}_2^* = 220 (1,9 - j 3,3) = 418 - j 725.$$

Активная мощность разветвления

$$P_p = 2140 + 418 = 2558 \text{ вт},$$

реактивная мощность

$$Q_p = 3560 - 725 = 2835 \text{ вар.}$$

Полная мощность равна

$$\dot{S}_p = 2558 + j 2835.$$

Знак плюс у мнимой части комплекса полной мощности разветвления показывает, что в разветвлении преобладает индуктивность.

Если бы мы представляли комплексы мощности в виде произведения  $\dot{U} \dot{I}$ , то знаки у мнимых частей комплексов переменялись бы: в таком случае знак плюс у мнимой части комплекса указывал бы на то, что реактивная мощность была бы обусловлена наличием в цепи емкости.

Рекомендуем читателям проверить это, определив численные значения произведений комплексов:

$$\dot{U}_{II} \dot{I}_1, \quad \dot{U}_{II} \dot{I}_2 \text{ и } \dot{U}_{II} \dot{I}.$$

Для проверки баланса мощностей подсчитаем активную и реактивную мощности в ветвях следующим образом:

$$P_1 = I_1^2 r_1 = 357 \cdot 6 = 2142 \text{ вт},$$

$$P_2 = I_2^2 r_2 = 14,5 \cdot 29 = 420 \text{ вт},$$

$$Q_1 = I_1^2 x_1 = 357 \cdot 10 = 3570 \text{ вар},$$

$$Q_2 = I_2^2 x_2 = 14,5 \cdot 50 = 725 \text{ вар.}$$

Следовательно,

$$P_p = 2562 \text{ вт и } Q_p = 2845 \text{ вар.}$$

Сопоставляя эти результаты с полученными ранее, мы видим, что получается хорошее совпадение.

Комплекс полной мощности всей цепи:

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I} = (272 + j 9) (11,6 + j 13) = 3038 + j 3640.$$

Выше было найдено, что полное сопротивление всей цепи

$$Z = (10 + j 12) \text{ ом.}$$



Активная и реактивная мощности всей цепи будут равны:

$$P = P_p + I^2 r_0 = 2562 + 451 = 3013 \text{ вт},$$

$$Q = Q_p + I^2 x_0 = 2845 + 783 = 3628 \text{ вар}.$$

Сравнивая полученные результаты, видим, что они вполне удовлетворительны, так как максимальное расхождение не превышает 1%.

Построим векторную топографическую диаграмму фиг. 5,36 и определим напряжение между точками  $K$  и  $M$ . Для этого сделаем обход по пути  $AMKA$ , применяя второй закон Кирхгофа:

$$\dot{I}_2 r_2 + \dot{U}_{KM} - \dot{I}_1 r_1 = 0 \text{ или } \dot{U}_{KM} = \dot{I}_1 r_1 - \dot{I}_2 r_2.$$

Если сделать обход  $AKMA$ , то получим

$$\dot{I}_1 r_1 + \dot{U}_{MK} - \dot{I}_2 r_2 = 0 \text{ или } \dot{U}_{MK} = -\dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_2 r_2.$$

Следовательно,

$$\dot{U}_{MK} = -\dot{U}_{KM},$$

что легко уяснить, обращаясь к векторной диаграмме. Соединяя точки  $K$  и  $M$  на топографической диаграмме, можно с одинаковым основанием направить вектор напряжения между этими точками к точке  $K$  или к точке  $M$ , если это не уточнено указанием направления обхода или соответствующими индексами ( $KM$  или  $MK$ ), как это сделано выше.

Определим комплекс напряжения  $\dot{U}_{MK}$ :

$$\begin{aligned} \dot{U}_{MK} &= -\dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_2 r_2 = -58,3 + j 97,2 + 55,1 + j 95,7 = \\ &= (-3,2 + j 193) \text{ в}. \end{aligned}$$

Если поменять местами  $r_2$  и  $x_2$ , то комплекс напряжения

$$\dot{U}_{MK} = -\dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_2 (-j x_2) \approx (107 + j 2) \text{ в}.$$

5,4. На фиг. 5,4а показана разветвленная электрическая цепь с заданным током  $I_5 = 1 \text{ а}$ .

Определить токи и напряжения всех участков цепи и построить полную векторную диаграмму.

Решение.

Направим вектор тока  $\dot{I}_5$  по оси вещественных величин, т. е. примем  $\dot{I}_5 = I_5 = 1 \text{ а}$ .

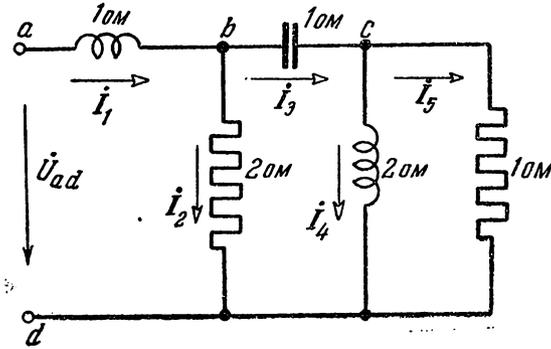
Напряжение  $\dot{U}_{cd} = \dot{I}_5 r_5 = 1 \text{ в}$ ;

$$\text{ток } \dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{cd}}{j x_4} = \frac{1}{j 2} = -j 0,5 \text{ а};$$

$$\text{ток } \dot{I}_3 = \dot{I}_5 + \dot{I}_4 = (1 - j 0,5) \text{ а};$$

напряжение  $\dot{U}_{bd} = \dot{U}_{cd} + \dot{I}_3 (-j x_3) = 1 + (1 - j 0,5) (-j) = (0,5 - j) \text{ в}$ .

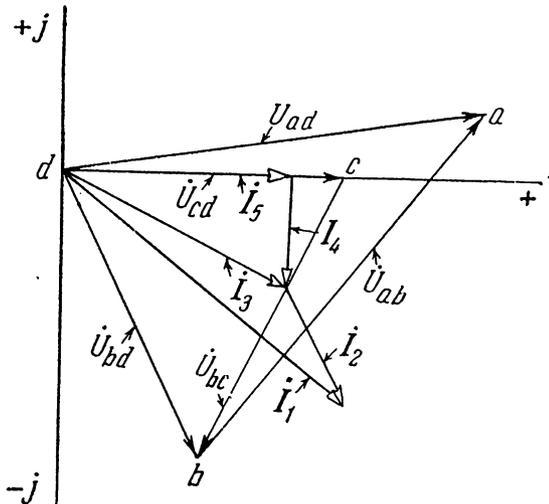
$$\text{Ток } I_2 = \frac{\dot{U}_{bd}}{r} = \frac{0,5-j}{2} = (0,25 - j 0,5) \text{ а.}$$



Фиг. 5,4а

Общий ток  $I_1 = I_2 + I_3 = (1,25 - j) \text{ а}$ ; напряжение на зажимах всей цепи

$$\dot{U}_{ad} = \dot{U}_{bd} + jx_1 I_1 = 0,5 - j + j(1,25 - j) = 1,5 + j 0,25 = 1,52 e^{j9,28^\circ} \text{ в.}$$



Фиг. 5,4б

По полученным комплексным значениям токов и напряжений на фиг. 5,4б построена векторная диаграмма.

Из векторной диаграммы следует, что взаимное положение векторов токов и напряжений на соответствующих участках цепи полностью соответствует характеру сопротивлений этих участков. Например, ток  $I_5$  совпадает по фазе с напряжением  $\dot{U}_{cd}$ , ток  $I_4$  отстает по фазе от напряжения  $\dot{U}_{cd}$  на угол равный

$\frac{\pi}{2}$ , ток  $I_3$  опережает по фазе напряжение  $U_{bc}$  на угол, равный  $\frac{\pi}{2}$ , и т. д.

5,5. Изменяются ли модули токов и напряжений участков цепи предыдущей задачи, если при решении ее исходный вектор тока  $I_5$  направить по оси мнимых величин, т. е. принять  $I_5 = j 1 \text{ а}$ ?

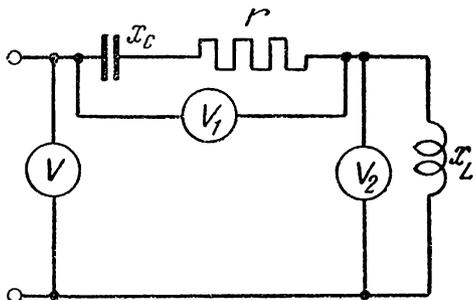
Ответ.

Модули токов и напряжений останутся без изменения. Все векторы повернутся в комплексной плоскости на угол равный  $\frac{\pi}{2}$ , против вращения часовой стрелки.

5,6. Определить величины напряжений и токов во всех ветвях схемы, показанной на фиг. 5,4а, если напряжение сети  $U_{ad} = 120$  в.

Ответ.

Для определения токов и напряжений на всех участках этой цепи достаточно найденные значения их величин в задаче 5,4 увеличить в  $\frac{120}{1,52} = 79$  раз. Например, ток  $I_5 = 79 \cdot 1 = 79$  а.



Фиг. 5,7

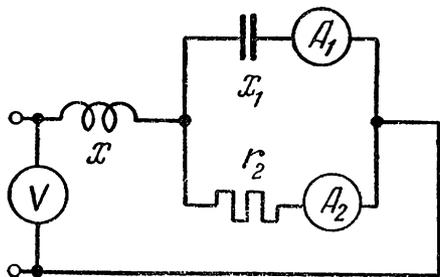
5,7. Напряжения, измеренные вольтметрами на

участках цепи (фиг. 5,7), настроенной в резонанс, оказались равными  $U_1 = 100$  в и  $U_2 = 80$  в.

Определить показание вольтметра V и сопротивления участков цепи, пользуясь комплексным методом, если ток цепи равен 10 а.

Ответ.

$$U = 60 \text{ в}, \quad r = 6 \text{ ом}, \quad x_C = x_L = 8 \text{ ом}.$$



Фиг. 5,8

5,8. В схеме фиг. 5,8 амперметры  $A_1$  и  $A_2$  показывают токи  $I_1 = 10$  а и  $I_2 = 10$  а, а вольтметр V — напряжение 100 в.

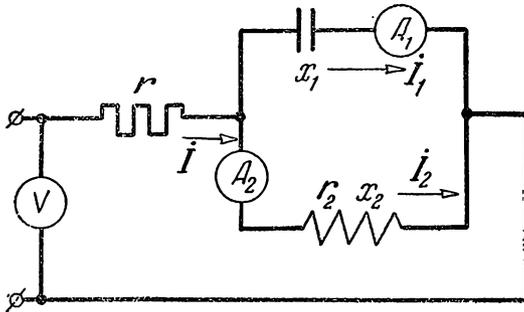
Пользуясь векторной диаграммой и комплексным методом, определить ток в неразветвленной части цепи, напряжения на участках и сопротивления  $r_2$ ,  $x_1$  и  $x$ , если общее напряжение U совпадает по фазе с током в индуктивности.

Ответ.

$$I_L = 14,1 \text{ а}, \quad U_{12} = 141 \text{ в}, \quad r_2 = 14,1 \text{ ом}, \\ x_1 = 14,1 \text{ ом} \text{ и } x = 7,08 \text{ ом}.$$

5,9. В схеме фиг. 5,9 амперметры  $A_1$  и  $A_2$  показали токи  $I_1=10$  а и  $I_2=14,1$  а. Напряжение сети, измеряемое вольтметром  $V$ , равно 200 в, а сопротивление  $r=5$  ом.

Определить ток  $I$  в неразветвленной части цепи, а также сопротивления  $r_2$ ,  $x_2$  и  $x_1$ , если напряжение  $U$  совпадает по фазе с током  $I$  и сопротивление  $r_2=x_2$ .

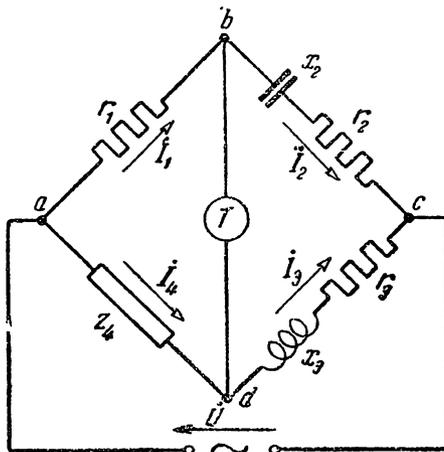


Фиг. 5,9

Для решения задачи необходимо воспользоваться как графическим, так и комплексным методом.

Ответ.

$$I=10 \text{ а}, x_1=10 \text{ ом}, r_2=x_2=5 \text{ ом}.$$



Фиг. 5,10

5,10\*. На фиг. 5,10 показана схема моста, питаемого от источника переменного тока.

Вывести соотношение между сопротивлениями  $r_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  и  $Z_4$ , при котором ток в ветви с телефоном будет отсутствовать.

Ответ.

$$\frac{r_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3}.$$

5.11\*. В условиях предыдущей задачи определить токи во всех ветвях для случая, когда мост уравновешен, и построить полную векторную диаграмму, если  $Z_1=50$  ом,  $Z_2=(40-j80)$  ом,  $Z_3=(160+j80)$  ом; сопротивление  $Z_4$  определить из условия равновесия моста. Напряжение  $U=14,5$  в.

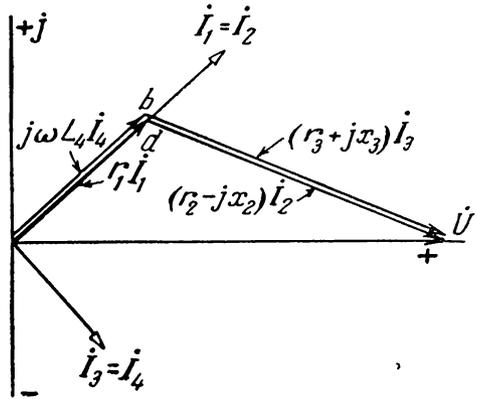
Ответ.

Вектор напряжения  $\dot{U}$  направлен по оси вещественных величин. Сопротивление  $Z_4 = j 100 \text{ ом}$  и токи  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = (0,09 + j 0,08) a$ ,

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_4 = (0,04 - j 0,045) a.$$

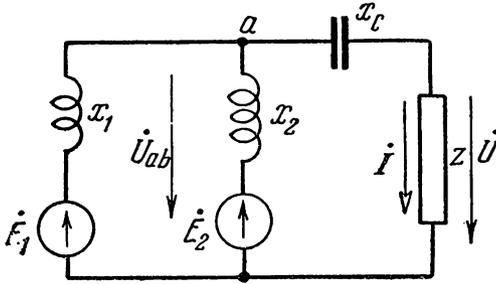
На фиг. 5,11 приведена векторная диаграмма. Потенциалы точек  $b$  и  $d$  одинаковы.

5,12\*. На фиг. 5,12а показана электрическая цепь с двумя синусоидально меняющимися э. д. с.  $e_1 = e_2 = 141,2 \sin \omega t$ ; сопротивления ветвей с э. д. с.  $x_1 = 5 \text{ ом}$ ,  $x_2 = 20 \text{ ом}$ . Сопротивление конденсатора  $x_c = 10 \text{ ом}$ .



Фиг. 5,11

Определить сопротивление  $z$  нагрузки, при котором ток  $\dot{I}$  будет совпадать по фазе с напряжением  $\dot{U}_{ab}$  на зажимах источников и по величине равен  $20 a$ .



Фиг. 5,12а

Решение.

Для решения этой задачи воспользуемся законами Кирхгофа. На основании второго и первого законов Кирхгофа имеем соответственно следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= jx_1 \dot{I}_1 - jx_c \dot{I} + Z \dot{I}; \\ \dot{E}_2 &= jx_2 \dot{I}_2 - jx_c \dot{I} + Z \dot{I} \\ &\text{и } \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}. \end{aligned}$$

Из совместного решения этих уравнений получим

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_1 jx_2 + \dot{E}_2 jx_1}{jx_1 \cdot jx_2 + j(x_1 + x_2)(Z - jx_c)}.$$

Разделим числитель и знаменатель на комплекс  $j(x_1 + x_2)$ :

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_{12}}{\frac{jx_1 \cdot jx_2}{jx_1 + jx_2} + Z - jx_c},$$

где

$$\dot{E}_{12} = \frac{\dot{E}_1 jx_2 + \dot{E}_2 jx_1}{j(x_1 + x_2)}.$$

есть некоторая э. д. с., эквивалентная двум э. д. с., действующим в ветвях параллельного соединения. В нашем примере  $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = \dot{E}$ . Направим вектор э. д. с.  $\dot{E}$  по оси вещественных величин и подставим числовые значения сопротивлений и э. д. с. в уравнение для тока:

$$\dot{I} = \frac{100}{j4 - j10 + Z} = \frac{100}{j4 - j10 + r + jx}.$$

Модуль вектора этого тока по условиям задачи

$$I = \frac{100}{\sqrt{r^2 + (x-6)^2}} = 20 \text{ а.}$$

В уравнение входят две неизвестные величины —  $r$  и  $x$ . Реактивное сопротивление  $x$  нагрузки можно определить, исходя из следующих соображений.

Комплекс тока  $\dot{I}$  может быть определен также из уравнения  $\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{-jx_c + r + jx}$ , а по условию вектор этого тока  $\dot{I}$  должен совпадать по фазе с напряжением  $\dot{U}_{ab}$ . Выполнение этого условия возможно при  $x = x_c = 10 \text{ ом}$ .

Из соотношения

$$20 = \frac{100}{\sqrt{r^2 + (10-6)^2}}$$

находим активное сопротивление  $r = 3 \text{ ом}$ .

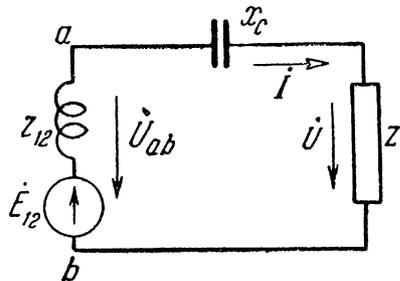
Отметим, что выражению  $\dot{I} = \frac{\dot{E}_{12}}{Z_{12} + Z - jx}$  соответствует эквивалентная схема, показанная на фиг. 5,126,

где

$$\dot{E}_{12} = \frac{\dot{E}_1 \frac{1}{jx_1} + \dot{E}_2 \frac{1}{jx_2}}{\frac{1}{jx_1} + \frac{1}{jx_2}}$$

является э. д. с. эквивалентного генератора, а

$Z_{12} = \frac{jx_1 \cdot jx_2}{jx_1 + jx_2}$  — его внутренним сопротивлением.



Фиг. 5,126

В общем случае для  $n$  — параллельных ветвей с э. д. с.  $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$  и т. д., действующими соответственно в первой, второй и других ветвях и с сопротивлениями ветвей, равными  $Z_1, Z_2, Z_3$ , и т. д., эквивалентная э. д. с. определяется уравнением

$$\dot{E}_{\text{эkv.}} = \frac{\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 + \dot{E}_3 Y_3 + \dots}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots}.$$

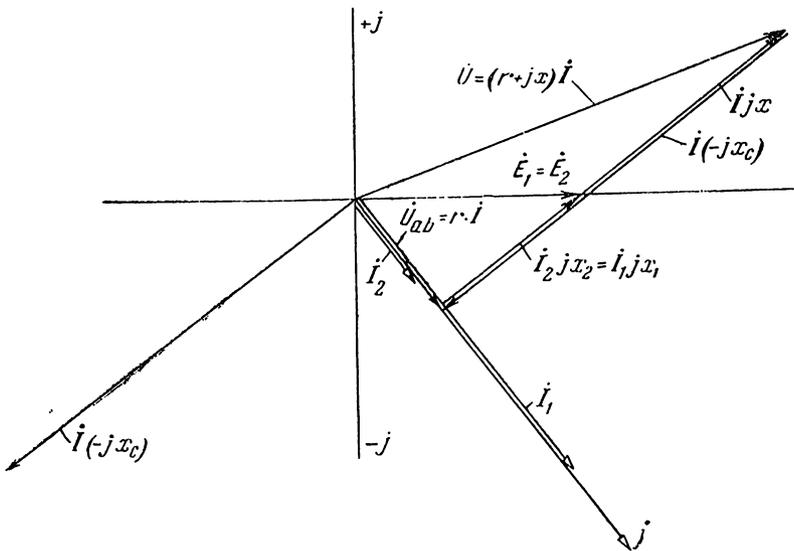
Внутреннее сопротивление этого эквивалентного генератора находится по формуле

$$Z_{\text{э.кв}} = \frac{1}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots}$$

В этих выражениях комплексные значения проводимостей ветвей определяются как величины, обратные комплексным сопротивлениям, т. е.

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1}, Y_2 = \frac{1}{Z_2}, Y_3 = \frac{1}{Z_3} \dots \text{ и т. д.}$$

5,13\*. В условиях предыдущей задачи определить токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ , активные и реактивные мощности генераторов и напряжения на участках и построить векторную диаграмму.



Фиг. 5,13

Отв.ст.

При  $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = 100 \text{ в}$ ,  $\dot{I}_1 = (9,6 - j 12,8) \text{ а}$ ,

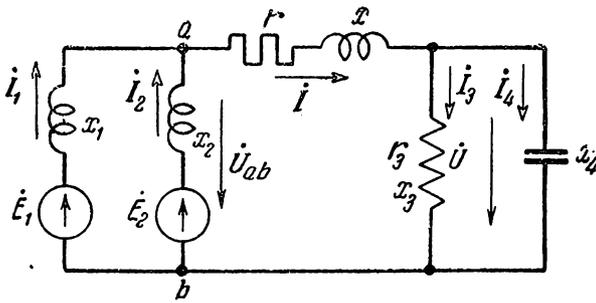
$\dot{I}_2 = (2,4 - j 3,2) \text{ а}$ ,  $\dot{U}_{ab} = (36 - j 48) \text{ в}$ ,

$\dot{S}_1 = 960 + j 1280$  и  $\dot{S}_2 = 240 + j 320$ .

На фиг. 5,13 приведена полная векторная диаграмма.

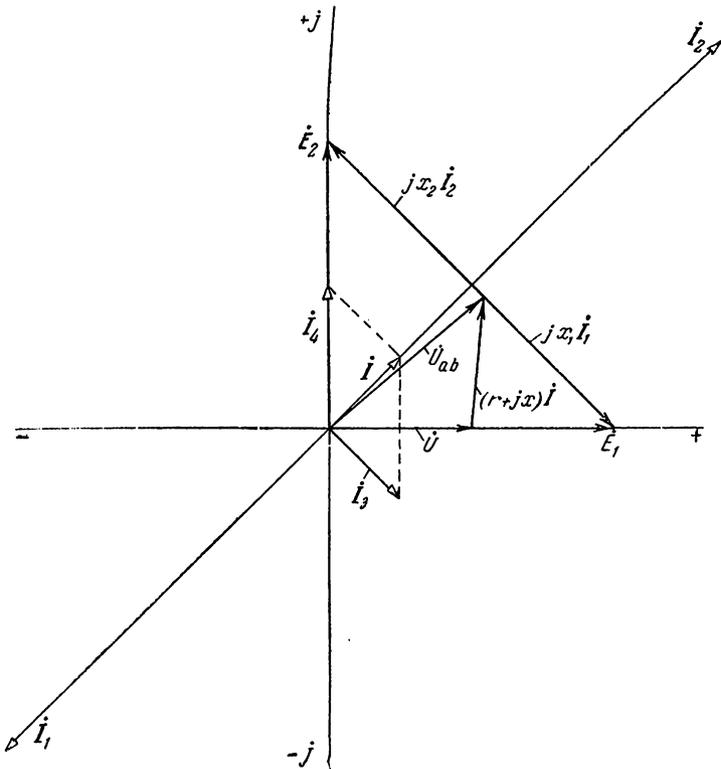
5.14\*. На фиг. 5,14а показана электрическая схема с двумя э. д. с., причем э. д. с.  $\dot{E}_2$  опережает по фазе э. д. с.  $\dot{E}_1$  на четверть периода.

Сопротивления  $x_1 = x_2 = 2 \text{ ом}$ ,  $r = 5 \text{ ом}$ ,  $x = 4 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 5 \text{ ом}$ ,  $x_3 = 5 \text{ ом}$  и  $x_4 = 5 \text{ ом}$ .



Фиг. 5,14а

Определить токи во всех ветвях, напряжения на участках, активные и реактивные мощности генераторов и приемников и построить полную векторную диаграмму, если  $E_1 = E_2 = 380$  в.



Фиг. ,146

Указание.

Для решения задачи целесообразно заменить параллельно включенные ветви с э. д. с. одной эквивалентной ветвью.

Ответ.

Если  $\dot{E}_1 = 380$  в, а  $\dot{E}_2 = j 380$  в, то

$$\dot{I} = (19 + j 19) \text{ а}, \quad \dot{I}_3 = (19 - j 19) \text{ а}, \quad \dot{I}_4 = j 38 \text{ а},$$

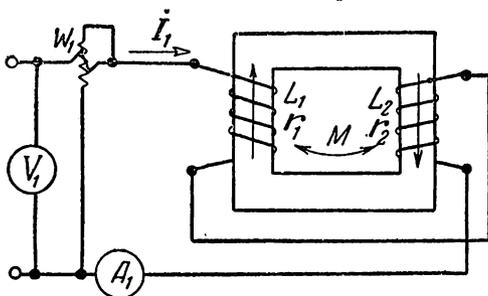
$$\dot{I}_1 = (-85,5 - j 85,5) \text{ а} \text{ и } \dot{I}_2 = (104,5 + j 104,5) \text{ а}.$$

Кроме того, на фиг. 5,146 построена полная векторная диаграмма. Отметим, что в этом случае источник электрической энергии с э. д. с.  $\dot{E}_1$  работает в двигательном режиме, так как активная мощность  $P = (\dot{E}_1 \dot{I}_1^*)_{\text{действ.}} = [380 (-85,5 + j 85,5)]_{\text{действ.}} = -32500 \text{ вт}$  имеет отрицательный знак.

5,15. Для определения взаимной индуктивности  $M$  двух катушек, надетых на сердечник из немагнитного материала, были проведены два опыта по схеме фиг. 5,15а и 5,15б.

Приборы показали следующие величины:  $U_1 = 147,5$  в,  $I_1 = 1$  а,  $P_1 = 70$  вт,  $U_2 = 141,6$  в,  $I_2 = 2$  а и  $P_2 = 280$  вт.

Чему равна взаимная индуктивность катушек, если частота сети  $f = 500$   $\mu\text{ц}$ ?



Фиг. 5,15а

Решение.

Для схемы, показанной на фиг. 5,15а, имеем уравнение

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 + \\ &+ r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 = \\ &= [r_1 + r_2 + j\omega (L_1 + L_2 + \\ &+ 2M)] \dot{I}_1, \end{aligned} \quad (1)$$

так как в этом случае катушки соединены соглас-  
но.

Из этого выражения находим

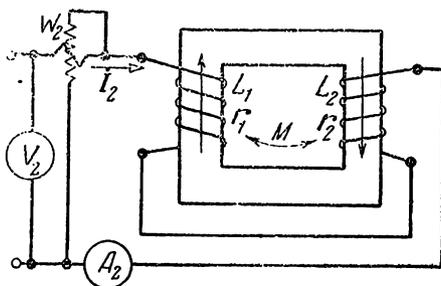
$$U_1 = I_1 \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2 + 2M)^2}. \quad (2)$$

Кроме того,  $P_1 = I_1^2 (r_1 + r_2)$ ,

$$\text{откуда } r_{12} = r_1 + r_2 = \frac{P_1}{I_1^2} = 70 \text{ ом}.$$

Подставив значение  $r_{12} = 70$  ом в уравнение (2), получим

$$\omega (L_1 + L_2 + 2M) = \omega L' = \sqrt{147,5^2 - 70^2} = 130 \text{ ом}.$$



Фиг. 5,15б

На схеме, показанной на фиг. 5,15б, катушки включены навстречу одна другой, поэтому в данном случае имеем

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= r_1 \dot{I}_2 + j\omega L_1 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_2 + r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_2 = \\ &= [r_1 + r_2 + j\omega (L_1 + L_2 - 2M)] \dot{I}_2, \end{aligned}$$

откуда

$$U_2 = I_2 \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2 - 2M)^2}.$$

Так как сумма сопротивлений  $r_1 + r_2$  и в этом случае остается равной прежнему значению, то

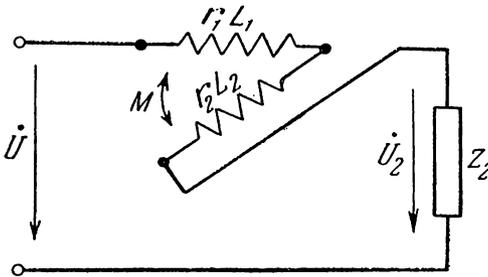
$$\omega (L_1 + L_2 - 2M) = \omega L'' = \sqrt{\frac{141,6^2 - 140^2}{4}} = 10 \text{ ом}.$$

Из уравнений  $\omega (L_1 + L_2 + 2M) = \omega L' = 130 \text{ ом}$  и  $\omega L'' = \omega (L_1 + L_2 - 2M) = 10 \text{ ом}$  получим

$$M = \frac{\omega L' - \omega L''}{4\omega} = \frac{L' - L''}{4} = \frac{120}{4 \cdot 3140} = 9,55 \text{ мГн}.$$

5,16. В условиях предыдущей задачи определить активное сопротивление  $r_2$ , индуктивности  $L_1$  и  $L_2$ , если активное сопротивление первой катушки  $r_1 = 40 \text{ ом}$ , а напряжение на ее зажимах при согласном включении обеих катушек равно 72,2 в.

Ответ.  $r_2 = 30 \text{ ом}$ ,  
 $L_1 = 9,55 \text{ мГн}$ ,  $L_2 = 12,75 \text{ мГн}$ .



Фиг. 5,17

5,17\*. Для регулирования напряжения  $U_2$  на зажимах нагрузки с сопротивлением  $Z_2$  (фиг. 5,17) включен вариометр с максимальной взаимной индуктивностью  $M = 0,05 \text{ Гн}$ .

Параметры катушек:  
 $r_1 = 5 \text{ ом}$ ,  $L_1 = 0,03 \text{ Гн}$ ,  
 $r_2 = 5 \text{ ом}$  и  $L_2 = 0,1 \text{ Гн}$ .

Угловая частота напряжения сети  $\omega = 1000 \frac{1}{\text{сек}}$ .

Найти пределы изменения напряжения  $U_2$  при изменении взаимного расположения катушек для двух значений сопротивления нагрузки  $Z_2' = (30 + j30) \text{ ом}$  и  $Z_2'' = (30 - j30) \text{ ом}$ , если напряжение сети остается неизменным и равным  $U_1$ .

Решение.

Для встречного и согласного соединения катушек имеем соответственно следующие уравнения:

$$\dot{U}_1 = [r_1 + r_2 + j\omega (L_1 + L_2 - 2M)] \dot{I}_1 + \dot{U}_2' \quad (1)$$

и

$$\dot{U}_1 = [r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)]\dot{I}_2 + \dot{U}_2'' \quad (2)$$

где  $\dot{U}_2'$  и  $\dot{U}_2''$  — напряжения на сопротивлении нагрузки  $Z_2$ . Выразим

$$\text{токи } \dot{I}_1 \text{ и } \dot{I}_2 \text{ в нагрузке как } \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2'}{Z_2} \text{ и } \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2''}{Z_2}$$

и, подставляя их значения в уравнения (1) и (2), получим

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2' \left(1 + \frac{Z_{12b}}{Z_2}\right) \text{ и } \dot{U}_1 = \dot{U}_2'' \left(1 + \frac{Z_{12c}}{Z_2}\right),$$

где

$$Z_{12b} = r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) \text{ и } Z_{12c} = r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M).$$

Из последних уравнений находим, что

$$\dot{U}_2'' = \dot{U}_2' \frac{Z_2 + Z_{12b}}{Z_2 + Z_{12c}}.$$

$$\text{Для } Z_2 = (30 + j30) \text{ ом}$$

$$\dot{U}_2'' = 0,274 e^{-j26^\circ} \cdot \dot{U}_2'.$$

Для сопротивления  $Z_2'' = (30 - j30) \text{ ом}$

$$\dot{U}_2'' = 0,197 e^{-j78^\circ 45'} \cdot \dot{U}_2'.$$

Из полученных уравнений непосредственно следует, что при изменении положения катушек от встречного до согласного их соединения напряжение на нагрузке падает для  $Z_2' = (30 + j30) \text{ ом}$  до 27,4% от  $\dot{U}_2'$ , а для  $Z_2'' = (30 - j30) \text{ ом}$  до 19,7% от  $\dot{U}_2'$ .

Из этих же выражений видно, что напряжение на нагрузке меняется не только по величине, но и по фазе.

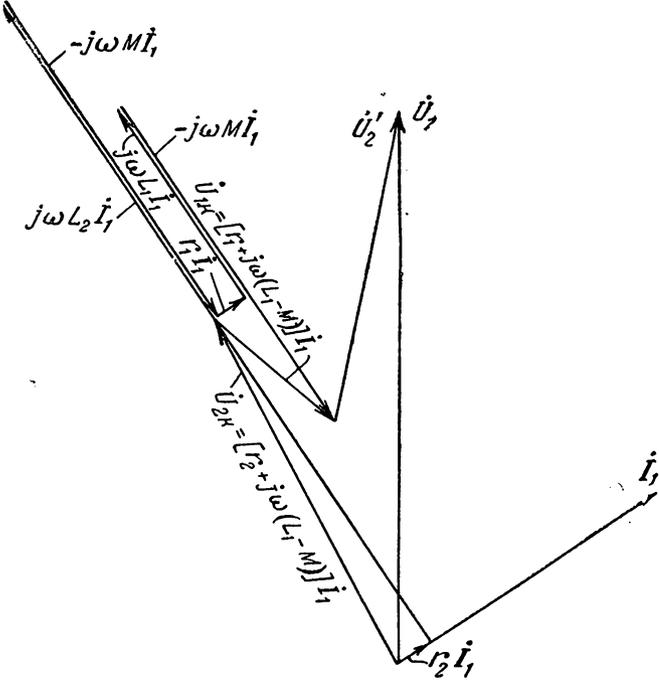
5,18\*. В условиях предыдущей задачи определить ток и напряжения на участках цепи и построить векторные диаграммы для встречного и согласного соединения катушек (при заданных сопротивлениях нагрузки), если напряжение сети остается неизменным и равным  $U_1 = 220 \text{ в}$ .

Ответ.

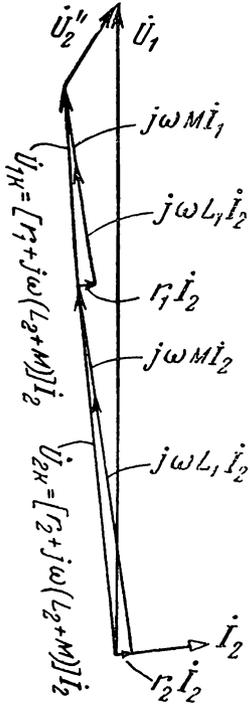
В качестве ответа на фиг. 5,18а, 5,18б, 5,18в и 5,18г приведены полные векторные диаграммы, причем на этих диаграммах векторы токов и напряжений отложены в разных масштабах.

5,19\*. На фиг. 5,19а показаны две индуктивно связанные параллельные ветви, причем в одну из них включен конденсатор, сопротивление которого равно  $\frac{1}{\omega C_1} = \omega L_1 = 10 \text{ ом}$ . Параметры второй катушки равны  $r_2 = 8 \text{ ом}$  и  $\omega L_2 = 8 \text{ ом}$ . Сопротивление  $\omega M = 8 \text{ ом}$ . Напряжение сети  $U = 120 \text{ в}$ .

Определить токи в ветвях и построить полную векторную диаграмму, составить уравнение баланса активных мощностей для этой цепи и, кроме того, определить передаваемую из одной ветви в другую активную мощность, обусловленную наличием взаимной индуктивности в цепи.



Фиг. 5,18а



Фиг. 5,18б

Решение.

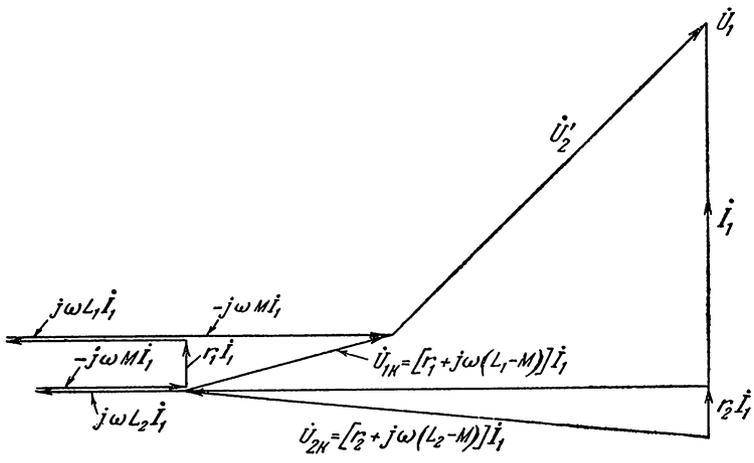
Для определения токов в ветвях составим уравнения

$$\dot{U} = Z_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \quad \text{и} \quad \dot{U} = Z_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1.$$

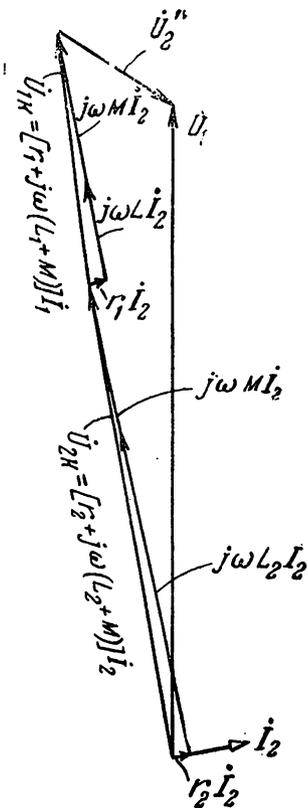
Из решения этих уравнений имеем

$$\dot{I}_1 = \dot{U} \frac{Z_2 - j\omega M}{Z_1 Z_2 + \omega^2 M^2} \quad \text{и} \quad \dot{I}_2 = \dot{U} \frac{Z_1 - j\omega M}{Z_1 Z_2 + \omega^2 M^2}.$$

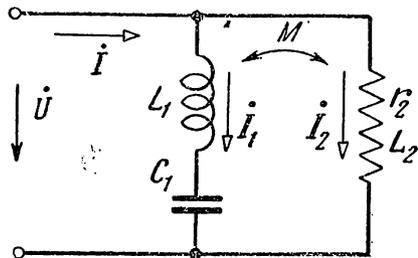
Направим вектор приложенного напряжения  $\dot{U}$  по оси вещественных величин, т. е.  $\dot{U} = U = 120$  в; после подстановки число-



Фиг. 5,18в



Фиг. 5,18г



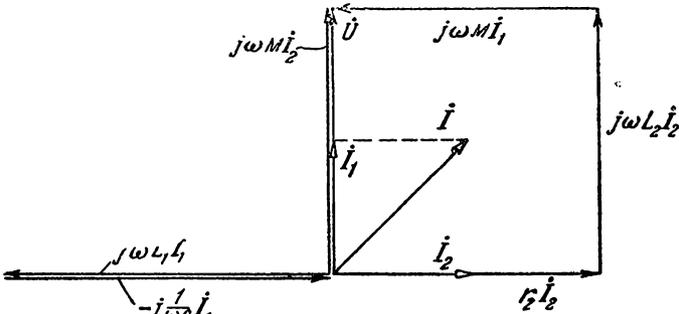
Фиг. 5,19а

вых значений сопротивлений и напряжения  $\dot{U}$  в выражения для токов  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  получим

$$\dot{I}_2 = -j 15 \text{ а} \quad \text{и} \quad \dot{I}_1 = 15 \text{ а}.$$

На фиг. 5,196 приведена векторная диаграмма, из которой видно, что ток  $\dot{I}_1$  совпадает по фазе с напряжением  $\dot{U}$ , а вектор тока  $\dot{I}_2$  отстает по фазе от этого напряжения; вектор суммарного тока  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (15 - j 15) \text{ а}$ .

Активная мощность, потребляемая обеими ветвями, определяется выражением



Фиг. 5,196

$$P = (\dot{U} \dot{I}^*)_{\text{действ.}} = [120 (15 + j 15)]_{\text{действ.}} = 1800 \text{ вт}, \text{ где } \dot{I}^* \text{ есть сопряженный комплекс суммарного тока } \dot{I}.$$

Активная мощность, потребляемая первой и второй ветвью из сети, определяется как

$$P_1 = (\dot{U} \dot{I}_1^*)_{\text{действ.}} = 120 \cdot 15 = 1800 \text{ вт}$$

и

$$P_2 = (\dot{U} \dot{I}_2^*)_{\text{действ.}} = (120 \cdot j 15)_{\text{действ.}} = 0.$$

Таким образом, активная мощность потребляется из сети только первой ветвью; вместе с тем тепловые потери имеют место только во второй ветви, так как только в ней включено активное сопротивление  $r_2 = 8 \text{ ом}$ .

Следовательно, активная мощность, потребляемая первой ветвью из сети, целиком передается во вторую ветвь, т. е.

$$[\dot{E}_{M_1} \cdot \dot{I}_2^*]_{\text{действ.}} = [(-j \omega M \dot{I}_1) \cdot \dot{I}_2^*]_{\text{действ.}} = (-j 8 \cdot 15) j 15 = 1800 = \\ = I_2 r_2 = 225 \cdot 8 = 1800 \text{ вт}.$$

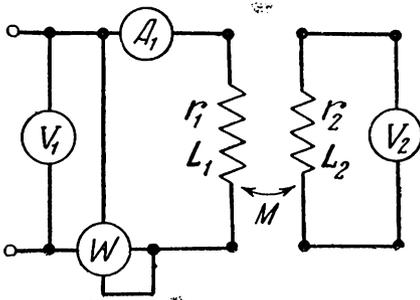
5,20. Для определения активного сопротивления  $r_1$ , индуктивности  $L_1$  и взаимной индуктивности  $M$  составлена схема, показанная на фиг. 5,20. Приборы, включенные в эту схему, показали следующие величины:  $U_1 = 120 \text{ в}$ ,  $I_1 = 5 \text{ а}$ ,  $P_1 = 250 \text{ вт}$  и  $U_2 = 200 \text{ в}$ .

Пренебрегая потерями в приборах, определить  $r_1$ ,  $L_1$  и  $M$ , если частота сети  $f=50$  гц.

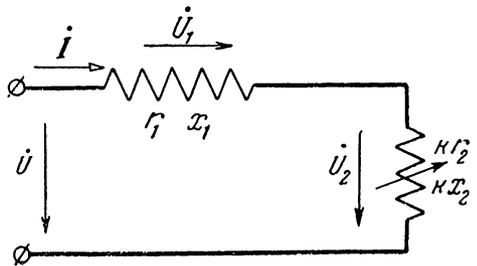
Ответ.  $r_1=10$  ом,  $L_1=0,0695$  гн,  $M=0,127$  гн.

5,21. Напряжение  $U$  на зажимах цепи переменного тока (фиг. 5,21а) имеет постоянное значение. Активное  $r_1$  и реактивное  $x_1$  сопротивления катушки равны некоторым постоянным величинам.

Активное  $kr_2$  и реактивное  $kx_2$  сопротивления приемника изменяются таким образом, что сдвиг фаз между током  $I$  и напряжением  $\dot{U}_2$  остается постоянным и равным  $\varphi_2$ .



Фиг. 5,20



Фиг. 5,21а

Требуется доказать, что при заданных условиях и постоянном угле сдвига фаз  $\varphi_1$  между напряжением  $\dot{U}_1$  и током  $I$ , не равным  $\varphi_2$ , конец вектора тока  $I$  будет описывать окружность, если изменять числовой коэффициент  $k$  от нуля до бесконечности.

Решение.

На основании закона Ома имеем

$$i = \frac{\dot{U}}{r_1 + jx_1 + k(r_2 + jx_2)} = \frac{\dot{U}}{z_1 e^{j\varphi_1} + kz_2 e^{j\varphi_2}},$$

где числовой коэффициент  $k$  изменяется от нуля до бесконечности. Разделим числитель и знаменатель на  $Z_1 = z_1 e^{j\varphi_1}$ , тогда

$$i = \frac{I_k}{1 + k \frac{z_2}{z_1} e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)}}.$$

Значение тока  $I_k = \frac{\dot{U}}{z_1} e^{-j\varphi_1}$  здесь остается неизменным.

Так как величины сопротивлений  $z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$  и  $z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2}$  являются постоянными, то, обозначив переменную величину  $k \frac{z_2}{z_1}$

другим числовым коэффициентом  $n = k \frac{z_2}{z_1}$ , изменяющимся от нуля до бесконечности, получим

$$\dot{i} = \frac{\dot{i}_k}{1 + ne^{j(\varphi_2 - \varphi_1)}} = \frac{\dot{i}_k}{1 + ne^{+j\psi}}$$

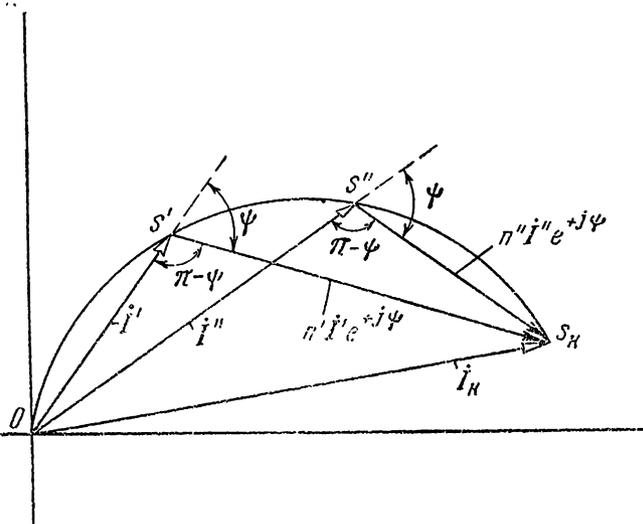
или

$$\dot{i}_k = \dot{i} + n\dot{i}e^{+j\psi},$$

где

$$\psi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Пользуясь этим уравнением покажем, что геометрическим местом концов вектора тока  $\dot{i}$  является окружность. Допустим, что нам известны комплексные значения тока  $\dot{i}'$  и  $\dot{i}''$  для двух



Фиг. 5,216

различных сопротивлений приемника, т. е. для двух различных значений коэффициента:  $n'$  и  $n''$ . Эти токи удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\dot{i}_k = \dot{i}' + n'\dot{i}'e^{+j\psi}$$

и

$$\dot{i}_k = \dot{i}'' + n''\dot{i}''e^{+j\psi}.$$

На фиг. 5,216 приведено построение этих векторов для угла  $\psi < 0$  или  $\varphi_2 < \varphi_1$ . Вектор  $n'\dot{i}'e^{+j\psi}$  на данной диаграмме получен из  $\dot{i}'$  путем умножения его на  $n'$  и поворота на угол  $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$  по



По точкам  $O$  и  $S_k$ , лежащим на окружности, и ее центру  $C$  строим круговую диаграмму тока  $\dot{I}$ . Напомним, что круговая диаграмма фиг. 5,21в построена для угла  $\varphi_2 < \varphi_1$ .

Если  $\varphi_2 > \varphi_1$ , то угол  $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$  надо откладывать от прямой  $\overline{S_k N}$  против вращения часовой стрелки, при этом рабочая дуга окружности будет лежать по правую сторону от вектора  $\dot{I}_k$ .

5,22. В условиях предыдущей задачи (5,21) требуется доказать, что отрезки  $\overline{SS_k}$ ,  $\overline{S_k S_{z_2}}$  и  $\overline{SS_{P_2}}$  (фиг. 5,21в) пропорциональны соответственно напряжению  $\dot{U}_2$ , сопротивлению  $kZ_2$  и активной мощности  $P_2$ .

Решение.

Напряжение  $\dot{U}_2$  (фиг. 5,21а) определяется выражением

$$\dot{U}_2 = \dot{U} - Z_1 \dot{I} = \dot{U} - Z_1 \frac{\dot{U}}{Z_1 + kZ_2} = Z_1 \left( \frac{\dot{U}}{Z_1} - \frac{\dot{U}}{Z_1 + kZ_2} \right).$$

Так как  $\frac{\dot{U}}{Z_1} = \dot{I}_k$ , а  $\frac{\dot{U}}{Z_1 + kZ_2} = \dot{I}$ , то из предыдущего уравнения имеем

$$\dot{U}_2 = Z_1 (\dot{I}_k - \dot{I}).$$

Векторы тока  $\dot{I}_k$  и  $\dot{I}$  показаны на фиг. 5,21в соответственно отрезками  $\overline{OS_k}$  и  $\overline{OS}$ , а их разность равна  $\overline{OS_k} - \overline{OS} = \overline{SS_k}$ . Если масштаб для тока равен  $m_I$  а/см, то напряжение  $\dot{U}_2$  на зажимах приемника равно

$$\dot{U}_2 = Z_1 m_I (\overline{OS_k} - \overline{OS}) = Z_1 m_I \overline{SS_k}.$$

Модуль вектора напряжения  $\dot{U}_2$  равен

$$U_2 = m_I z_1 |\overline{SS_k}| = m_{v_2} |\overline{SS_k}|,$$

где величина  $m_{v_2} = m_I z_1$  есть масштаб напряжения  $U_2$  в в/см, а  $|\overline{SS_k}|$  — длина отрезка в сантиметрах.

Для определения из круговой диаграммы сопротивления  $kz_2$  нагрузки проводят прямую  $\overline{S_k Q}$  под углом  $-\psi = \varphi_1 - \varphi_2$  (против вращения часовой стрелки или в сторону ее вращения, в зависимости от знака угла  $\psi$ ) к прямой  $\overline{S_k N}$  и продолжают отрезок  $\overline{OS}$  до пересечения с прямой  $\overline{S_k Q}$ . Отрезок  $\overline{S_k S_{z_2}}$  определит, в некотором масштабе  $m_{z_2}$ , сопротивление  $kz_2$  для соответствующего тока  $\dot{I}$ .

Для доказательства указанного положения воспользуемся выражением

$$kz_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{m_{v_2} |\overline{SS}_k|}{m_I |\overline{OS}|}.$$

Из подобия треугольников  $OS_k S_{z_2}$  и  $OSS_k$  имеем

$$\frac{|\overline{SS}_k|}{|\overline{OS}|} = \frac{|\overline{S}_k \overline{S}_{z_2}|}{|\overline{OS}_k|},$$

следовательно,

$$kz_2 = \frac{m_{v_2} |\overline{S}_k \overline{S}_{z_2}|}{m_I |\overline{OS}_k|} = m_{z_2} |\overline{S}_k \overline{S}_{z_2}|,$$

где  $m_{z_2}$  — масштаб сопротивления  $kz_2$ :

$$m_{z_2} = \frac{m_{v_2}}{m_I |\overline{OS}_k|} = \frac{m_I z_1}{m_I |\overline{OS}_k|} = \frac{z_1}{|\overline{OS}_k|}.$$

Для определения из круговой диаграммы активной мощности  $P_2$  нагрузки проводят из точки  $S$  прямую параллельную линии  $\overline{S}_k \overline{Q}$  до пересечения с хордой  $\overline{OS}_k$ . Отрезок  $|\overline{SS}_{P_2}|$  пропорционален мощности  $P_2$ .

Известно, что мощность  $P_2$  определяется выражением

$$P_2 = U_2 I \cos \varphi_2 = m_{v_2} |\overline{SS}_k| \cdot m_I |\overline{OS}| \cos \varphi_2.$$

Из подобия треугольников  $OSS_k$  и  $OS_{P_2}S$  получим  $|\overline{SS}_k| \cdot |\overline{OS}| = |\overline{SS}_{P_2}| \cdot |\overline{OS}_k|$ , поэтому

$$P_2 = m_{v_2} \cdot m_I \cdot \cos \varphi_2 \cdot |\overline{OS}_k| \cdot |\overline{SS}_{P_2}|.$$

Так как

$$m_{v_2} = m_I z_1 \text{ и } |\overline{OS}_k| = \frac{U}{z_1 m_I},$$

то

$$m_{v_2} \cdot m_I \cdot \cos \varphi_2 \cdot |\overline{OS}_k| = m_I z_1 m_I \cos \varphi_2 \frac{U}{z_1 m_I} = m_I U \cos \varphi_2.$$

Таким образом

$$P_2 = m_I U \cos \varphi_2 |\overline{SS}_{P_2}| = m_{P_2} |\overline{SS}_{P_2}|,$$

где  $m_{P_2} = m_I U \cos \varphi_2$  является масштабом мощности  $P_2$ .

5,23. В условии задачи 5,22 показать, что отрезок  $|\overline{SS}_{P_1}|$  пропорционален активной мощности  $P_1$ , потребляемой всей цепью. Найти масштаб этой мощности.

Ответ.

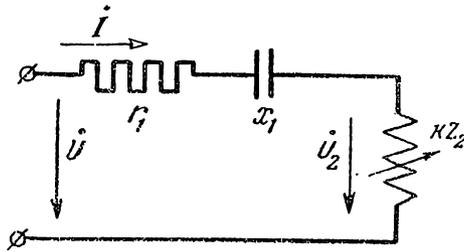
$$m_{P_1} = m_I U.$$

5,24. На фиг. 5,24а показана электрическая схема с постоянными сопротивлениями  $r_1 = 3 \text{ ом}$ ,  $x_1 = 4 \text{ ом}$  и изменяющимся сопротивлением  $kZ_2$ . Сдвиг фаз между напряжением  $\dot{U}_2$  и током  $\dot{I}$  равен  $45^\circ$  и не зависит от величины сопротивления  $kZ_2$ . Напряжение сети  $U = 120 \text{ в}$ .

Построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}$  и по ней найти сопротивление  $kZ_2$ , при котором ток  $\dot{I}$  будет совпадать по фазе с напряжением  $\dot{U}$ ; определить напряжение  $U_2$  и активную мощность  $P_2$  при найденном значении сопротивления  $kZ_2$ .

Решение.

Для построения круговой диаграммы тока  $\dot{I}$  необходимо определить значение тока  $\dot{I}_k$  при  $kZ_2 = 0$  и найти центр окружности.



Фиг. 5,24а

При коротком замыкании сопротивления нагрузки ( $kZ_2 = 0$ ) ток  $\dot{I}_k$  определяется выражением

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}}{r_1 - jx_1} = \frac{120}{3 - j4} = \frac{120(3 + j4)}{25} = (14,4 + j19,2) \text{ а.}$$

Модуль этого тока

$$I_k = \sqrt{14,4^2 + 19,2^2} = 24 \text{ а.}$$

Здесь напряжение  $\dot{U} := U = 120 \text{ в}$  принято совпадающим с осью вещественных величин.

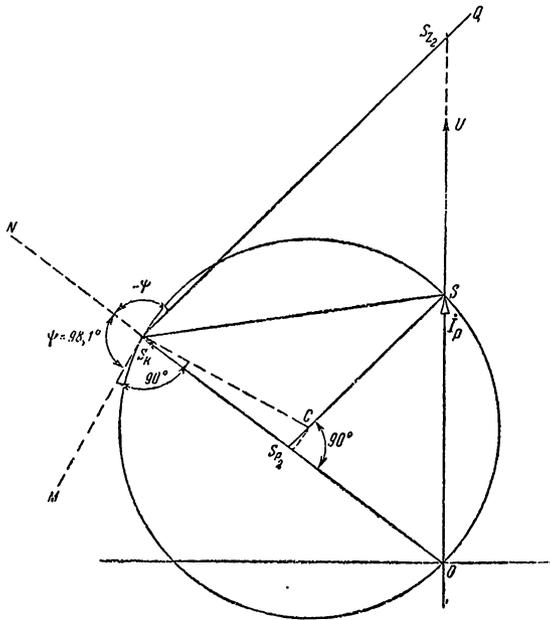
Определим сдвиг фаз  $\varphi_1$  между напряжением  $\dot{U}_1$  и током  $\dot{I}_k$  по комплексу сопротивления  $Z_1 = (3 - j4) \text{ ом}$ :

$$\sin \varphi_1 = \frac{-x_1}{\sqrt{r_1^2 + x_1^2}} = \frac{-4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = -0,8,$$

$\varphi_1 = -53,1^\circ$  (ток  $\dot{I}$  опережает напряжение  $\dot{U}_1$ ).

Угол  $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 45^\circ - (-53,1) = 98,1^\circ$ .

На фиг. 5,246 в масштабе  $m_I = 4,8 \text{ а/см}$  построен вектор тока  $\vec{I}_k$  и проведена прямая  $\overline{S_k M}$  под углом  $\psi = 98,1^\circ$ , отложенным против вращения часовой стрелки, к отрезку  $\overline{S_k N}$ . Центр  $C$  окружности найден на пересечении перпендикуляра  $\overline{S_k C}$  к прямой  $\overline{S_k M}$  в точке  $S_k$  и перпендикуляра, восстановленного из середины хорды  $\overline{OS_k}$ . Радиусом  $\overline{CS_k}$  проводим окружность, которая, естественно,



Фиг. 5,246

проходит через начало координат, поскольку при  $kZ_2 = \infty$  ток  $\vec{I} = 0$ . Рабочая дуга  $OSS_k$  окружности лежит по правую сторону от хорды  $\overline{OS_k}$ .

Для определения сопротивления  $kz_2$ , при котором ток  $\vec{I}$  в цепи будет совпадать по фазе с напряжением  $\vec{U}$ , проведем прямую  $\overline{S_k Q}$  под углом  $-\psi$ , отложенным от прямой  $\overline{S_k N}$  в сторону вращения часовой стрелки. Затем продолжим вектор тока  $\vec{I}_p$  до пересечения с прямой  $\overline{S_k Q}$  в точке  $S_{z_2}$ . Отрезок  $\overline{S_k S_{z_2}}$  определит в масштабе  $m_{z_2}$  величину сопротивления  $kz_2$ , при котором ток  $\vec{I}_p$  совпадает по фазе с напряжением  $\vec{U}$ . Масштаб сопротивления  $kz_2$  определяется из соотношения

$$m_{z_2} = \frac{z_1}{|\overline{OS_k}|} = \frac{5 \text{ ом}}{5 \text{ см}} = 1 \text{ ом/см.}$$

Измеряя отрезок  $\overline{S_k S_{z_2}}$  и умножая его величину на  $m_{z_2}$ , получим

$$kz_2 = m_{z_2} |\overline{S_k S_{z_2}}| = 1 \text{ ом/см} \cdot 5,65 \text{ см} = 5,65 \text{ ом}.$$

Так как  $\varphi_2 = 45^\circ$ , то активная составляющая сопротивления  $kz_2$  равна реактивной. Поэтому величина реактивного сопротивления нагрузки при указанном условии равна

$$kx_2 = kr_2 = \frac{kz_2}{\sqrt{2}} = \frac{5,65}{\sqrt{2}} = 4 \text{ ом}.$$

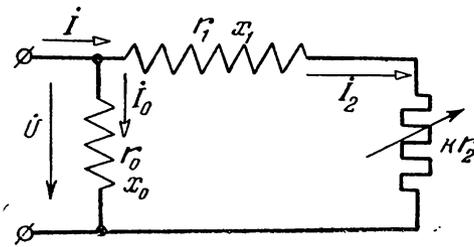
Для определения мощности  $P_2$  проведем из точки  $S$  прямую  $\overline{SS_{P_2}}$  параллельную  $\overline{S_k Q}$  до пересечения с хордой  $OS_k$  в точке  $S_{P_2}$ ; отрезок  $|\overline{SS_{P_2}}|$  определит в масштабе  $m_{P_2}$  величину искомой мощности.

Масштаб мощности найдем из выражения

$$m_{P_2} = m_I U \cos \varphi_2 = 4,8 \text{ а/см} \cdot 120 \text{ в} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 408 \text{ вт/см}.$$

Измерим отрезок  $|\overline{SS_{P_2}}|$  и умножим его на величину  $m_{P_2}$ , в результате получим

$$P_2 = m_{P_2} |\overline{SS_{P_2}}| = 408 \text{ вт/см} \cdot 2,9 \text{ см} = 1183 \text{ вт}.$$



Фиг. 5,26а

Напряжение  $U_2$  на сопротивлении нагрузки определится в масштабе  $m_{v_2}$  отрезком  $|\overline{SS_k}|$ . Масштаб напряжения  $U_2$  находится из выражения

$$m_{v_2} = m_I \cdot z_1 = 4,8 \text{ а/см} \cdot 5 \text{ ом} = 24 \text{ в/см}.$$

Величина напряжения  $U_2$  равна

$$U_2 = m_{v_2} |\overline{SS_k}| = 24 \text{ в/см} \cdot 4,05 \text{ см} = 97 \text{ в}.$$

5,25. В условиях предыдущей задачи (5,24) определить величину сопротивления  $kz_2$ , при котором ток в цепи имеет максимальное значение.

Ответ.

$$kz_2 = 0,75 \text{ ом}$$

5,26. На фиг. 5,26а показана электрическая схема, состоящая из двух параллельных ветвей. В одной ветви включена катушка

с сопротивлениями  $r_1 = 6 \text{ ом}$ ,  $x_1 = 8 \text{ ом}$  и активное сопротивление  $kr_2$ , изменяющееся от нуля до бесконечности. В другой ветви включена катушка с активным сопротивлением  $r_0 = 8 \text{ ом}$  и реактивным сопротивлением  $x_0 = 20 \text{ ом}$ . Напряжение на зажимах цепи равно  $U = 220 \text{ в} = \text{пост.}$

Построить круговую диаграмму суммарного тока  $\dot{I}$ .

Решение.

Вычислим ток  $\dot{I}_{2k}$  при коротком замыкании сопротивления нагрузки, т. е. при  $kr_2 = 0$ .

$$\dot{I}_{2k} = \frac{\dot{U}}{r_1 + jx_1} = \frac{220}{6 + j8} = (13,2 - j17,6) \text{ а.}$$

При размыкании этой ветви ( $kr_2 = \infty$ ) ток  $I_{2x} = 0$ .

Для построения круговой диаграммы суммарного тока  $\dot{I}$  достаточно построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}_2$  и учесть постоянное значение тока  $\dot{I}_0$  в ответвлении с сопротивлениями  $r_0$  и  $x_0$ .

На фиг. 5,26б построены вектор тока  $\dot{I}_{2k}$  и прямая  $\overline{S_k M}$  под углом  $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0 - 53,1^\circ = -53,1^\circ$  к прямой  $\overline{S_k N}$ . Точка пересечения перпендикуляра  $\overline{S_k C}$  к прямой  $\overline{S_k M}$  в точке  $S_k$  и перпендикуляра, восстановленного из середины хорды  $\overline{O_1 S_k}$ , определяет центр  $C$  искомой окружности. Эта окружность обязательно проходит через точки  $O_1$  и  $S_k$ .

Так как суммарный ток  $\dot{I} = \dot{I}_0 + \dot{I}_2$ , то для получения круговой диаграммы суммарного тока  $\dot{I}$  достаточно перенести начало координат в точку  $O$ , т. е. сместить его на постоянную величину, равную вектору тока

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{r_0 + jx_0} = \frac{220}{8 + j20} = (3,78 - j9,5) \text{ а.}$$

Составляющие этого вектора должны быть отложены в том же масштабе  $m_{I_2}$ , в каком построена круговая диаграмма тока  $\dot{I}_2$ .

Геометрическим местом концов вектора тока  $\dot{I}$  будет та же окружность. Пределы изменения этого тока в зависимости от сопротивления  $kr_2$  нагрузки ограничиваются векторами

$$\dot{I} = \dot{I}_0 = (3,78 - j9,5) \text{ а при } kr_2 = \infty$$

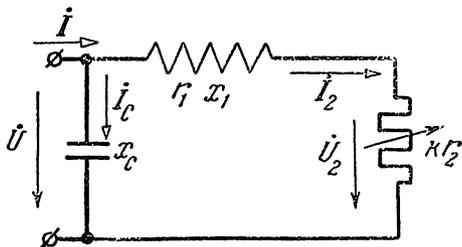
и

$$\dot{I} = \dot{I}_k = \dot{I}_0 + \dot{I}_{2k} = 3,78 - j9,5 + 13,2 - j17,6 = (17 - j27,1) \text{ а при } kr_2 = 0.$$



5,28. Построить круговую диаграмму тока  $\dot{I}_2$  для схемы фиг. 5,28а, если  $Z_1 = (3 + j4) \text{ ом}$ , а сопротивление  $kr_2$  изменяется от нуля до бесконечности.

Пользуясь круговой диаграммой, найти величину сопротивления  $x_c$  конденсатора, при котором величина тока  $I$  будет оставаться постоянной независимо от сопротивления нагрузки  $kr_2$ . Напряжение  $U = 120 \text{ в} = \text{пост.}$



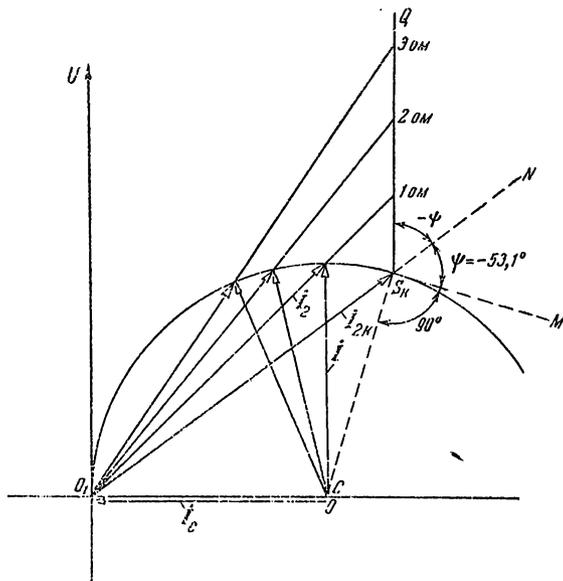
Фиг. 5,28а

Решение.

Вычислим ток  $\dot{I}_{2k}$  при коротком замыкании сопротивления  $kr_2$ :

$$\dot{I}_{2k} = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{120}{3 + j4} = (14,4 - j19,2) \text{ а.}$$

На фиг. 5,28б построена известным способом круговая диаграмма тока  $\dot{I}_2$ . Вектор суммарного тока  $\dot{I}$  равен  $\dot{I} = \dot{I}_c + \dot{I}_2$ .



Фиг. 5,28б

Для того чтобы модуль тока  $I$  был постоянным, надо подобрать величину сопротивления конденсатора так, чтобы вектор суммарного тока  $\dot{I}$  определялся радиусом окружности (фиг. 5,28б) то-

ка  $\dot{I}_2$ . Иначе говоря, начало координат должно быть перенесено в точку  $C$ , при этом величина сопротивления  $x_c$  будет равна:

$$x_c = \frac{U}{I_c} = \frac{120}{15} = 8 \text{ ом.}$$

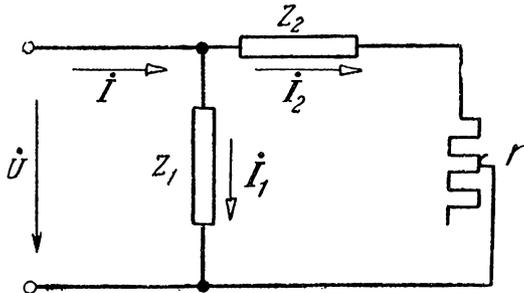
При найденном сопротивлении  $x_c$  вектор суммарного тока  $\dot{I}$ , оставаясь постоянным по величине, изменяется лишь по фазе при изменении сопротивления нагрузки. Пределы изменения тока  $\dot{I}$  ограничиваются векторами  $\dot{I}_x = \dot{I}_c = j15$  а при  $kr_2 = \infty$  и  $\dot{I}_k = \dot{I}_c + \dot{I}_{2k} = j15 + 14,4 - j19,2 = (14,4 - j4,2)$  а при  $kr_2 = 0$ .

5,29. В условиях предыдущей задачи найти значения токов  $\dot{I}_2$  и  $I$ , мощностей  $P_2$  и  $P$ , а также напряжения  $U_2$  для сопротивления  $kr_2$ , равного 1 ом, 2 ом и 3 ом.

О т в е т:

$kr_2$ , ом	$I_2$ , а	$I$ , а	$P$ , вт	$P_2$ , вт	$U_2$ , в
1	21,2	15,0	1800	448	21,2
2	18,7	15,0	1750	700	37,4
3	16,8	15,0	1690	845	50,4

5,30. Построить круговую диаграмму для схемы 'фиг. 5,30а, если  $Z_1 = (8 + j20)$  ом,  $Z_2 = (1 - j5)$  ом и  $U = 220$  в.



Фиг. 5,30а

По данным круговой диаграммы построить графики  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $\cos \varphi_2$  и  $P_2$  в зависимости от сопротивления  $r$  и  $I$ ,  $Q$  и  $\cos \varphi$  в зависимости от тока  $I_2$ , где  $P_2$ —активная мощность во второй ветви, а  $Q$ —реактивная мощность всей цепи.

Решение.

Вычислим токи холостого хода при  $r = \infty$  и короткого замыкания во второй ветви при  $r = 0$ :

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_x = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220}{8 + j20} \approx (3,9 - j9,5) \text{ а},$$

$$I_x \approx 10,2 \text{ а}.$$

$$\dot{i}_{2k} = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220}{1 - j5} = (8,4 + j42,3) \text{ а}$$

$$I_{2k} \approx 43 \text{ а}.$$

Полученные комплексы токов позволяют построить круговую диаграмму.

Принимаем за исходный вектор напряжения (фиг. 5,30б), располагая его на положительной полуоси вещественных величин. Затем из точки  $K$  строим вектор  $\dot{I}_1$  — конец его определяет точку  $M$ , являющуюся началом векторов тока во второй ветви. Из точки  $M$  строим вектор  $\dot{I}_{2k}$ . Сумма полученных векторов дает вектор тока короткого замыкания в неразветвленной части цепи

$$\dot{I}_k = \dot{I}_x + \dot{I}_{2k}$$

Разделим пополам вектор  $\dot{I}_{2k}$  и проведем из середины его линию, перпендикулярную к данному вектору, до пересечения с горизонталью, проведенной из точки  $M$ . Точка  $A$  пересечения этих двух линий определяет центр окружности токов.

От начала вектора  $\dot{I}_{2k}$  откладываем в произвольном масштабе отрезок  $jx_2$ , а из конца его в том же масштабе откладываем  $r_2$ . При этом точка  $O$  будет лежать на векторе тока  $I_{2k}$ , что вытекает из задачи 5,26. Прямая  $Or$  представляет собой ось параметра  $r$ . На ней делаем разметки в масштабе сопротивлений.

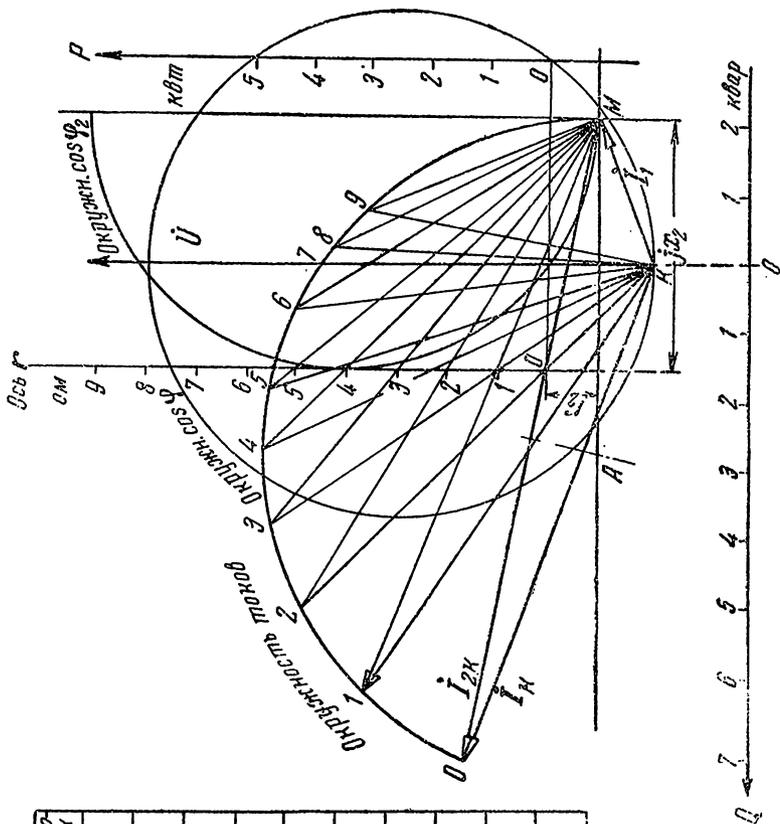
Из точки  $K$  откладываем по направлению вектора  $\dot{U}$  отрезок равный 10 см, — этот отрезок является диаметром окружности  $\cos \varphi$ . Затем откладываем отрезок в 10 см от точки  $M$  в направлении, параллельном вектору  $\dot{U}$ . На этом диаметре строим окружность  $\cos \varphi_2$ .

Наконец, проводим ось  $P$ , параллельную направлению вектора  $\dot{U}$ , и ось  $Q$ , перпендикулярную к оси  $P$ .

Проектируем на ось  $P$  вектор  $\dot{I}_{2k}$ , измеряем полученный отрезок в масштабе токов и умножаем его значение на величину напряжения. Полученное число делим на величину отрезка по оси  $P$  и устанавливаем масштаб мощностей.

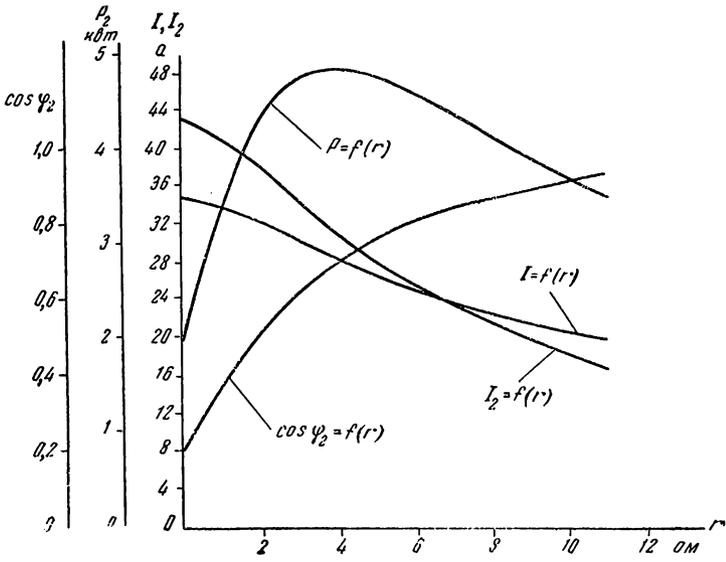
По условию задачи требуется построить график активной мощности, расходуемой в переменном сопротивлении  $r$ , чем и вызвано смещение вверх нуля шкалы  $P$ , — на этой шкале не учитывается мощность в активном сопротивлении  $r_2$ .

ИТО- чек	$P_2$ кВт	$Q$ квар
0	1,94	7,18
1	3,37	6,24
2	4,32	4,28
3	4,77	3,81
4	4,84	2,77
5	4,77	1,83
6	4,4	0,66
7	4,03	0
8	3,88	0,22
9	3,45	0,73

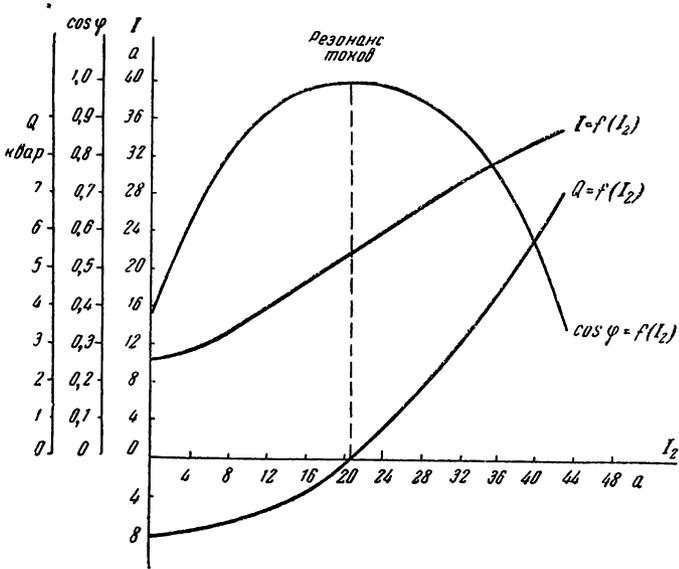


$\Gamma$ ОМ	$I$ А	$I_2$ А	$\cos \varphi_2$	$\cos \varphi$	ИТО- чек	$\sin \varphi$
0	35	43,2	0,796	0,342	0	
1	34	41	0,366	0,559	1	
2	32,3	37,7	0,515	0,719	2	
3	30,3	34,3	0,622	0,829	3	
4	28,3	31	0,707	0,889	4	
5	26,7	28	0,766	0,951	5	
7	24	23,3	0,843	0,998	6	
8,5	22	20,7	0,865	1	7	
9,2	21,3	19,7	0,863	0,993	8	
11,2	19,4	16,7	0,824	0,956	9	

Фиг. 5,306



Фиг. 5,30в



Фиг. 5,30г

Проектируя вектор  $\dot{I}_k$  на горизонтальную ось  $Q$ , аналогичным образом устанавливаем масштаб шкалы реактивной мощности всей цепи.

Теперь намечаем ряд точек на окружности токов и соединяем их с точками  $K$  и  $M$ , получая таким образом токи  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}$  при сопротивлениях  $r$ , значения которых находим на оси  $r$ , и определяем по диаграмме все требуемые величины.

Можно, конечно, задаваться определенными значениями  $r$  и, проводя прямые через соответствующие точки на оси  $r$  и точки  $M$  и  $K$ , находить токи  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}$ . При этом нужно выбирать значения  $r$  так, чтобы концы векторов токов (точки  $0, 1, 2, 3, \dots$ ) распределялись равномерно на всей рабочей части окружности токов, если требуется построение тех или иных графиков, которые должны характеризовать работу данной цепи во всем диапазоне от холостого хода до короткого замыкания.

Сводка результатов дана в таблице фиг. 5,30б, а графики представлены на фиг. 5,30в и 5,30г.

5,31. Построить круговую диаграмму для схемы задачи 5,30а, если  $Z_1 = (5 + j15) \text{ ом}$ ,  $Z_2 = (2 - j6) \text{ ом}$ , напряжение равно 220 в, и определить по ней следующие величины:

$$I, I_2, P_2, \cos \varphi_2, Q_2 \text{ и } \cos \varphi$$

при значениях переменного сопротивления равных 2, 4, 6 и 10 ом, где  $P_2$  — активная мощность на участке с переменным сопротивлением, а  $Q_2$  — реактивная мощность во второй ветви.

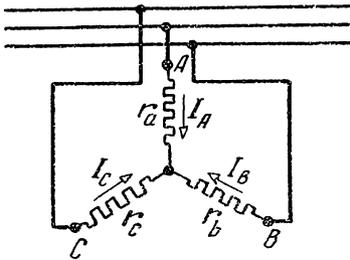
Ответ.

$r, \text{ ом}$	$I, \text{ а}$	$I_2, \text{ а}$	$P_2, \text{ квт}$	$\cos \varphi_2$	$Q_2, \text{ квар}$	$\cos \varphi$
2	24,5	30	3,8	0,56	5,5	0,88
4	23	25,7	4	0,71	4	0,98
6	22	22	3,9	0,8	2,85	1
10	20	16	3,2	0,9	1,6	0,95

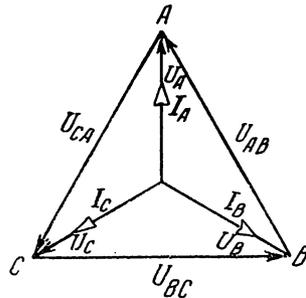
## 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

6.1. В трехпроводную сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U = 220$  в включены три активных сопротивления  $r_a = r_b = r_c = 5$  ом, соединенные звездой (фиг. 6,1а).

Найти фазные и линейные токи, потребляемую мощность и построить векторную диаграмму.



Фиг. 6,1а



Фиг. 6,1б

Пользуясь векторными диаграммами, определить фазные напряжения и токи в проводах при обрыве фазы  $a$  нагрузки и при коротком замыкании ее.

Ответ.

$I_{\phi} = I_n = 25,4$  а,  $P = 9,67$  квт; векторная диаграмма приведена на фиг. 6,1б.

При обрыве фазы  $a$ :  $I_A = 0$ ,  $I_B = I_C = 22$  а.

При коротком замыкании:  $I_B = I_C = 44$  а,  $I_A \approx 76$  а.

6.2. Как изменятся токи, мощность и векторная диаграмма предыдущей задачи, если вместо активных сопротивлений будут включены три одинаковые катушки, соединенные звездой?

Активное сопротивление каждой катушки равно 3 ом, индуктивное 4 ом.

Ответ.

Фазные и линейные токи по величине не изменятся, но их векторы будут сдвинуты по фазе относительно векторов фазных напряжений на угол  $\varphi = 53^\circ$ . Потребляемая мощность  $P = 5,8$  *квт*.

6,3. Трехфазный электродвигатель мощностью 7 *квт*, 220/127 *в* работает с коэффициентом мощности  $\cos \varphi = 0,87$ .

Найти ток, поступающий из сети в двигатель при полной нагрузке, если его к. п. д. равен 87%.

Ответ. 24,3/42 *а*.

6,4. Трехфазный двигатель серии А развивает мощность 10 *квт*.

Определить ток в линии, если коэффициент мощности двигателя равен 0,87, к. п. д. его 0,87, а линейное напряжение сети 220 *в*.

Вычислить параметры схемы, замещающей двигатель, если обмотки статора соединены звездой.

На какое напряжение нужно включить двигатель треугольником, чтобы он развивал ту же мощность?

Решение.

$$P_э = \frac{P_M}{\eta} = \frac{10}{0,87} \approx 12,2 \text{ кВт},$$

$$I = \frac{P_э}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{12\,200}{1,73 \cdot 220 \cdot 0,87} \approx 37 \text{ а}.$$

Мощность одной фазы

$$P_\phi = \frac{P_э}{3} = 4,07 \text{ кВт}, \quad r = \frac{P_\phi}{I^2} = \frac{4070}{37^2} \approx 2,98 \text{ ом},$$

$$z = \frac{U_\phi}{I} = \frac{127}{37} = 3,43 \text{ ом},$$

$$x = z \sin \varphi = 3,43 \cdot 0,492 \approx 1,69 \text{ ом}.$$

Проверка.

$$z^2 = r^2 + x^2, \text{ или } 3,43^2 \approx 2,98^2 + 1,69^2.$$

Треугольником двигатель может быть включен в сеть с напряжением 127 *в*, так как при этом на каждую фазу будет действовать то же напряжение, что и при включении звездой в сеть с напряжением 220 *в*.

6,5. Трехфазный двигатель 14 *квт*, 220 *в* работает с  $\cos \varphi = 0,88$  при полной нагрузке, причем ток в подводящих проводах равен 47,5 *а*.

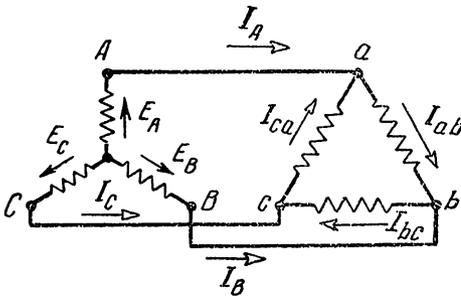
Найти к. п. д. двигателя.

Ответ. 88%.

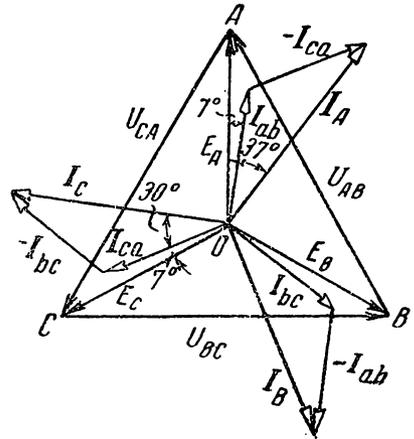
6,6. Составить схемы включения трех одинаковых ламповых реостатов в сеть с напряжением 220 в и в сеть с напряжением 127 в, имея в виду, что при осуществлении первой схемы должны быть употреблены пять проводников, а при осуществлении второй схемы — шесть проводников. Лампы реостатов рассчитаны на напряжение 127 в.

6,7. К соединенному звездой генератору (фиг. 6,7а) с фазным напряжением 127 в подключен потребитель, соединенный треугольником, каждая фаза которого имеет активное сопротивление  $r = 8 \text{ ом}$  и индуктивное  $x_L = 6 \text{ ом}$ .

Построить векторную диаграм-



Фиг. 6,7а



Фиг. 6,7б

му схемы и определить ток каждой фазы генератора и отдаваемую им мощность.

Решение.

Определим фазные токи треугольника:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{\sqrt{3} \cdot 127}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 22 \text{ а.}$$

Векторы этих токов отстают по фазе от соответствующих им векторов линейных напряжений  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  и  $U_{CA}$  на угол  $\varphi$ , величину которого найдем по его косинусу.

$$\cos \varphi = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 0,8 \quad \text{и} \quad \varphi = 37^\circ.$$

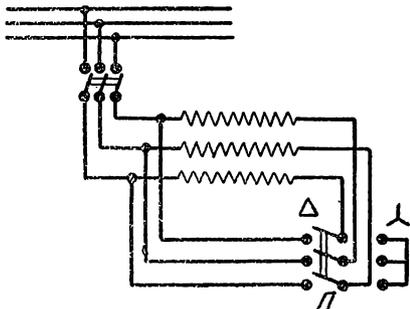
Токи в фазах генератора равны линейным токам в проводах, т. е.

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot 22 = 38 \text{ а.}$$

Чтобы определить сдвиг фаз между линейными токами и фазными напряжениями генератора, обратимся к векторной диаграмме фиг. 6,7б. Здесь векторы  $U_A = E_A$ ,  $U_B = E_B$  и  $U_C = E_C$  изображают

звезду фазных напряжений генератора, а векторы  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  и  $U_{CA}$  являются фазными напряжениями треугольника потребителя, или линейными напряжениями генератора.

Векторы фазных токов треугольника образуют звезду векторов, сдвинутых на угол в  $120^\circ$ , причем эта звезда отстает от звезды фазных напряжений на  $7^\circ$ . Звезда векторов линейных токов отстает от звезды фазных токов треугольника на  $30^\circ$ , поэтому линейные токи и фазные напряжения сдвинуты по фазе на угол  $37^\circ$ .



Фиг. 6,8

Мощность генератора

$$P = \sqrt{3} \cdot UI \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 38 \cdot 0,8 = 11,6 \text{ квт.}$$

6,8. В трехпроводную линию трехфазного тока включены три одинаковые катушки (фиг. 6,8).

Как изменится ток в катушках, ток в подводящих проводах и потребляемая мощность, если катушки переключаются при помощи переключателя П схемы фиг. 6,8 со звезды на треугольник?

Ответ.

Фазные токи увеличиваются в  $\sqrt{3}$  раз, а линейные токи и потребляемая мощность увеличиваются в 3 раза.

6,9. Трехфазный двигатель, включенный треугольником в сеть с напряжением 500 в, развивает мощность 36,8 квт при  $\cos \varphi = 0,875$ . К. п. д. его  $\eta = 0,92$ .

Для какого напряжения может быть применен этот двигатель, если его обмотку пересоединить звездой при условии, что ток в каждой фазе двигателя должен оставаться неизменным? Как изменится при этом ток в подводящих проводах и мощность двигателя?

Ответ.

Напряжение должно быть увеличено в  $\sqrt{3}$ , ток уменьшится в  $\sqrt{3}$  раз, а мощность останется неизменной.

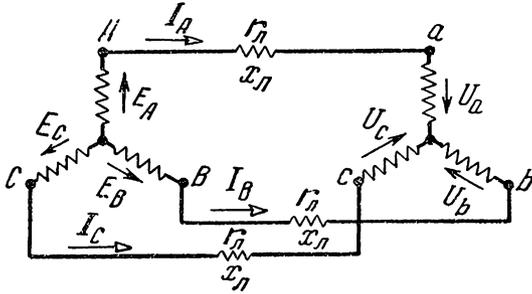
6,10. Трехфазный двигатель, соединенный звездой, потребляет активную мощность  $P_2 = 2900 \text{ вт}$  при напряжении  $U_2 = 220 \text{ в}$  и  $\cos \varphi_2 = 0,6$  (двигатель недогружен).

Каждый провод линии, соединяющий генератор и двигатель, имеет активное сопротивление  $r_d = 0,6 \text{ ом}$  и индуктивное сопротивление  $x_d = 1 \text{ ом}$ .

Найти напряжение, а также активную и реактивную мощности генератора. Определить падение и потерю напряжения в линии. Построить векторную диаграмму.

### Решение.

Предположим, что генератор соединен звездой, тогда схема соединений имеет вид, представленный на фиг. 6,10а. Ввиду того, что при равномерной нагрузке напряжение между нулевыми точками генератора и двигателя равно нулю, каждую фазу этой схемы можно рассматривать независимо от других фаз и весь ра-



Фиг. 6,10а

счет проводить только для одной фазы, — например, для фазы А. Ток в ней может быть найден из формулы мощности трехфазного тока

$$I_A = \frac{P_2}{\sqrt{3} U_2 \cos \varphi_2} = \frac{2900}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,6} = 12,7 \text{ а.}$$

Напряжение  $U_a$  является фазным напряжением двигателя, поэтому оно будет равно

$$U_a = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ в.}$$

Сопровитления фазы двигателя

$$z = \frac{U_a}{I_A} = \frac{127}{12,7} = 10 \text{ ом,}$$

$$r = z \cos \varphi = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ ом}$$

и

$$x_L = z \sin \varphi = z \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_2} = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ ом.}$$

Эти сопротивления соединены с сопротивлениями провода линии последовательно, поэтому полное сопротивление всей фазы

$$z_{\phi} = \sqrt{(r_L + r)^2 + (x_L + x)^2} = \sqrt{(6 + 0,6)^2 + (8 + 1)^2} = 11,1 \text{ ом.}$$

Напряжение между нулевой точкой потребителя и зажимом А генератора равняется фазному напряжению генератора, т. е.

$$U_A = I_A z_{\phi} = 12,7 \cdot 11,1 = 141 \text{ в.}$$

Падение напряжения в каждом проводе линии

$$U_{\text{пр}} = I_{\text{л}} z_{\text{пр}} = I_{\text{л}} \sqrt{r_{\text{л}}^2 + x_{\text{л}}^2} = 12,7 \sqrt{0,6^2 + 1^2} = 14,8 \text{ в,}$$

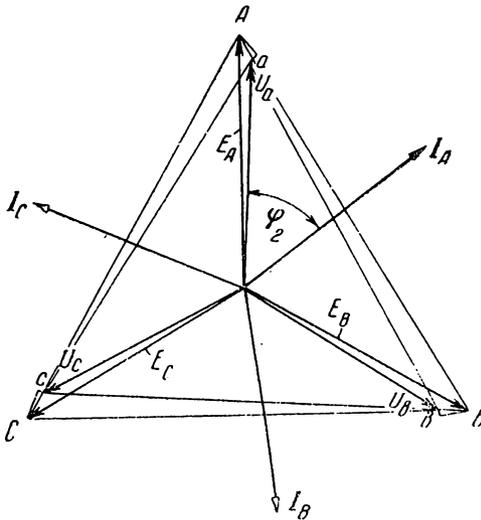
что составляет  $\frac{14,8}{141} \cdot 100\% = 10,5\%$  от фазного напряжения генератора.

Потеря напряжения в каждом проводе линии равна арифметической разности фазных напряжений в начале и в конце линии

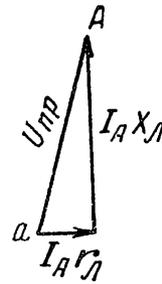
$$\Delta U_{\text{пр}} = 141 - 127 = 14 \text{ в,}$$

т. е.  $\frac{14}{141} \cdot 100\% = 9,95\%$  от фазного напряжения генератора.

Построим векторную диаграмму для рассмотренной фазы. Фазное напряжение потребителя изображено вектором  $U_a$  (фиг. 6,10б);



Фиг. 6,10а



Фиг. 6,10б

оно равно 127 в. Ток в фазе  $A$ , равный 12,3 а, изображен вектором  $I_A$ , отстающим от вектора напряжения  $U_a$  на угол  $\varphi_2 = 53^\circ$ . Прибавляя к вектору  $U_a$  вектор падения напряжения в активном сопротивлении провода линии  $I_A r_{\text{л}} = 12,7 \cdot 0,6 = 7,62$  в, совпадающий по фазе с вектором тока, и вектор индуктивного падения напряжения  $I_A x_{\text{л}} = 12,7 \cdot 1 = 12,7$  в, опережающий по фазе вектор тока на  $\pi/2$ , получим вектор  $E_A$ , изображающий фазную э. д. с. генератора. Отрезок  $U_{\text{пр}}$ , равный геометрической сумме векторов  $I_A r_{\text{л}}$  и  $I_A x_{\text{л}}$ , изображает вектор падения напряжения в каждом проводе линии.

Проводя аналогичные построения для двух других фаз (для этого диаграмму фазы  $A$  надо один раз повернуть по движению часовой стрелки на  $120^\circ$  и другой раз на  $240^\circ$ ), найдем векторы  $U_b$ ,  $U_c$ ,  $E_B$  и  $E_C$ .

Соединяя концы векторов  $U_a$  и  $U_b$ ,  $U_b$  и  $U_c$ ,  $U_c$  и  $U_a$ ,  $E_A$  и  $E_B$ ,  $E_B$  и  $E_C$ ,  $E_C$  и  $E_A$ , получим векторы линейных напряжений двигателя и генератора. Таким образом находим, что линейное напряжение генератора равно  $244 \text{ в}$ .

Коэффициент мощности генератора

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_{\text{л}} + r}{z_{\text{ф}}} = \frac{0,6 + 6}{11,1} = 0,593.$$

Полная (кажущаяся) мощность генератора

$$S = \sqrt{3} \cdot I_{\text{л}} U_{\text{л.г}} = \sqrt{3} \cdot 12,7 \cdot 244 = 5360 \text{ в} \cdot \text{а} = 5,36 \text{ к} \cdot \text{ва}.$$

Активная мощность генератора

$$P = S \cos \varphi_1 = 5,36 \cdot 0,593 = 3,18 \text{ кВт}.$$

Реактивную мощность генератора определим, пользуясь треугольником мощностей, из которого имеем

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5,36^2 - 3,18^2} = 4,30 \text{ квар}.$$

**6,11.** Каждый медный провод трехфазной воздушной линии имеет сечение  $50 \text{ мм}^2$ . К концу линии присоединен потребитель, мощность которого равна  $800 \text{ кВт}$ , напряжение —  $6,6 \text{ кВ}$  и  $\cos \varphi = 0,8$ .

Определить ток и напряжение в начале линии, если длина линии  $l = 8 \text{ км}$ , а реактивное сопротивление каждого километра провода равно  $0,4 \text{ ом}$ .

Составить электрическую схему и построить векторную диаграмму для нее.

Ответ.  $7,22 \text{ кв}$ .

**6,12.** Трехфазный генератор  $25 \text{ к} \cdot \text{ва}$  имеет активное сопротивление каждой фазы  $r = 0,01 \text{ ом}$  и индуктивность  $L = 0,3 \text{ мГн}$ .

Определить напряжение холостого хода генератора, соединенного звездой, если при работе с номинальной мощностью напряжение на его зажимах  $130 \text{ в}$ , а коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,8$ .

Ответ. Напряжение холостого хода генератора равно  $143 \text{ в}$ .

**6,13.** В трехпроводную линию трехфазного тока включены для измерения активной мощности потребителя два ваттметра, показания которых  $P_1 = 6,5 \text{ кВт}$  и  $P_2 = 18,7 \text{ кВт}$ . Напряжение в линии  $U = 380 \text{ в}$ , а ток  $I = 50 \text{ а}$ .

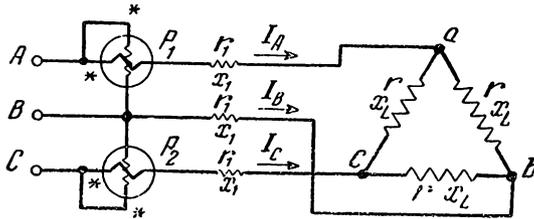
Определить мощность, угол сдвига фаз между вектором фазного напряжения и вектором фазного тока и построить векторную диаграмму для данной схемы, если нагрузка индуктивная, соединена звездой и симметрична.

Ответ. 25,2 квт; 40°.

6,14. Определить коэффициент мощности трехфазного потребителя при равномерной нагрузке, если показание одного из ваттметров, включенных по схеме измерения активной мощности двумя ваттметрами, в два раза больше показания другого ваттметра.

Ответ. 0,866.

6,15. Напряжение на зажимах треугольника потребителя схемы фиг. 6,15а равно 120 в. Активные сопротивления схемы  $r_1 = 1 \text{ ом}$  и  $r = 6 \text{ ом}$ , реактивные сопротивления  $x_1 = 2 \text{ ом}$  и  $x_L = 9 \text{ ом}$ .



Фиг. 6.15а

Найти напряжение  $U$  между зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Определить показания ваттметров, построить векторную диаграмму схемы.

Решение.

Определим фазные и линейные токи:

$$I_{\phi} = \frac{120}{\sqrt{6^2 + 9^2}} = 11,1 \text{ а,}$$

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 11,1 = 19,2 \text{ а.}$$

Для определения линейного напряжения между зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$  преобразуем треугольник потребителя в эквивалентную звезду и сведем таким образом решение данной задачи к решению задачи 6,10.

В данном случае симметричной нагрузки активное и реактивное сопротивления каждой фазы эквивалентной звезды можно определить так:

$$r_Y = \frac{r}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ ом,}$$

$$x_Y = \frac{x_L}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ ом.}$$

Общее фазное сопротивление между нейтралью эквивалентной звезды и каждым из зажимов  $A$ ,  $B$  и  $C$

$$z_{\phi} = \sqrt{(r_1 + r_Y)^2 + (x_1 + x_Y)^2} = \sqrt{(1+2)^2 + (2+3)^2} = 5,82 \text{ ом.}$$

Напряжение между нейтралью эквивалентной звезды и зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$  схемы

$$U_{\phi} = I_n \cdot z_{\phi} = 19,2 \cdot 5,82 = 112 \text{ в.}$$

Линейное напряжение между зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 112 = 194 \text{ в.}$$

Показания ваттметров

$$P_1 = I_n \cdot U \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = 19,2 \cdot 194 \cdot \cos(59^\circ + 30^\circ) = 64 \text{ вт,}$$

$$P_2 = I_n \cdot U \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = 19,2 \cdot 194 \cdot \cos(59^\circ - 30^\circ) = 3260 \text{ вт.}$$

Проверка.

Общая мощность, равная сумме мощностей, учитываемых ваттметрами, должна быть равна сумме мощностей в активных сопротивлениях схемы, т. е.

$$P_1 + P_2 = 3 \cdot I_n^2 r_1 + 3 \cdot I_{\phi}^2 r.$$

или

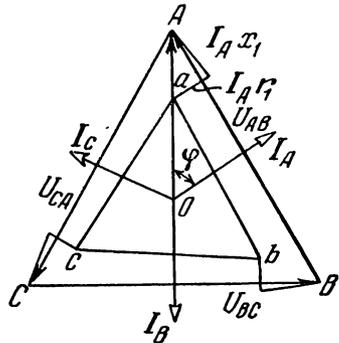
$$3 \cdot 19,2^2 \cdot 1 + 3 \cdot 11,1^2 \cdot 6 = 64 + 3260.$$

Полученные результаты указывают на правильность проведенного решения задачи.

Векторная диаграмма приведена на фиг. 6,15б.

Векторы линейных напряжений между зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$  образуют на диаграмме замкнутый треугольник  $ABC$ . Звезда векторов линейных токов отстает по фазе от векторов, определяющих напряжение между нейтралью эквивалентной звезды и зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$  (на диаграмме построен только один вектор  $U_A$ ), на угол  $\varphi$ .

$$\left[ \cos \varphi = \frac{r_1 + r_Y}{z_{\phi}} = \frac{3}{5,82} = 0,519 \text{ и} \right. \\ \left. \varphi = 59^\circ \right].$$



Фиг. 6,15б

Положение точек  $a$ ,  $b$  и  $c$  диаграммы можно определить, если из векторов  $U_A$ ,  $U_B$  и  $U_C$  вычесть векторы активного и реактив-

ного падения напряжения в сопротивлениях  $r_1$  и  $x_1$ . Соединяя точки  $a$  и  $b$ ,  $b$  и  $c$ ,  $c$  и  $a$ , получим векторы фазных напряжений треугольника потребителя.

6,16. Напряжение между зажимами  $A$ ,  $B$  и  $C$  предыдущей задачи  $U = 220$  в.

Найти токи и напряжение потребителя.

Ответ.  $I_n = 21,9$  а;  $I_\phi = 12,6$  а;  $U_2 = 136$  в.

6,17. Мощность в конце линии равна 10 000 ква при напряжении в конце линии 6,6 кв. Нагрузка соединена треугольником, равномерна и состоит из активного сопротивления и индуктивности, причем коэффициент мощности потребителя равен 0,94. Сопротивления каждого провода линии: активное — 0,3 ом и реактивное — 1 ом.

Построить полную векторную диаграмму и определить напряжение в конце линии при отключенной нагрузке.

Решение.

Ток в фазе потребителя

$$I_\phi = \frac{S}{3U} = \frac{10\,000}{3 \cdot 6,6} = 505 \text{ а.}$$

Ток в линии

$$I = \sqrt{3} I_\phi = 875 \text{ а.}$$

Падения напряжения в каждой фазе линии

$$I r_0 = U_{r_0} = 875 \cdot 0,3 = 262,5 \text{ в; } I x_0 = 875 \text{ в, } = U_{x_0}.$$

Фазное напряжение в начале линии определяется графически в соответствии с уравнением

$$\dot{U}_{1\phi} = \dot{U}_{2\phi} + \dot{U}_{r_0} + \dot{U}_{x_0} = \dot{U}_{2\phi} + \dot{I} r_0 + \dot{I} j x_0,$$

где фазное напряжение в конце линии на эквивалентной звезде нагрузки  $U_{2\phi} = \frac{6,6}{\sqrt{3}} = 3,8$  кв, а  $U_{1\phi}$  приблизительно равно 4,5 кв.

Линейное напряжение в начале линии при нагрузке равно напряжению в конце линии при холостом ходе, т. е.

$$U_{1л} = U_{2_0} = \sqrt{3} \cdot U_{1\phi} = 1,73 \cdot 4,5 = 7,8 \text{ кв.}$$

Векторная диаграмма, приведенная на фиг. 6,17, построена следующим образом.

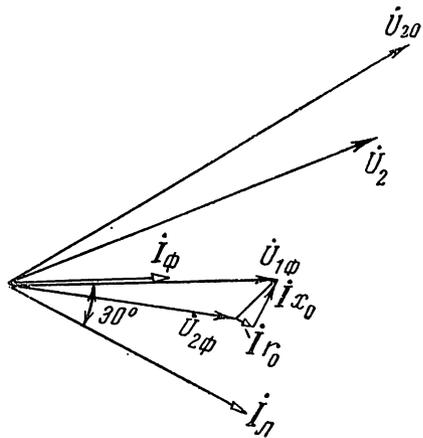
В произвольном направлении отложен вектор тока в фазе нагрузки  $I_\phi$ , от него отстает на  $30^\circ$  вектор тока в линии  $I_n$ . Коэф-

коэффициент мощности потребителя 0,94, следовательно, напряжение  $U_2$  фазы потребителя опережает фазный ток на  $20^\circ$ . Это напряжение представляет собой линейное напряжение, так как фазы потребителя соединены треугольником. Поэтому фазное напряжение эквивалентной звезды в конце линии  $U_{2\phi}$  будет отставать от напряжения  $U_2$  на  $30^\circ$ . Из графического построения, соответствующего уравнению

$$\dot{U}_{1\phi} = \dot{U}_{2\phi} + \dot{i}r_0 + j\dot{i}x_0,$$

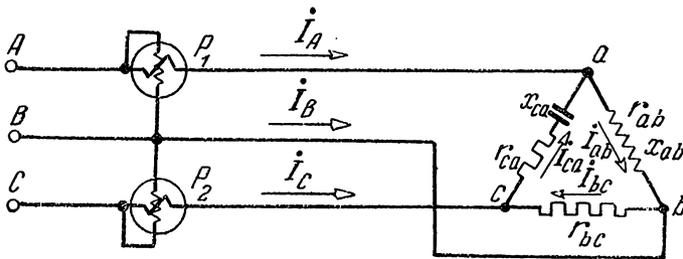
найдем фазное напряжение в начале линии, т. е.  $U_{1\phi}$ .

Напряжение в конце линии при холостом ходе равно геометрической разности эквивалентных фазных напряжений, следовательно, оно будет в  $\sqrt{3}$  больше, чем  $U_{1\phi}$ , а кроме того, вектор  $U_{2_0}$  будет опережать вектор  $U_{1\phi}$  на  $30^\circ$ .



Фиг. 6,17

Чтобы получить полную векторную диаграмму для всех трех фаз, достаточно повторить рассмотренное построение еще дважды, смещая соответствующие векторные диаграммы для двух следующих



Фиг. 6,18а

фаз на  $120^\circ$  относительно диаграммы фиг. 6,17: одну по направлению вращения векторов, а другую в противоположном направлении.

На полной векторной диаграмме векторы линейных токов можно также получить, соединяя концы векторов соответствующих фазных токов, а векторы напряжений в начале линии при холостом ходе — соединяя концы соответствующих векторов фазных э. д. с.

Такое построение рекомендуем читателю произвести самостоятельно.

**6,18.** Найти показания ваттметров, фазные и линейные токи схемы фиг. 6,18а и построить векторную диаграмму для нее, если

$$r_{ab} = 4 \text{ ом}; x_{ab} = 3 \text{ ом}; r_{bc} = 5 \text{ ом};$$

$$r_{ca} = 3 \text{ ом}; x_{ca} = 4 \text{ ом}$$

и напряжение между проводами линии  $U = 120 \text{ в}$ .

Решение.

Определим полные сопротивления, токи фаз треугольника и углы сдвига векторов фазных токов и напряжений.

$$z_{ab} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ ом}; z_{bc} = 5 \text{ ом};$$

$$z_{ca} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ ом};$$

$$I_{ab} = \frac{U}{z_{ab}} = \frac{120}{5} = 24 \text{ а}; I_{bc} = \frac{U}{z_{bc}} = \frac{120}{5} = 24 \text{ а};$$

$$I_{ca} = \frac{U}{z_{ca}} = \frac{120}{5} = 24 \text{ а}; \cos \varphi_{ab} = \frac{r_{ab}}{z_{ab}} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ и } \varphi_{ab} = 37^\circ \text{ (отстающий)}$$

$$\cos \varphi_{ca} = \frac{r_{ca}}{z_{ca}} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ и } \varphi = 53^\circ \text{ (опережающий)}.$$

Несмотря на то, что токи фаз равны по величине, нагрузка в этом случае несимметрична, так как углы сдвига фаз неодинаковы. Поэтому линейные токи определим графически из векторной диаграммы. Для этого строим треугольник линейных напряжений (фиг. 6,186) и под углами  $\varphi_{ab}$  и  $\varphi_{ca}$  к ним в масштабе токов откладываем векторы фазных токов  $\dot{I}_{ab}$  и  $\dot{I}_{ca}$ , а кроме того, вектор  $\dot{I}_{bc}$ , совпадающий по фазе с напряжением.

Применяя первый закон Кирхгофа к точкам разветвления в вершинах треугольника потребителя, получим уравнения, связывающие линейные и фазные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} \text{ и } \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Прибавляя к вектору тока  $\dot{I}_{ab}$  вектор, обратный вектору  $\dot{I}_{ca}$ , получим вектор линейного тока  $\dot{I}_A$ .

Аналогичным построением найдем векторы токов  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$ . Модули этих векторов в масштабе токов дают линейные токи

$$I_A = 46,3 \text{ а}, I_B = 31,8 \text{ а} \text{ и } I_C = 26,4 \text{ а}.$$

Ваттметры, включенные в схему, учитывают углы сдвига фаз, величину которых определяем по векторной диаграмме

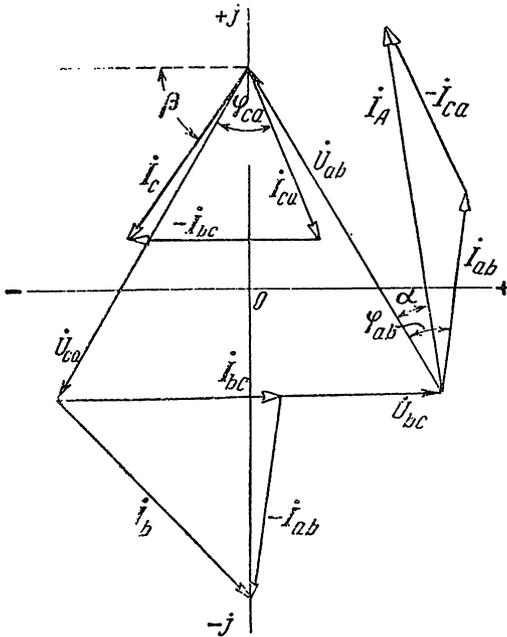
$$\alpha = \angle (\dot{U}_{ab} \dot{I}_A) = 21^\circ;$$

$$\beta = \angle (\dot{U}_{cb} \dot{I}_C) = 56^\circ 40'.$$

Поэтому показания ваттметров будут равны:

$$P_1 = I_A U_n \cos \alpha = 46,3 \cdot 120 \cdot 0,933 = 5174 \text{ вт},$$

$$P_2 = I_C U_n \cos \beta = 26,4 \cdot 120 \cdot 0,55 = 1748 \text{ вт}.$$



Фиг. 6,186

**6,19.** В симметричную трехфазную сеть включены звездой три сопротивления  $Z_a = Z_b = Z_c = (8 + j6) \text{ ом}$ .

Написать комплексы тока во всех фазах, если линейное напряжение равно 380 в.

Решение и указания.

В общем виде можно написать, что

$$I_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_a}, \quad I_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_b} \text{ и } I_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_c},$$

где  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  — комплексы фазных напряжений.

Принимаем за исходную расчетную величину комплекс  $\dot{U}_A$ , тогда

$$\dot{U}_A = U_A, \quad \dot{U}_B = \dot{U}_A e^{-j120^\circ} = U_A (\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ)$$

и

$$\dot{U}_C = \dot{U}_A e^{-j240^\circ} = \dot{U}_A e^{j120^\circ} = U_A (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ),$$

или

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A a^2 \text{ и } \dot{U}_C = \dot{U}_A a,$$

где

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Умножение на  $a$  того или иного комплекса означает поворот вектора, изображающего данный комплекс, на  $120^\circ$  по направлению вращения векторов (против вращения часовой стрелки).

Таким образом, комплексы  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  можно выразить через  $\dot{U}_A$ , а комплекс  $\dot{U}_A$  можно представить в виде

$$\dot{U}_A = U e^{j\alpha},$$

где  $U$  — фазное напряжение, которое равно в данном случае

$$U = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ в},$$

так как нагрузка симметрична (т. е. равномерна и однородна).

Из последнего выражения комплекса фазного напряжения  $\dot{U}_A$  видно, что выбор величины  $\alpha$  отразится на положении в числовой плоскости вектора, изображающего комплекс  $\dot{U}_A$ . Для расчетов и построения векторной диаграммы удобно принять  $\alpha = 0$  или  $\alpha = 90^\circ$ , что придает комплексу  $\dot{U}_A$  вид одночлена, состоящего из действительного или мнимого числа.

В первом случае ( $\alpha = 0$ ) и  $\dot{U}_A = U$ , следовательно, вектор  $\dot{U}_A$ , изображающий данный комплекс, будет расположен на положительной части оси действительных чисел.

Во втором случае ( $\alpha = 90^\circ$ ) и  $\dot{U}_A = U e^{j90^\circ}$ , следовательно, вектор  $\dot{U}_A$  будет расположен на положительной полуоси мнимых чисел.

Полагаем в нашем примере, что  $\alpha = 0$  и  $\dot{U}_A = U = 220 \text{ в}$ .

Тогда

$$\dot{U}_B = (-110 - j190) \text{ в} \text{ и } \dot{U}_C = (-110 + j190) \text{ в}$$

или

$$\dot{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} \text{ в} \text{ и } \dot{U}_C = 220 e^{-j240^\circ} = 220 e^{j120^\circ} \text{ в}.$$

Так как  $Z = 8 + j6 = 10 e^{j37^\circ} \text{ Ом}$ , то  $I_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_a} = \frac{220}{10 e^{j37^\circ}} = 22 e^{-j37^\circ} \text{ а}$ ,

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_b} = \frac{220 e^{-j 120^\circ}}{10 e^{j 37^\circ}} = 22 e^{-j 157^\circ} \text{ а.}$$

и

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_c} = \frac{220 e^{j 120^\circ}}{10 e^{j 37^\circ}} = 22 e^{+j 83^\circ} = \frac{220 e^{-j 240^\circ}}{10 e^{j 37^\circ}} = 22 e^{-j 277^\circ} \text{ а.}$$

6,20. Решить задачу 6,18, пользуясь комплексным методом.

Решение.

Предположим, что вектор  $\dot{U}_{bc}$  направлен по оси действительных величин. Тогда комплексы векторов линейных напряжений будут

$$\begin{aligned} \dot{U}_{bc} &= 120 \text{ в; } \dot{U}_{ab} = 120 e^{j 120^\circ} = (-60 + j 104) \text{ в,} \\ \dot{U}_{ca} &= 120 e^{-j 120^\circ} = (-60 - j 104) \text{ в.} \end{aligned}$$

Комплексы фазных и линейных токов:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{-60 + j 104}{4 + j 3} = (2,88 + j 23,84) \text{ с,}$$

$$I_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{120}{5} = 24 \text{ а,}$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{-60 - j 104}{3 - j 4} = (9,44 - j 22,08) \text{ а,}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = (-6,56 + j 45,92) \text{ а,}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = (21,12 - j 23,84) \text{ а,}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = (-14,56 - j 22,08) \text{ а.}$$

Модули токов:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 24 \text{ а;}$$

$$I_A = 46,3 \text{ а, } I_B = 31,8 \text{ а и } I_C = 26,4 \text{ а.}$$

Правильность проведенного решения можно проверить, учитывая, что геометрическая сумма векторов линейных токов трехпроводной трехфазной системы должна быть равна нулю, т. е.

$$I_A + I_B + I_C = 0.$$

Определим комплексы мощностей, учитываемых ваттметрами, включенными в схему:

$$\dot{S}_1 = \dot{U}_{ab} \dot{I}_A^* = (-60 + j 104) (-6,56 - j 45,91) = 5174 + j 2074,$$

$$\dot{S}_2 = \dot{U}_{cb} \dot{I}_C^* = -120 (-14,56 + j 22,08) = 1748 - j 2648.$$

Действительные составляющие полученных комплексных чисел равны активным мощностям, измеряемым ваттметрами:

$$P_1 = 5174 \text{ вт и } P_2 = 1748 \text{ вт.}$$

Активная мощность схемы:

$$P_1 + P_2 = 5174 + 1748 = 6922 \text{ вт.}$$

6,21\*. Определить фазные и линейные токи схемы задачи 6,18 при обрыве провода в фазе  $b-c$  треугольника нагрузки.

Ответ.

$I_{ab}$ ,  $I_{ca}$  и  $I_A$  остаются неизменными,

$$I_{bc} = 0, \quad I_B = I_{ab} \quad \text{и} \quad I_C = I_{ca}.$$

6,22.\* Определить фазные и линейные токи и напряжения схемы задачи 6,18 при обрыве линейного провода  $A$ .

Решение.

Фазы  $a-b$  и  $c-a$  соединены последовательно и находятся под напряжением  $U_{bc} = 120 \text{ в.}$

$$I_{ba} = I_{ca} = \frac{120}{\sqrt{(3+4)^2 + (3+4)^2}} = 17 \text{ а.}$$

Вектор этого тока опережает по фазе вектор напряжения на угол

$$\varphi = \arctg \frac{1}{7} = 6^\circ.$$

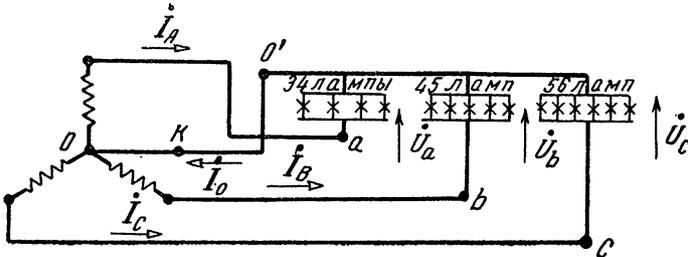
Величина и направление вектора тока  $\dot{I}_{bc}$  остаются неизменными.

Складывая векторы токов  $\dot{I}_{bc}$  и  $\dot{I}_{ca}$ , получим вектор линейного тока  $\dot{I}_C$ , модуль которого  $I_n = I_B = I_C = 40,9 \text{ а.}$

Напряжения на фазах  $a-b$  и  $c-a$  прямо пропорциональны их полным сопротивлениям, т. е.

$$U_{ab} = I_{ab} \cdot z_{ab} = 17 \sqrt{4^2 + 3^2} = 85 \text{ в,}$$

$$U_{ca} = I_{ca} \cdot z_{ca} = 17 \sqrt{3^2 + 4^2} = 85 \text{ в.}$$



Фиг. 6,23

6,23\*. Трансформатор, фазное напряжение которого  $U = 127 \text{ в,}$  питает три группы ламп, соединенных согласно схеме фиг. 6,23.

Каждая лампа рассчитана на напряжение 127 в и потребляет при этом напряжении мощность 200 вт.

Найти токи в фазных и нулевом проводах схемы и построить для нее векторную диаграмму.

Ответ.  $I_A = 53,4 \text{ а}$ ,  $I_B = 70,6 \text{ а}$ ,  $I_C = 87,9 \text{ а}$ ,  $I_0 = 30,2 \text{ а}$ .

6,24\*. Найти напряжения на лампах схемы предыдущей задачи при обрыве нейтрали в точке  $K$  и построить векторную диаграмму, считая сопротивления ламп неизменными.

Указание.

В этом случае между нулевыми точками трансформатора и потребителя будет напряжение, определяемое формулой

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c},$$

где  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  — комплексы фазных напряжений трансформатора, а  $Y_a = \frac{1}{z_a}$ ,  $Y_b = \frac{1}{z_b}$  и  $Y_c = \frac{1}{z_c}$  — комплексы полных проводимостей фаз потребителя.

Ответ.

$U_a = 143 \text{ в}$ ,  $U_b = 130,3 \text{ в}$ ,  $U_c = 111,9 \text{ в}$ ,  $U_0 = 17,8 \text{ в}$ .

6,25. Три группы 100-ваттных ламп, рассчитанных на напряжение 220 в, распределены так, что между фазами  $A$  и  $B$  включены 30 ламп, между  $B$  и  $C$  — 15 ламп и между  $C$  и  $A$  — 10 ламп. Напряжение источника, питающего нагрузку, не зависит от изменения нагрузки и равно 220 в.

Определить напряжение на лампах, ток каждой группы ламп и ток в подводящих проводах линии при нормальном режиме и при перегорании предохранителя линейного провода  $A$ .

Построить векторные диаграммы для этих случаев.

Ответ.

При нормальном режиме  $I_{ab} = 13,6 \text{ а}$ ,  $I_{bc} = 6,82 \text{ а}$ ,  $I_{ca} = 4,54 \text{ а}$ ,  $I_A = 16,4 \text{ а}$ ,  $I_B = 17,9 \text{ а}$ ,  $I_C = 9,9 \text{ а}$ .

Напряжение на всех лампах одинаково и равно 220 в.

После перегорания предохранителя  $I_B = I_C = 10,23 \text{ а}$ ,  $U_{bc} = 220 \text{ в}$ ,  $U_{ab} = 55 \text{ в}$  и  $U_{ca} = 165 \text{ в}$ .

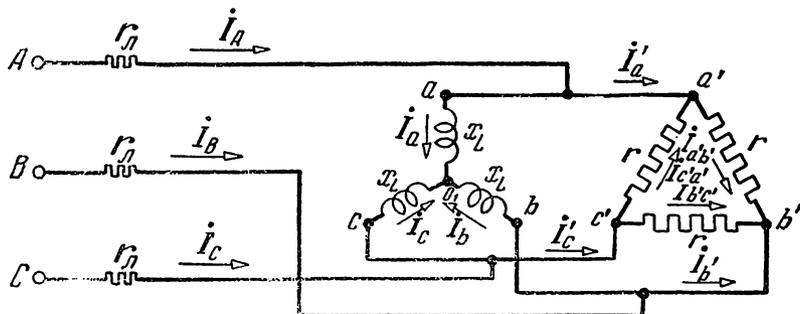
6,26. Найти токи и напряжения схемы фиг. 6,26а и построить векторную диаграмму для нее, если  $r = 15 \text{ ом}$ ,  $x_L = 5 \text{ ом}$ ,  $r_n = 1 \text{ ом}$  и линейное напряжение на входе схемы  $U = 120 \text{ в}$ .

Решение.

Заменяем треугольник сопротивлений эквивалентной звездой. Сопротивления этой звезды будут равны

$$r_Y = \frac{r}{3} = \frac{15}{3} = 5 \text{ ом.}$$

Нейтраль  $O_2$  эквивалентной звезды и точка  $O_1$  имеют один и тот же потенциал, поэтому полученные две звезды можно заме-



Фиг. 6,26а

нить одной звездой, каждая фаза которой состоит из двух параллельных ветвей. Комплексы полного сопротивления этих ветвей

$$Z_1 = j5 \text{ и } Z_Y = 5.$$

Комплексы сопротивления эквивалентной звезды всей нагрузки

$$Z_{\text{эк}} = \frac{Z_1 Z_Y}{Z_1 + Z_Y} = \frac{j5 \cdot 5}{j5 + 5} = (2,5 + j2,5) \text{ ом.}$$

Полученную схему можно упростить, приводя ее к схеме с тремя сопротивлениями, соединенными звездой. Комплекс фазного сопротивления этой звезды будет равен

$$Z_{\phi} = r_n + Z_{\text{эк}} = 1 + 2,5 + j2,5 = (3,5 + j2,5) \text{ ом.}$$

Модуль этого сопротивления

$$Z_{\phi} = \sqrt{3,5^2 + 2,5^2} = 4,3 \text{ ом.}$$

Линейные токи схемы

$$I_A = I_B = I_C = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{120}{\sqrt{3} \cdot 4,3} = 16,15 \text{ а.}$$

Фазные напряжения I и II звезд

$$U_a = U_b = U_c = I Z_{\text{эк}} = 16,15 \cdot \sqrt{2,5^2 + 2,5^2} = 16,15 \cdot 3,54 = 57 \text{ в.}$$

Ток в фазах I звезды

$$I = I_a = I_b = I_c = \frac{57}{5} = 11,4 \text{ а.}$$

Линейное напряжение звезды равно напряжению фаз треугольника

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = \sqrt{3} \cdot 57 = 98,6 \text{ в.}$$

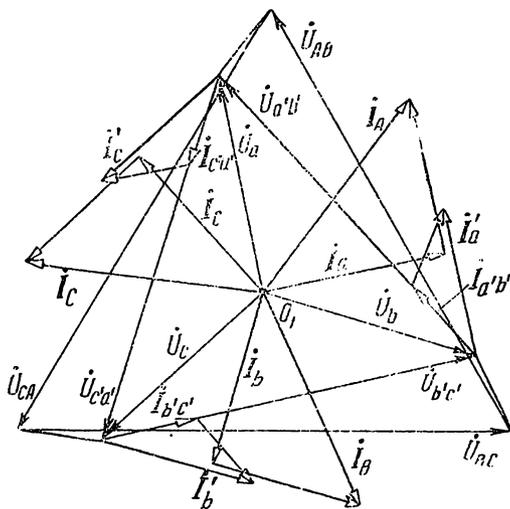
Ток в фазах треугольника

$$I_{a'b'} = I_{b'c'} = I_{c'a'} = \frac{98,6}{15} = 6,58 \text{ а.}$$

Линейные токи треугольника

$$I'_a = I'_b = I'_c = \sqrt{3} \cdot 6,58 = 11,4 \text{ а.}$$

Векторная диаграмма схемы построена на фиг. 6,266.



Фиг. 6,266

6,27. Найти токи и напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  и  $U_{CA}$  схемы предыдущей задачи, если заданы линейные напряжения

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = 380 \text{ в.}$$

Ответ.

$$I_A = I_B = I_C = 62,4 \text{ а,}$$

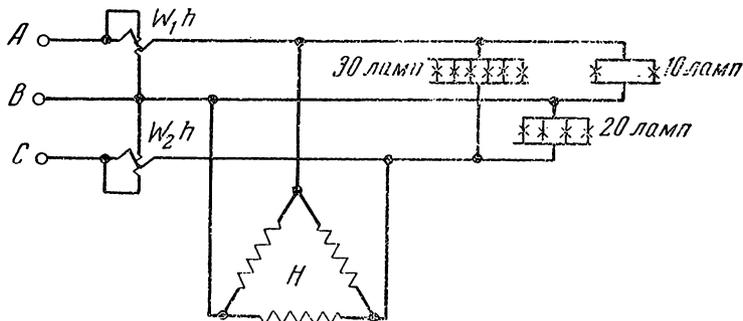
$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 465 \text{ в.}$$

6,28\*. Три группы 100-ваттных ламп, рассчитанных на напряжение 220 в, и трехфазная нагрузка (H), потребляющая мощность

$P = 11 \text{ кВт}$  при  $U = 220 \text{ в}$  и  $\cos \varphi = 0,8$ , включены в трехпроводную сеть трехфазного тока, согласно схеме фиг. 6,28.

Какую энергию учитывает каждый счетчик за 8 часов работы всех потребителей с полной нагрузкой?

Ответ. 71,5 кВтч и 86,5 кВтч.



Фиг. 6,28

6,29\*. В трехпроводную трехфазную сеть с напряжением  $U = 220 \text{ в}$  включены звездой три группы электрических ламп. Группы, включенные в фазы  $A$  и  $B$ , имеют активное сопротивление по  $50 \text{ ом}$ ; активное сопротивление третьей группы изменяется от  $0$  до  $\infty$ .

Требуется построить векторную диаграмму потребителя и из нее определить, в каких пределах изменяется при этом напряжение на лампах фаз  $A$  и  $B$ .

Ответ. От  $220$  до  $110 \text{ в}$ .

6,30\*. Трехфазный потребитель имеет установленную мощность  $P = 17 \text{ кВт}$  и коэффициент одновременности загрузки  $K = 0,59$ . Напряжение сети  $U = 220 \text{ в}$ . Средний коэффициент мощности потребителя  $\cos \varphi_{\text{н}} = 0,6$ .

Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, которую надо включить в сеть, чтобы довести  $\cos \varphi$  установки до  $1$ .

Какую мощность можно включить в сеть дополнительно после проведенного улучшения  $\cos \varphi$  при условии, что потери мощности в подводящих проводах останутся неизменными?

Подсчеты провести для двух значений коэффициента мощности дополнительной нагрузки:  $\cos \varphi_{\text{г}} = 0,6$  и  $\cos \varphi_{\text{г}} = 1$ .

Чему будет равен в этих случаях общий сдвиг фаз?

Решение.

При заданном коэффициенте одновременности активная, кажущаяся и реактивная мощности потребителя будут равны:

$$P_{\text{н}} = K \cdot P = 0,59 \cdot 17 = 10 \text{ кВт};$$

$$S_n = \frac{P_n}{\cos \varphi_n} = \frac{10}{0,6} = 16,7 \text{ кВА};$$

$$Q_n = \sqrt{S_n^2 - P_n^2} = \sqrt{16,7^2 - 10^2} = 13,4 \text{ квар},$$

или

$$Q_n = S_n \sin \varphi_n = 16,7 \cdot 0,8 = 13,4 \text{ квар}.$$

Для повышения  $\cos \varphi$  до 1 необходимо включить такую батарею конденсаторов, реактивная мощность которой была бы равна реактивной мощности  $Q_n$  потребителя.

Предположим, что конденсаторы соединены в треугольник (фиг. 6,30а). Мощность конденсаторов каждой фазы в 3 раза меньше мощности  $Q_n$ . Так как  $Q_c = \frac{U^2}{x_c} = U^2 \omega C = \frac{Q_n}{3}$ , то емкость на одну фазу при частоте 50 гц

$$C = \frac{Q_n}{3U^2 \omega} = \frac{13350}{3 \cdot 220^2 \cdot 314} \cdot 10^6 = 294 \text{ мкФ} \approx 300 \text{ мкФ}.$$

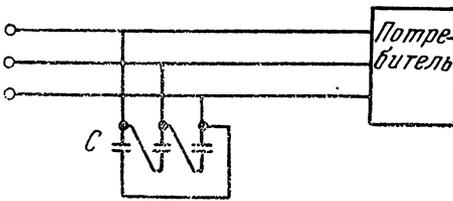
Для определения дополнительной мощности, которую можно включить в сеть, построим векторную диаграмму и треугольник мощностей для одной фазы (фиг. 6,30б и 6,30в).

На векторной диаграмме фиг. 6,30б:

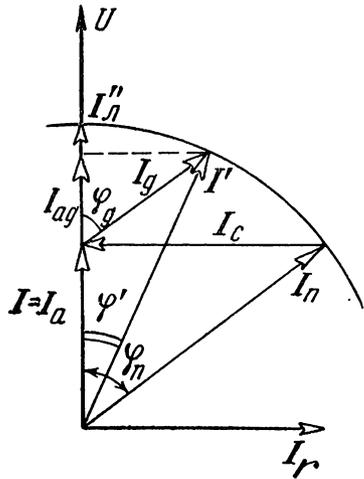
$I_n$  — ток потребителя;

$I_c$  — емкостный ток батареи конденсаторов;

$I_a$  — активная составляющая тока потребителя;



Фиг. 6,30а



Фиг. 6,30б

$I = I_a$  — ток в сети после повышения коэффициента мощности до единицы;

$I_g$  — ток добавочной нагрузки, работающей с коэффициентом мощности равным 0,6;

$I_{ag}$  — активная составляющая тока добавочной нагрузки, определяющая (при данном напряжении) величину добавочной активной мощности, которая может быть получена после включения конденсатора при условии, что ток в сети ( $I'$ )

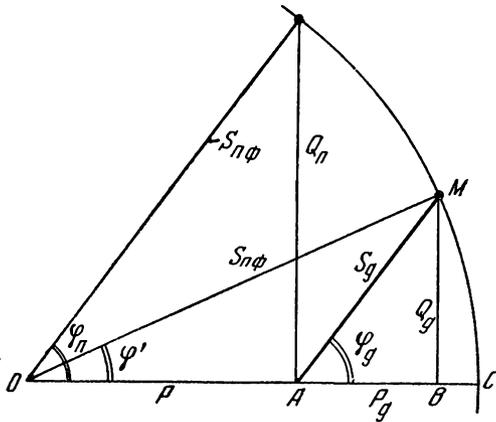
остается таким же по величине, как и до включения конденсаторов;

$\varphi'$  — сдвиг фаз в сети после включения конденсаторов и добавочной нагрузки с  $\cos \varphi_g = 0,6$ ;

$I''_л$  — ток в линии при включении добавочной безиндукционной нагрузки.

Разность  $I''_л - I_a$  определит добавочную активную мощность при включении конденсаторов и добавочной безиндукционной нагрузки.

Рассмотрим теперь треугольники мощностей (фиг. 6,30в), которые строятся на основании векторной диаграммы фиг. 6,30б.



Фиг. 6,30в

Отрезок  $\overline{OA}$  выражает в выбранном масштабе активную мощность одной фазы первоначального потребителя:

$$P = \frac{P_n}{3} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ квт.}$$

Отрезок  $\overline{AB}$  в том же масштабе представляет активную мощность  $P_g$  дополнительного потребителя при  $\cos \varphi_g = 0,6$ .

Отрезок  $\overline{AM}$  выражает кажущуюся дополнительную мощность, а отрезок  $\overline{BM}$  — реактивную мощность дополнительного потребителя.

Гипотенуза  $\overline{OM}$  полученного треугольника представляет кажущуюся мощность одной фазы схемы:

$$S_{нф} = \frac{16,7}{3} = 5,55 \text{ ква.}$$

При постоянстве потерь в линии ток в проводах, а следовательно, и мощность  $S_{нф}$  должны оставаться неизменными. В этом случае при изменении угла  $\varphi_g$  точка  $M$  будет скользить по окружности радиуса  $\overline{OM}$ .

Из чертежа видно, что

$$\begin{aligned} S_{нф}^2 &= (P + P_g)^2 + Q_g^2 = (P + P_g)^2 + (P_g \operatorname{tg} \varphi_g)^2 = \\ &= P^2 + 2P_g P + P_g^2 + P_g^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_g = (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_g) P_g^2 + 2PP_g + P^2. \end{aligned}$$

Проведя преобразования, получим окончательно

$$P_g = \left[ -P \pm \sqrt{P^2 - \frac{S_{нф}^2}{\cos^2 \varphi_g}} \right] \cos^2 \varphi_g.$$

Подставляя в полученную формулу числовые значения входящих в нее величин, определим, какую дополнительную мощность можно включить в каждую фазу при заданных значениях  $\cos \varphi_g$ :

$$\begin{aligned} \text{при } \cos \varphi_g = 0,6 \text{ мощность } P_g &\approx 1,73 \text{ кВт,} \\ \text{при } \cos \varphi_g = 1 \text{ мощность } P_g &\approx 2,22 \text{ кВт.} \end{aligned}$$

Отрицательные значения мощностей, получаемые при решении, следует отбрасывать, как не имеющие смысла.

Дополнительные мощности трех фаз равны:

$$\begin{aligned} 1,73 \cdot 3 &= 5,19 \text{ кВт при } \cos \varphi_g = 0,6, \\ 2,22 \cdot 3 &= 6,66 \text{ кВт при } \cos \varphi_g = 1. \end{aligned}$$

Максимальная дополнительная мощность, которую можно включить при компенсации сдвига фаз и  $\cos \varphi_g = 1$ , равна отрезку  $AC$  на фиг. 6,30в.

При  $\cos \varphi_g = 0,6$  общий сдвиг фаз не будет равен нулю:

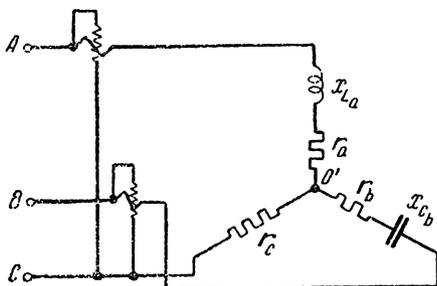
$$\cos \varphi' = \frac{P + P_g}{S_{\text{нф}}} = \frac{3,33 + 1,73}{5,55} = 0,912$$

и

$$\varphi' = 24^\circ.$$

Следует отметить, что данная задача с достаточной точностью может быть решена графически по треугольникам фиг. 6,30в.

6,31\*. Найти фазные напряжения и токи в схеме фиг. 6,31а для случаев нормальной работы, обрыва фазы  $a$  и короткого замыкания фазы  $a$ , если  $r_a = 8 \text{ ом}$ ,  $x_{L_a} = 4 \text{ ом}$ ,  $r_b = 8 \text{ ом}$ ,  $x_c = 4 \text{ ом}$  и  $r_c = 6 \text{ ом}$ . Для всех случаев построить векторные диаграммы, определить показания ваттметров и сравнить сумму их показаний с суммой фазных мощностей.



Фиг. 6,31а

Линейное напряжение сети равно 220 в, система линейных напряжений симметрична.

Решение.

Составим выражения фазных напряжений сети согласно диаграмме фиг. 6,31б:

$$\dot{U}_A = 127 \text{ в,}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_B &= 127 \cdot a^2 = 127 e^{j \frac{4\pi}{3}} = 127 \left( \cos \frac{4\pi}{3} + j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = \\ &= (-63,5 - j110) \text{ в,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_C &= 127 \cdot a = 127 e^{j \frac{2\pi}{3}} = 127 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = \\ &= (-63,5 + j110) \text{ в.}\end{aligned}$$

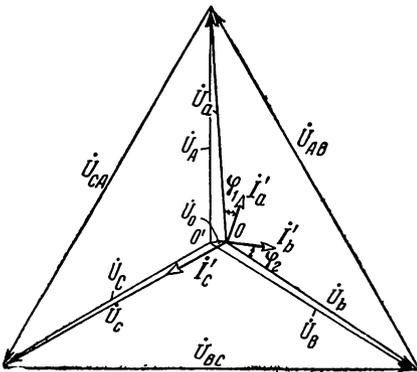
Напишем уравнения сопротивлений и проводимостей фаз нагрузки в комплексной форме:

$$Z_a = (8 + j4) \text{ ом}, \quad Z_b = (8 - j4) \text{ ом}, \quad Z_c = 6 \text{ ом},$$

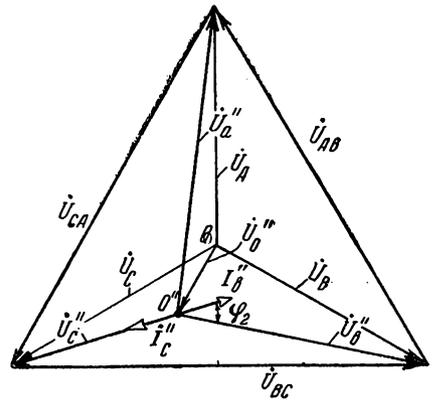
$$Y_a = \frac{1}{Z_a} = (0,1 - j0,05) \text{ сим},$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_b} = (0,1 + j0,05) \text{ сим},$$

$$Y_c = \frac{1}{Z_c} = 0,167 \text{ сим}.$$



Фиг. 6,31б



Фиг. 6,31в

Найдем смещение нулевой точки  $O'$  потребителя (смещение нейтрали):

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c} = (3,42 - j5,78) \text{ в.}$$

Теперь можно определить фазные напряжения нагрузки:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_0 = (123,58 + j5,78) \text{ в},$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_0 = (-66,92 - j102,22) \text{ в},$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_0 = (-66,92 + j115,78) \text{ в}$$

и токи

$$\begin{cases} i'_a = \dot{U}_a Y_a = (12,65 - j5,6) \text{ а}, \\ i'_b = \dot{U}_b Y_b = (-1,49 - j13,75) \text{ а}, \\ i'_c = \dot{U}_c Y_c = (-11,2 + j19,3) \text{ а}. \end{cases}$$

Для построения векторной диаграммы выразим линейные напряжения через фазные напряжения нагрузки, что будет служить также и проверкой произведенных выше расчетов фазных напряжений нагрузки:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = (190,5 + j110) \text{ в},$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_b - \dot{U}_c = -j220 \text{ в},$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_c - \dot{U}_a = (-190,5 + j110) \text{ в}.$$

Найдем показания ваттметров;

$$\dot{U}_{AC} \dot{I}_a^* = 3015 - j320 \quad \text{и} \quad \dot{U}_{BC} \dot{I}_b^* = 3010 + j328.$$

Сумма показаний ваттметров равна

$$3015 + 3010 = 6025 \text{ вт}.$$

Сумма фазных мощностей

$$I_a^2 r_a + I_b^2 r_b + I_c^2 r_c = 1605 + 1600 + 2825 = 6030 \text{ вт}.$$

Проверка показывает, что расчеты произведены достаточно точно.

Обрыв в первой фазе

$$I_a = 0.$$

Смещение нейтрали:

$$\dot{U}_0'' = \frac{\dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_b + Y_c} = (-37 + j23) \text{ в}.$$

Фазные напряжения приемника:

$$\dot{U}_a'' = \dot{U}_A - \dot{U}_0'' = (164 - j23) \text{ в},$$

$$\dot{U}_b'' = \dot{U}_B - \dot{U}_0'' = (-26,5 - j133) \text{ в},$$

$$\dot{U}_c'' = \dot{U}_C - \dot{U}_0'' = (-26,5 + j87) \text{ в}.$$

Токи:

$$\dot{I}_b'' = \dot{U}_b'' Y_b = (4,32 - j14,6) \text{ а}, \quad \dot{I}_c'' = \dot{U}_c'' Y_c = (-4,4 + j14,5) \text{ а},$$

$$\sum \dot{I} \approx 0.$$

Показания ваттметров:

$$P_1 = 0, \quad P_2 = (\dot{U}_{BC} \dot{I}_b'')_{\text{действ.}} = 3210 \text{ вт} \approx 3,2 \text{ квт}.$$

Сумма фазных мощностей:

$$I_b'^2 r_b + I_c'^2 r_c = 1834 + 1377 = 3211 \text{ вт} \approx 3,2 \text{ квт}.$$

## Короткое замыкание первой фазы

$$\dot{U}_0''' = 127 \text{ в.}$$

Фазные напряжения приемника:

$$\dot{U}_a''' = 0, \quad \dot{U}_b''' = -\dot{U}_{AB} = (-190,5 - j110) \text{ в,}$$

$$\dot{U}_c''' = \dot{U}_{CA} = (-190,5 + j110) \text{ в,}$$

где

$$\dot{U}_a''' = \dot{U}_A - \dot{U}_0''', \quad \dot{U}_b''' = \dot{U}_B - \dot{U}_0''', \quad \text{и} \quad \dot{U}_c''' = \dot{U}_C - \dot{U}_0''';$$

токи:

$$\dot{I}_b''' = \dot{U}_b''' Y_b = (-13,5 - j20,5) \text{ а,}$$

$$\dot{I}_c''' = \dot{U}_c''' Y_c = (-31,8 + j18,4) \text{ а.}$$

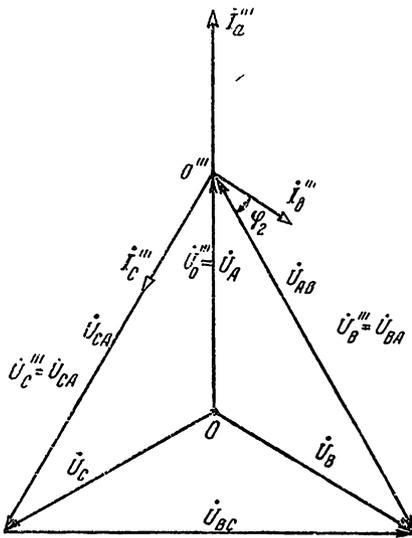
Следовательно по первому закону Кирхгофа  $\dot{I}_a''' = -(\dot{I}_b''' + \dot{I}_c''')$  =  $(45,3 + j2,1) \text{ а}$ .

Показания ваттметров:

$$P_1 = (\dot{U}_{AC} \dot{I}_a''')_{\text{действ.}} = 8420 \text{ вт} = 8,42 \text{ квт,}$$

$$P_2 = (\dot{U}_{BC} \dot{I}_b''')_{\text{действ.}} = 4500 \text{ вт} = 4,50 \text{ квт,}$$

$$P = P_1 + P_2 = 8,42 + 4,50 = 12,92 \text{ квт.}$$



Фиг. 6,31г

Сумма фазных мощностей;

$$\dot{I}_b'''^2 r_b + \dot{I}_c'''^2 r_c = 8080 + 4840 = 12920 \text{ вт} = 12,92 \text{ квт.}$$

На основании полученных данных построены диаграммы, приведенные на фиг. 6,31б, 6,31в и 6,31г.

6,32\*. Найти фазные напряжения и токи нагрузки схемы фиг. 6,32 для случаев нормальной работы, обрыва в фазе  $b$  и короткого замыкания фазы  $a$ , если  $Z_a = (12 - j16) \text{ ом}$ ,  $Z_b = (12 + j16) \text{ ом}$  и  $Z_c = (16 - j12) \text{ ом}$ , а линейное напряжение сети равно 380 в.

Определить показания ваттметров.

Ответы и указания.

Принимая  $\dot{U}_A = 220$  в, находим, что при нормальной работе

$$\dot{U}_0 = (-100 + j148) \text{ в}, \quad \dot{U}_a = (320 - j148) \text{ в},$$

$$\dot{U}_b = (-10 - j339) \text{ в}, \quad \dot{U}_c = (-10 + j43) \text{ в}.$$

Токи:

$$\dot{I}_a \approx (15,5 + j8,4) \text{ а}, \quad \dot{I}_b \approx (-14 - j10) \text{ а},$$

$$\dot{I}_c \approx (-1,7 + j1,4) \text{ а}.$$

Показания ваттметров:

$$P_1 = (\dot{U}_{AB} \dot{I}_a^*)_{\text{действ.}} \approx 6720 \text{ вт}; \quad P_2 = (\dot{U}_{CB} \dot{I}_c^*)_{\text{действ.}} = 534 \text{ вт}.$$

Для проверки следует сравнить между собой

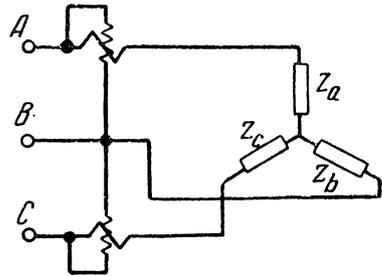
$$(P_1 + P_2) \text{ и } (I_a^2 r_a + I_b^2 r_b + I_c^2 r_c).$$

При обрыве фазы  $b$  на грузки

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_c} \approx (69 + j119) \text{ в},$$

$$\dot{U}_a \approx (151 - j119) \text{ в},$$

$$\dot{U}_c \approx (-179 + j72) \text{ в}.$$



Фиг. 6,32

Напряжение на разомкнутых концах фазы  $b$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_0 = (-179 - j309) \text{ в}.$$

Токи:

$$\dot{I}_a \approx (9,3 + j2,5) \text{ а}, \quad \dot{I}_c \approx (-9,3 - j2,5) \text{ а}.$$

Показания ваттметров:

$$P_1 = 3540 \text{ вт}, \quad P_2 = -950 \text{ вт},$$

т. е. стрелка второго ваттметра смещается влево к упору. Поэтому концы одной из его обмоток следует поменять местами, а после этого его показания нужно вычесть из показаний первого ваттметра.

$$P = 3540 - 950 = 2590 \text{ вт}.$$

$$I_a^2 r_a + I_c^2 r_c = 2590 \text{ вт}.$$

При коротком замыкании фазы  $a$

$$\dot{U}'_a = 0,$$

следовательно,

$$\dot{U}'_0 = \dot{U}_A = 220 \text{ в}, \quad \dot{U}'_b = \dot{U}_{BA} = -\dot{U}_{AB} = (-330 - j190) \text{ в},$$

$$\dot{U}'_c = \dot{U}_{CA} = (-330 + j190) \text{ в}.$$

Токи:

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}'_b}{Z_b} \approx (-17,5 + j7,5) \text{ а}, \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}'_c}{Z_c} \approx (-19 - j2,3) \text{ а},$$

$$\dot{I}_a = -(\dot{I}_b + \dot{I}_c) = (36,5 - j5,2) \text{ а}.$$

Показания ваттметров:

$$P_1 \approx 11\,050 \text{ вт}, \quad P_2 \approx -860 \text{ вт}.$$

$$P_1 + P_2 = 10,2 \text{ квт}.$$

На основании полученных данных можно построить векторные диаграммы для всех случаев.

6,33\*. Найти фазные напряжения нагрузки в схеме предыдущей задачи (фиг. 6,32) и токи для случаев:

- 1) нормальной работы,
- 2) обрыва фазы  $b$ ,
- 3) короткого замыкания фазы  $b$ .

Для всех случаев построить векторные диаграммы, определить показания ваттметров и сравнить сумму их показаний с суммой фазных мощностей.

Линейное напряжение симметричной трехфазной сети, в которую включена данная нагрузка, равно 380 в. Сопротивления фаз:

$$Z_a = -j12 \text{ ом}, \quad Z_b = (6 + j6) \text{ ом},$$

$$Z_c = 12 \text{ ом}.$$

Ответ.

$$1. \dot{U}'_a = (425 - j165) \text{ в}, \quad \dot{U}'_b = (95 - j355) \text{ в}, \quad \dot{U}'_c = (95 + j25) \text{ в},$$

$$\dot{U}_0 = (-205 + j165) \text{ в}.$$

$$\dot{I}_a = (13,7 + j35,4) \text{ а}, \quad \dot{I}_b = (-21,6 - j37,5) \text{ а},$$

$$\dot{I}_c = (7,9 + j2,1) \text{ а}.$$

$$P_1 = (\dot{U}_{AB} \dot{I}_a^*)_{\text{действ.}} = 11,25 \text{ квт},$$

$$P_2 = (\dot{U}_{CB} \dot{I}_c^*)_{\text{действ.}} = 0,8 \text{ квт}.$$

$$2. \dot{U}''_a = (70 - j259) \text{ в}, \quad \dot{U}_b \approx (-260 - j445) \text{ в},$$

$$\dot{U}''_c \approx (-260 - j69) \text{ в}, \quad \dot{U}_0 = (150 + j259) \text{ в}.$$

$$\dot{I}_a \approx (21 + j5,8) \text{ а}, \quad \dot{I}_c \approx (-21 - j5,8) \text{ а}.$$

Показания ваттметров:

$$P_1 = (\dot{U}_{AB} \dot{I}_a^*)_{\text{действ.}} \approx 8,0 \text{ квт},$$

$$P_2 = (\dot{U}_{CA} \dot{I}_c^*)_{\text{действ.}} \approx -2,2 \text{ квт.}$$

$$P_1 + P_2 = 8,0 - 2,2 = 5,8 \text{ квт.}$$

$$3. \dot{U}_b''' = 0, \quad \dot{U}_0 = \dot{U}_B = (-110 - j190) \text{ в},$$

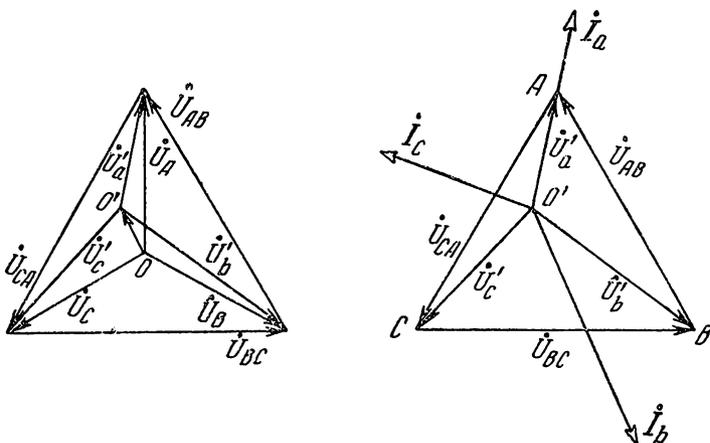
$$\dot{U}_a''' = (330 + j190) \text{ в}, \quad \dot{U}_c''' = j380 \text{ в.}$$

$$\dot{I}_a = (-15,8 + j27,5) \text{ а}, \quad \dot{I}_c = j31,6 \text{ а},$$

$$\dot{I}_b = -(\dot{I}_a + \dot{I}_c).$$

$$P_1 + P_2 \approx 0,1 + 12 = 12,1 \text{ квт.}$$

6,34\*. Найти токи и фазные напряжения приемника, включенного звездой в симметричную трехпроводную трехфазную сеть



Нормальная работа

Фиг. 6,34а

с линейным напряжением 380 в, если сопротивления фаз приемника равны:

$$Z_a = 10 \text{ ом}; \quad Z_b = (12 + j6) \text{ ом} \text{ и } Z_c = (8 + j18) \text{ ом},$$

и построить векторные диаграммы для следующих случаев:

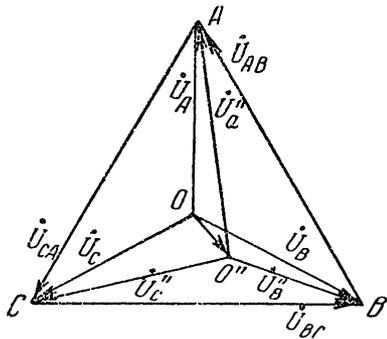
- 1) нормальная работа,
- 2) обрыв фазы  $a$ ,
- 3) короткое замыкание в фазе  $a$ .

Ответ.

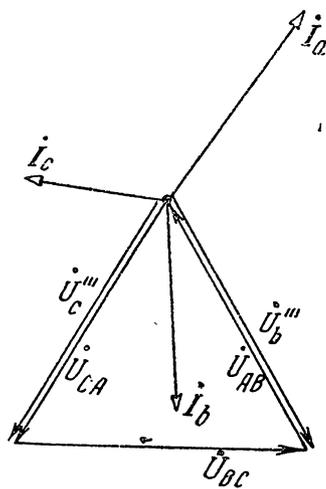
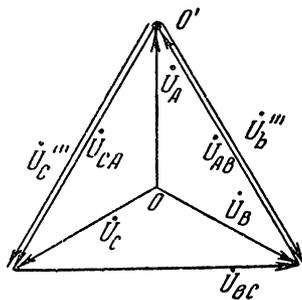
Приводим для всех случаев векторные диаграммы на фиг. 6,34а, 6,34б, 6,34в; на одних указаны фазные напряжения при-

емника и смещение нулевой точки, а на других — фазные напряжения и токи приемников. Эти диаграммы позволяют производить проверку результатов в процессе вычислений по условию данной задачи.

6,35\*. Для определения последовательности фаз симметричной трехфазной сети с напряжением 220 в решили воспользоваться двумя лампами по 60 вт на 220 в и конденсатором.



Обрыв фазы «а»:  
Фиг. 6,34б



Короткое замыкание фазы «а»  
Фиг. 6,34в

Какую емкость должен иметь конденсатор и какое напряжение будет на зажимах ламп в фазах В и С, если считать, что конденсатор включен в фазу А.

Указание и ответ.

Конденсатор следует подобрать так, чтобы его сопротивление (при данной частоте, которую примем равной 50 гц) было равно сопротивлению каждой лампы. Напряжение находят, определив предварительно смещение нейтрали, как разность соответствующих фазных напряжений и смещения нейтрали.

При этих условиях получаются следующие результаты: ёмкость конденсатора равна  $4 \text{ мкф}$ ,

на лампу в фазе  $v$  будет действовать напряжение, равное приблизительно  $190 \text{ в}$ ,

на лампу в фазе  $c$  — приблизительно  $50 \text{ в}$ .

Лампы и конденсатор включают звездой, однако номинальное напряжение ламп должно быть равно линейному напряжению сети, так как к нему близко напряжение, действующее на лампу в фазе  $v$ .

---

## 7. НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ

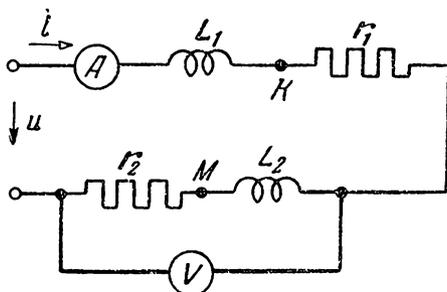
7,1. Определить показания приборов в схеме фиг. 7,1а, если

$$\omega L_1 = 3 \text{ ом}, \quad r_1 = 4 \text{ ом},$$

$$\omega L_2 = 8 \text{ ом}, \quad r_2 = 6 \text{ ом},$$

а подведенное напряжение

$$u = [310 \sin \omega t + 176 \sin (3\omega t + 72^\circ 40')] \text{ в.}$$



Фиг. 7,1а

Написать выражение мгновенного значения тока и построить кривые напряжения ( $u$ ) и тока ( $i$ ).

Решение.

Сопротивление для основной (первой) гармоники тока:

$$z_{(1)} = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2)^2} = \sqrt{10^2 + 11^2} \approx 14,87 \text{ ом},$$

$$\sin \varphi_{(1)} = \frac{\omega L_1 + \omega L_2}{z_{(1)}} = \frac{11}{14,87} = 0,74$$

и

$$\varphi_{(1)} = 47^\circ 45'.$$

Сопротивление для третьей гармоники:

$$z_{(3)} = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (3\omega L_1 + 3\omega L_2)^2} = \sqrt{10^2 + 33^2} = 34,5 \text{ ом},$$

$$\sin \varphi_{(3)} = \frac{3(\omega L_1 + \omega L_2)}{z_{(3)}} = \frac{33}{34,5} = 0,955 \text{ и } \varphi_{(3)} = 72^\circ 40'.$$

Ток основной гармоники

$$I_{(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{z_{(1)}} = \frac{310}{14,87} = 20,9 \text{ а} \quad \text{и} \quad I_{(1)} = \frac{20,9}{\sqrt{2}} = 14,8 \text{ а.}$$

Ток третьей гармоники

$$I_{(3)m} = \frac{U_{(3)m}}{z_{(3)}} = \frac{176}{34,5} = 5,1 \text{ а} \quad \text{и} \quad I_{(3)} = \frac{5,1}{\sqrt{2}} \approx 3,6 \text{ а.}$$

Показание амперметра

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2} = \sqrt{14,8^2 + 3,6^2} = \sqrt{219 + 13} \approx 15,2 \text{ а.}$$

Показание вольтметра

$$U_2 = \sqrt{U_{2(1)}^2 + U_{2(3)}^2} = \sqrt{(I_{(1)}z_{2(1)})^2 + (I_{(3)}z_{2(3)})^2} \approx \sqrt{148^2 + 90^2} = 173 \text{ в,}$$

где:

$$z_{2(1)} = \sqrt{r_2^2 + (\omega L_2)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ ом,}$$

$$z_{2(3)} = \sqrt{r_2^2 + (3\omega L_2)^2} = \sqrt{6^2 + 24^2} \approx 24,7 \text{ ом.}$$

Уравнение мгновенного значения тока:

$$i = I_{(1)m} \sin(\omega t - \varphi_{(1)}) + I_{(3)m} \sin(3\omega t + 72^\circ 40' - \varphi_{(3)}) = \\ = [20,9 \sin(\omega t - 47^\circ 45') + 5,1 \sin 3\omega t] \text{ а.}$$

Сопоставление уравнений, определяющих мгновенные значения напряжения и тока, показывает, что форма кривой тока отличается от формы кривой напряжения, так как различны фазы и отношения амплитуд соответствующих гармоник напряжения и тока.

Кроме того,

$$\frac{I_{(3)m}}{I_{(1)m}} < \frac{U_{(3)m}}{U_{(1)m}} \quad \text{или} \quad \frac{5,1}{20,9} < \frac{176}{310}.$$

Это показывает, что индуктивность сглаживает высшие гармоники тока.

Кривые напряжения и тока построены на фиг. 7,1б и 7,1в.

7,2. В схеме предыдущей задачи (фиг. 7,1а) найти действующее значение напряжения между точками *K* и *M* и активную мощность.

Ответ.  $U_{KM} \approx 158 \text{ в,} \quad P \approx 2,3 \text{ квт,}$

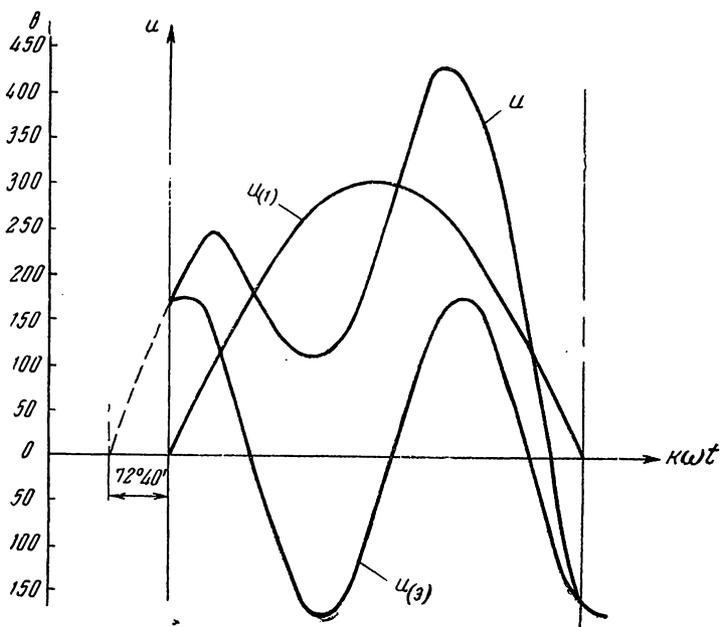
7,3. Определить показание амперметра в схеме фиг. 7,3, если

$$\frac{1}{\omega C_1} = 3 \text{ ом,} \quad r_1 = 4 \text{ ом,}$$

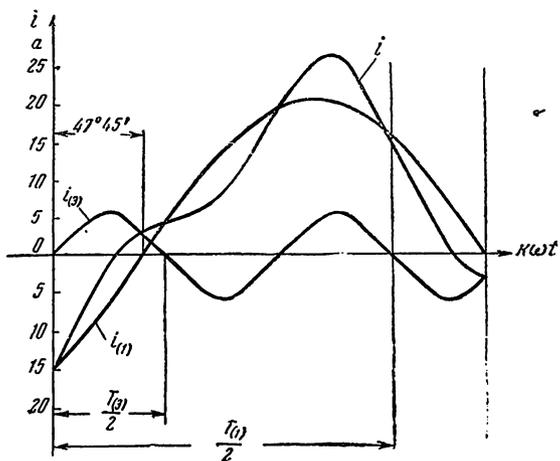
$$\frac{1}{\omega C_2} = 8 \text{ ом,} \quad r_2 = 6 \text{ ом,}$$

а подведенное напряжение

$$u = [310 \sin \omega t + 176 \sin 3\omega t] \text{ в.}$$



Фиг. 7,1б



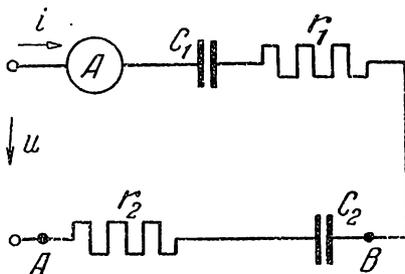
Фиг. 7,1в

Написать выражение мгновенных значений тока в данной цепи  
Указание и ответ.

$$I \approx 18,9 \text{ а.}$$

$$i = [20,9 \sin(\omega t + 47^\circ 45') + 16,5 \sin(3\omega t + 20^\circ)] \text{ а.}$$

Сравнивая полученное выражение мгновенных значений тока с заданным выражением мгновенных значений напряжения, можно



Фиг. 7,3

заключить, что форма кривой тока отличается от формы кривой напряжения,

Кроме того,

$$\frac{I_{(3),n}}{I_{(1),n}} > \frac{U_{(3),n}}{U_{(1),n}} \text{ или } \frac{16,5}{20,9} > \frac{176}{310}.$$

Это показывает, что емкость усиливает высшие гармоники тока, оказывая на форму кривой тока влияние, противоположное влиянию индуктивности.

7,4. В схеме фиг. 7,3 найти по данным предыдущей задачи (7,3) действующее значение напряжения между точками *A* и *B*, а также активную мощность всей цепи.

Решение.

Находим сопротивление участка *A—B* току первой гармоники

$$z_{2(1)} = \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C_2}\right)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ ом}$$

и току третьей гармоникой

$$z_{2(3)} = \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{1}{3\omega C_2}\right)^2} = \sqrt{6^2 + 2,66^2} \approx \sqrt{36 + 7,1} \approx 6,6 \text{ ом.}$$

Падения напряжения на втором участке, соответствующие токам первой и третьей гармоник:

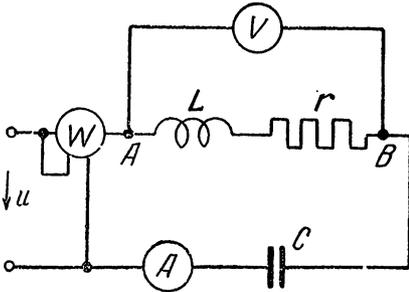
$$I_{(1)}z_{2(1)} = 14,8 \cdot 10 = 148 \text{ в} \text{ и } I_{(3)}z_{2(3)} = 11,7 \cdot 6,6 = 77 \text{ в.}$$

Напряжение на участке  $A-B$

$$U_{AB} = \sqrt{(I_{(1)}z_{2(1)})^2 + (I_{(3)}z_{2(3)})^2} = \sqrt{148^2 + 77^2} = 167 \text{ в.}$$

Активная мощность всей цепи

$$P = U_{(1)}I_{(1)} \cos \varphi_{(1)} + U_{(3)}I_{(3)} \cos \varphi_{(3)} = I_{(1)}^2(r_1 + r_2) + I_{(3)}^2(r_1 + r_2) = \\ = I^2(r_1 + r_2) = 18,9^2 \cdot 10 \approx 3570 \text{ вт.}$$



Фиг. 7,5

7,5. Определить показания приборов, указанных на схеме фиг. 7,5, если  $r = 6 \text{ ом}$ ,  $\omega L = 2 \text{ ом}$ ,  $\frac{1}{\omega C} = 18 \text{ ом}$ , а подведенное напряжение

$$u = [180 \sin(\omega t - 30^\circ) + 120 \sin 3\omega t + 80 \sin(5\omega t + 30^\circ)] \text{ в.}$$

Написать выражение мгновенного значения тока.

Решение.

Найдем полное сопротивление для первой гармоники:

$$z_{(1)} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{6^2 + (2 - 18)^2} = 17 \text{ ом.}$$

Ток первой гармоники:

$$I_{(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{z_{(1)}} = \frac{180}{17} = 10,6 \text{ а}, \quad I_{(1)} = \frac{10,6}{\sqrt{2}} = 7,5 \text{ а.}$$

Ток  $I_{(1)}$  опережает напряжение  $U_{(1)}$ , так как  $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ .

Определим угол сдвига фаз тока первой гармоники:

$$\cos \varphi_{(1)} = \frac{r}{z_{(1)}} = \frac{6}{17} = 0,353 \text{ и } \varphi_{(1)} = -69^\circ 20'.$$

Повторим проведенные расчеты для третьей и пятой гармоник. Для третьей гармоники:

$$z_{(3)} = \sqrt{r^2 + \left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}\right)^2} = 6 \text{ ом,}$$

т. е. для третьей гармоники имеет место резонанс напряжений

$$I_{(3)m} = \frac{U_{(3)m}}{z_{(3)}} = \frac{120}{6} = 20 \text{ а}, \quad I_{(3)} = \frac{20}{1,41} \approx 14,1 \text{ а}, \\ \cos \varphi_{(3)} = 1 \text{ и } \varphi_{(3)} = 0.$$

Для пятой гармоники:

$$z_{(5)} = \sqrt{r^2 + \left(5\omega L - \frac{1}{5\omega C}\right)^2} = \sqrt{6^2 + (10 - 3,6)^2} \approx 8,8 \text{ ом},$$

$$I_{(5)m} = \frac{U_{(5)m}}{z_{(5)}} = \frac{80}{8,8} = 9,1 \text{ а}, \quad I_{(5)} = 6,45 \text{ а}.$$

Ток  $I_{(5)}$  отстает от напряжения  $U_{(5)}$ , так как  $5\omega L > \frac{1}{5\omega C}$ .

$$\cos \varphi_{(5)} = \frac{r}{z_{(5)}} = \frac{6}{8,8} = 0,68, \quad \varphi_{(5)} = 47^\circ 10'.$$

Выражение мгновенного значения тока

$$i = [10,6 \sin(\omega t + 39^\circ 20') + 20 \sin 3\omega t + 9,1 \sin(5\omega t - 17^\circ 10')] \text{ а}.$$

Определяем показания приборов:

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2 + I_{(5)}^2} = \sqrt{7,5^2 + 14,1^2 + 6,45^2} \approx 17,2 \text{ а},$$

$$P = I^2 r = 17,2^2 \cdot 6 = 1780 \text{ вт}.$$

$$U = \sqrt{(I_{(1)} z_{(1) AB})^2 + (I_{(3)} z_{(3) AB})^2 + (I_{(5)} z_{(5) AB})^2} =$$

$$= \sqrt{47,4^2 + 120^2 + 75^2} \approx 150 \text{ в},$$

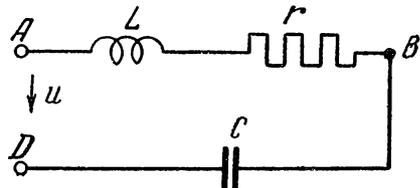
где:

$$z_{(1) AB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 6,32 \text{ ом},$$

$$z_{(3) AB} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8,48 \text{ ом},$$

$$z_{(5) AB} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 11,66 \text{ ом}.$$

7,6. Определить действующее значение тока и активную мощность в схеме фиг. 7,6, если



Фиг. 7,6

$$\omega L = 12 \text{ ом}, \quad r = 4 \text{ ом}, \quad \frac{1}{\omega C} = 36 \text{ ом},$$

а подведенное напряжение

$$u = [310 \sin \omega t + 155 \sin 3\omega t + 77,5 \sin 5\omega t] \text{ в}.$$

Написать выражение мгновенного значения тока.

Отв е т.

$$I = 10,1 \text{ а}, \quad P \approx 414 \text{ вт},$$

$$i = [12,8 \sin(\omega t + 80^\circ 20') + 6,4 \sin(3\omega t - 80^\circ 20') + 1,46 \sin(5\omega t - 85^\circ 40')] \text{ а}.$$

7,7. Определить действующее значение тока и напряжение на участках  $A-B$ ,  $B-D$  схемы фиг. 7,6, если  $r = 10 \text{ ом}$ ,  $\omega L = 3 \text{ ом}$ ,  $\frac{1}{\omega C} = 27 \text{ ом}$ , а напряжение  $u = [200 + 300 \sin \omega t + 150 \sin 3\omega t] \text{ в}$ .

Указание и ответ.

$$I \approx 13,3 \text{ а}, \quad U_{AB} \approx 167 \text{ в}, \quad U_{BD} = 313 \text{ в}.$$

Постоянная составляющая тока в цепи с емкостью не возникает, а постоянная составляющая напряжения проявляется только на зажимах конденсатора, так как для этой составляющей участок с конденсатором равносильен разрыву цепи.

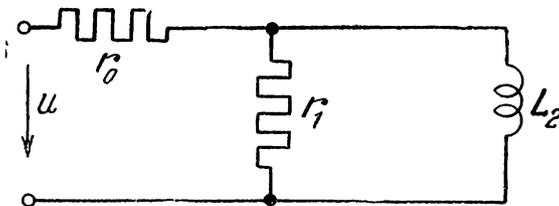
7,8. Найти действующие значения токов в ветвях схемы фиг. 7,8, к которой подведено напряжение

$$u = [200 \sin \omega t + 150 \sin 3\omega t] \text{ в},$$

если  $r_0 = 2 \text{ ом}$ ,  $r_1 = 5 \text{ ом}$  и  $\omega L_2 = 5 \text{ ом}$ .

Решение.

Для решения задачи применим символический метод. Сначала произведем расчет токов, вызываемых первой гармоникой напряжения:



Фиг. 7,8

$$Z_0 = 2 \text{ ом}, \quad Z_1 = 5 \text{ ом} \text{ и } Z_2 = (j5) \text{ ом};$$

общее сопротивление

$$Z_{(1)} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_0 = Z_{p(1)} + Z_0,$$

где  $Z_{p(1)}$  — сопротивление разветвления,

или

$$Z_{(1)} = \frac{5(j5)}{5 + j5} + 2 = (4,5 + j2,5) \text{ ом}$$

и  $Z_{p(1)} = (2,5 + j2,5) \text{ ом}$ .

Действующее значение тока в неразветвленной части цепи

$$\dot{i}_{(1)} = \frac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{200}{\sqrt{2}(4,5 + j2,5)} = (24 - j13,4) \text{ а}.$$

Токи в ветвях можно определить, деля напряжение разветвления на сопротивления ветвей.

Напряжение разветвления ( $U_p$ ):

$$\dot{U}_{p(1)} = \dot{U}_{(1)} - \dot{I}_{(1)} Z_0 \quad \text{или} \quad \dot{U}_{p(1)} = \dot{I}_{(1)} Z_{p(1)};$$

воспользуемся вторым соотношением:

$$\dot{U}_{p(1)} = \dot{I}_{(1)} Z_{p(1)} = (24 - j13,4) (2,5 + j2,5) \approx (93,5 + j26,5) \text{ в.}$$

Токи в ветвях:

$$\dot{I}_{1(1)} = \frac{\dot{U}_{p(1)}}{Z_{1(1)}} = \frac{93,5 + j26,5}{5} \approx (18,7 + j5,3) \text{ а,}$$

$$\dot{I}_{2(1)} = \frac{\dot{U}_{p(1)}}{Z_{2(1)}} = \frac{93,5 + j26,5}{j5} \approx (5,3 - j18,7) \text{ а,}$$

$$I_{1(1)} = I_{2(1)} = \sqrt{18,7^2 + 5,3^2} \approx 19,3 \text{ а.}$$

Переходим к расчету токов, вызываемых третьей гармоникой напряжения.

Общее сопротивление схемы для тока третьей гармоники будет отличаться от  $Z_{(1)}$ , так как сопротивление второй ветви зависит от частоты.

Сопротивление разветвления равно

$$Z_{p(3)} = \frac{Z_{1(3)} Z_{2(3)}}{Z_{1(3)} + Z_{2(3)}} = \frac{5(j15)}{5 + j15} = (4,5 + j1,5) \text{ ом.}$$

Общее сопротивление

$$Z_{(3)} = Z_{p(3)} + Z_0 = (6,5 + j1,5) \text{ ом.}$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I}_{(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{Z_{(3)}} = \frac{150}{\sqrt{2}(6,5 + j1,5)} = (15,5 - j3,6) \text{ а.}$$

Напряжение на разветвлении

$$\dot{U}_{p(3)} = \dot{I}_{(3)} Z_{p(3)} = (15,5 - j3,6) (4,5 + j1,5) \approx (75 + j7,2) \text{ в}$$

или

$$\dot{U}_{p(3)} = \dot{U}_{(3)} - \dot{I}_{(3)} Z_0 = 106 - 31 + j7,2 = (75 + j7,2) \text{ в.}$$

Токи в ветвях

$$\dot{I}_{1(3)} = \frac{\dot{U}_{p(3)}}{Z_{1(3)}} = \frac{75 + j7,2}{5} \approx (15 + j1,4) \text{ а,}$$

$$I_{1(3)} = \sqrt{15^2 + 1,4^2} \approx 15,1 \text{ а,}$$

$$I_{2(3)} = \frac{\dot{U}_{p(3)}}{Z_{2(3)}} = \frac{75 + j7,2}{j15} \approx (0,48 - j5) a; \quad I_{2(3)} \approx 5 a.$$

Действующее значение токов в ветвях:

$$I_1 = \sqrt{I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2} = \sqrt{19,3^2 + 15,1^2} \approx 24,5 a.$$

$$I_2 = \sqrt{I_{2(1)}^2 + I_{2(3)}^2} = \sqrt{19,3^2 + 5^2} \approx 20 a.$$

**7,9.** Построить полные векторные диаграммы для отдельных гармоник схемы фиг. 7,8 в условиях предыдущей задачи.

У к а з а н и е.

Для цепей с несинусоидальными напряжениями и токами можно строить векторные диаграммы лишь для отдельных гармоник и в различных координатных осях.

Для первой гармоники можно построить векторную диаграмму, исходя из соотношений

$$\dot{I}_{(1)} = \dot{I}_{1(1)} + \dot{I}_{2(1)}$$

и

$$\dot{U}_{(1)} = \dot{U}_{p(1)} + \dot{I}_{(1)} Z_0.$$

Для векторной диаграммы, изображающей соотношения напряжений и токов тройной частоты, имеем

$$\dot{I}_{(3)} = \dot{I}_{1(3)} + \dot{I}_{2(3)}$$

и

$$\dot{U}_{(3)} = \dot{U}_{p(3)} + \dot{I}_{(3)} Z_0.$$

Все величины, входящие в приведенные соотношения, определены при решении задачи 7,8, поэтому векторные диаграммы можно построить на двух самостоятельных системах осей действительных и мнимых величин.

**7,10.** Определить показания приборов в схеме фиг. 7,10, если

$$r_0 = 2 \text{ ом}, \quad r_2 = \omega L_1 = 5 \text{ ом},$$

а напряжение на зажимах  $A-B$

$$u_{AB} = [300 \sin \omega t - 225 \sin 3\omega t] \text{ в.}$$

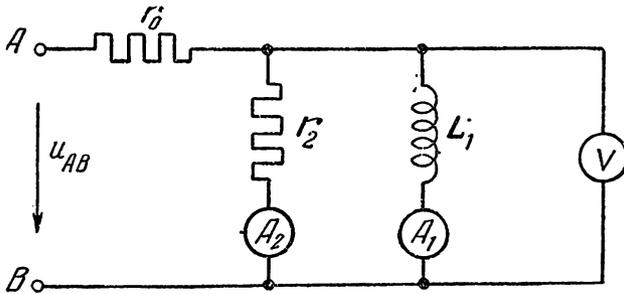
О т в е т.

Показание амперметра в первой ветви 33,4 а, во второй ветви 37 а. Показание вольтметра 184 в.

**7,11.** Как изменятся результаты задачи 7,10, если в первую ветвь вместо индуктивности включить емкость, причем  $\frac{1}{\omega C} = 5 \text{ ом}$ ?

Ответ.

В первой ветви 58,5 а, во второй ветви 33,8 а. Вольтметр покажет  $\approx 170$  в.



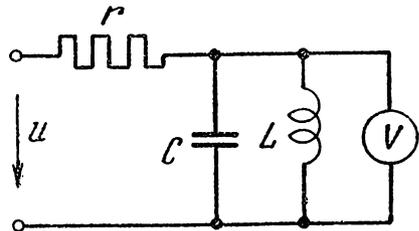
Фиг. 7,10

7,12. К схеме фиг. 7,12 подведено напряжение  $u = [200 + 100 \sin 3\omega t]$  в.

Определить показание вольтметра и найти действующее значение тока в неразветвленной части цепи, если

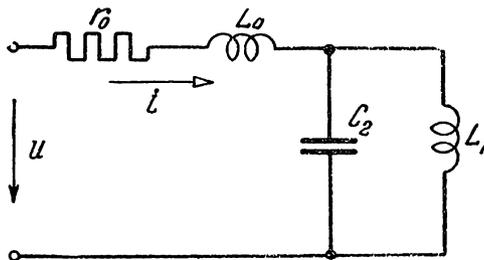
$$r = 50 \text{ ом}, \omega L = 5 \text{ ом} \text{ и } \frac{1}{\omega C} = 45 \text{ ом}$$

Ответ.  $I = 4$  а,  $U_v = 71$  в.



Фиг. 7,12

7,13. Написать выражение мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи схемы фиг. 7,13, если



Фиг. 7,13

$$r_0 = 20 \text{ ом}, \omega L_0 = 0,62 \text{ ом}, \omega L_1 = 5 \text{ ом} \text{ и } \frac{1}{\omega C} = 45 \text{ ом},$$

а подведенное к схеме напряжение

$$u = [100 + 276 \sin \omega t + 100 \sin 3\omega t + 50 \sin 9\omega t] \text{ в.}$$

Определить действующие значения токов в ветвях.

Решение.

Найдем распределение токов в схеме от первой гармоники напряжения. Для этого вычислим сопротивление разветвления, а затем сопротивление всей схемы.

Сопротивление разветвления для тока первой гармоники

$$Z_{p(1)} = \frac{j\omega L_1 \left(-j \frac{1}{\omega C}\right)}{j\omega L_1 - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{j5(-j45)}{j5 - j45} \approx (j5,6) \text{ ом.}$$

Общее сопротивление схемы для тока первой гармоники

$$Z_{(1)} = Z_{0(1)} + Z_{p(1)} = 20 + j0,62 + j5,6 \approx (20 + j6,2) \text{ ом.}$$

Ток первой гармоники в неразветвленной части цепи

$$\dot{I}_{(1)m} = \frac{\dot{U}_{(1)m}}{Z_{(1)}} = \frac{276}{20 + j6,2} = (12,6 - j3,9) \text{ а}$$

и

$$I_{(1)m} = \sqrt{12,6^2 + 3,9^2} \approx 13,2 \text{ а.}$$

Этот ток отстает по фазе от напряжения  $\dot{U}_{(1)m}$  на угол

$$\varphi_{(1)} = \arctg \frac{x_{(1)}}{r_0} = \arctg \frac{6,2}{20} \approx 17^\circ.$$

Ток в первой ветви

$$\dot{I}_{1(1)m} = \frac{\dot{I}_{(1)m} Z_{p(1)}}{Z_{1(1)}} = \frac{(12,6 - j3,9) j5,6}{j5} \approx (14,1 + j4,4) \text{ а, } \leftarrow$$

$$I_{1(1)} = \sqrt{\frac{14,1^2 + 4,4^2}{2}} \approx 10,5 \text{ а.}$$

Ток во второй ветви

$$\dot{I}_{2(1)m} = \frac{\dot{I}_{(1)m} Z_{p(1)}}{Z_{2(1)}} = \frac{(12,6 - j3,9) j5,6}{-j45} \approx (-1,6 - j0,5) \text{ а,}$$

$$I_{2(1)} = \sqrt{\frac{1,6^2 + 0,5^2}{2}} \approx 1,2 \text{ а.}$$

Для третьей гармоники тока

$$Z_{p(3)} = \frac{j15(-j15)}{j15 - j15} = \infty.$$

Ток третьей гармоники в неразветвленной части цепи отсутствует.

В ветвях токи третьей гармоники будут равны по величине, но противоположны по фазе.

Ток третьей гармоники в первой ветви

$$i_{1(3)m} = \frac{\dot{U}_{p(3)m}}{Z_{1(3)}} = \frac{100}{j15} \approx (-j6,7) a,$$

а во второй ветви

$$i_{2(3)m} = \frac{\dot{U}_{p(3)m}}{Z_{2(3)}} = \frac{100}{-j15} \approx (j6,7) a,$$

$$I_{1(3)} = I_{2(3)} = \frac{6,7}{\sqrt{2}} \approx 4,72 a.$$

Находим сопротивление разветвления для тока от девятой гармоники напряжения:

$$Z_{p(9)} = \frac{Z_{1(9)} \cdot Z_{2(9)}}{Z_{1(9)} + Z_{2(9)}} = \frac{j45(-j5)}{j45 - j5} \approx (-j5,6) \text{ ом}.$$

Общее сопротивление схемы девятой гармонике тока

$$Z_{(9)} = Z_{0(9)} + Z_{p(9)} = 20 + j5,6 - j5,6 = 20 \text{ ом},$$

следовательно, для девятой гармоники получается резонанс напряжений.

Ток в неразветвленной части цепи

$$i_{(9)m} = \frac{\dot{U}_{(9)m}}{Z_{(9)}} = \frac{50}{20} = 2,5 a,$$

а угол сдвига этого тока относительно общего напряжения,  $\varphi_{(9)} = 0$  (комплекс  $Z_{(9)}$  не имеет мнимой части).

Напряжение на разветвлении

$$\dot{U}_{p(9)m} = i_{(9)m} Z_{p(9)} = 2,5(-j5,6) = (-j14) \text{ в}.$$

Токи в ветвях:

$$i_{1(9)m} = \frac{\dot{U}_{p(9)m}}{Z_{1(9)}} = \frac{-j14}{j45} = -0,3 a,$$

$$I_{1(9)} = \frac{0,3}{\sqrt{2}} \approx 0,21 a,$$

$$i_{2(9)m} = \frac{\dot{U}_{p(9)m}}{Z_{2(9)}} = \frac{-j14}{-j5} = 2,8 a,$$

$$I_{2(9)} = \frac{2,8}{\sqrt{2}} \approx 2 a.$$

Ток от постоянной составляющей напряжения будет проходить в неразветвленной части цепи и по первой ветви разветвления. Этот ток равен

$$I_0 = \frac{U_0}{r_0} = \frac{100}{20} = 5 \text{ а.}$$

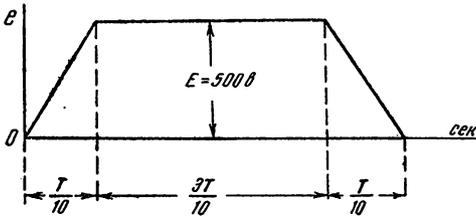
Теперь можно написать выражение мгновенного значения тока в неразветвленной части цепи:

$$i = [5 + 13,2 \sin(\omega t - 17^\circ) + 2,5 \sin 9 \omega t] \text{ а.}$$

Действующие значения токов в ветвях:

$$I_1 = \sqrt{I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2 + I_{1(9)}^2 + I_{1(0)}^2} = \sqrt{10,5^2 + 4,72^2 + 0,21^2 + 5^2} = 12,5 \text{ а,}$$

$$I_2 = \sqrt{I_{2(1)}^2 + I_{2(3)}^2 + I_{2(9)}^2} = \sqrt{1,2^2 + 4,72^2 + 2^2} = 5,25 \text{ а.}$$



Фиг. 7,14

7,14. Разложить трапециевидную э. д. с., изображенную на фиг. 7,14, на гармоники до 7 включительно.

Решение.

Трапеция симметрична относительно оси абсцисс и точки перехода через

ноль. Поэтому при разложении ее необходимо определять лишь один коэффициент

$$A'_k = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} y \sin kx \, dx,$$

ограничивая пределы интегрирования четвертью периода вследствие симметричности заданной равнобедренной трапеции.

Известно, что для трапеции

$$A'_k = \frac{4E}{\pi} \cdot \frac{1}{k^2} \cdot \sin kx.$$

Следовательно, полагая  $k$  равным 1, 3, 5 и 7, можно вычислить коэффициенты членов ряда и составить искомое уравнение.

При  $k=1$ :

$$A'_1 = \frac{4 \cdot 500}{2\pi} \cdot \sin 36^\circ = 1010 \cdot 0,59 = 596 \text{ в}$$

$$\left( 36^\circ \text{ соответствуют } \frac{2\pi}{10} \right).$$

При  $k=3$ :

$$A'_3 = \frac{4 \cdot 500}{\frac{2\pi}{10} \pi} \cdot \frac{1}{9} \sin 108^\circ = \frac{1010}{9} \cdot 0,95 = 107 \text{ в.}$$

При  $k=5$ :

$$A'_5 = \frac{4 \cdot 500}{\frac{2\pi}{10} \pi} \cdot \frac{1}{25} \sin 180^\circ = 0.$$

При  $k=7$ :

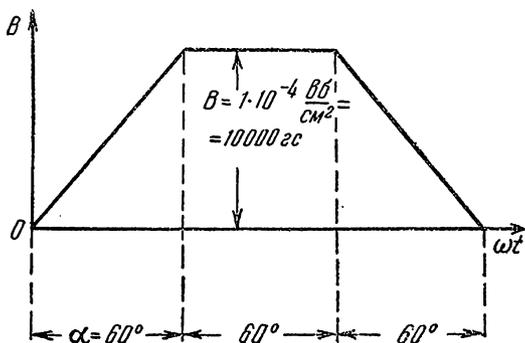
$$A'_7 = \frac{4 \cdot 500}{\frac{2\pi}{10} \pi} \cdot \frac{1}{49} \sin 252^\circ = -\frac{1010}{49} \cdot 0,95 \approx -20 \text{ в.}$$

Следовательно,  $e = [596 \sin \omega t + 107 \sin 3\omega t - 20 \sin 7\omega t] \text{ в.}$

Амплитуда пятой гармоники  $A'_5 = 0$ , так как при разложении выпадают гармоники, кратные некоторому целому числу  $l$ , если справедливо соотношение  $\alpha = \frac{\pi}{l}$ . В данном случае  $\alpha = \frac{2\pi}{10}$ , поэтому из ряда выпадают пятая гармоника и кратные ей, так как

$$l = \frac{\pi}{\alpha} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{10}} = 5.$$

7,15. Разложить трапециoidalную кривую магнитной индукции, приведенную на фиг. 7,15, на гармоники до 11 включительно.



Фиг. 7,15

Ответ.

$$B = [10\,500 \sin \omega t - 418 \sin 5\omega t + 214 \sin 7\omega t - 88 \sin 11\omega t] \text{ гс.}$$

Гармоники кратные трем выпадают.

7,16. Разложить кривую выпрямленного синусоидального тока (фиг. 7,16) на гармоники до 6 включительно, если  $I_m = 44$  а.

Ответ.

$$i = [14 + 22 \cos \omega t + 9,3 \cos 2 \omega t - 1,87 \cos 4 \omega t + 0,8 \cos 6 \omega t] \text{ а.}$$

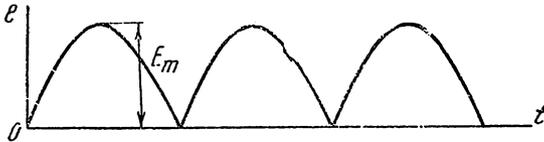


Фиг. 7,16

7,17. Разложить выпрямленную синусоиду э.д.с. (фиг. 7,17) на гармоники до 8 включительно, если  $E_m = 85$  в.

Ответ.

$$e = [54 + 36 \cos 2 \omega t - 7,2 \cos 4 \omega t + 3,1 \cos 6 \omega t - 1,7 \cos 8 \omega t] \text{ в.}$$



Фиг. 7,17

7,18. Фазные токи симметричной нагрузки, соединенной треугольником, содержат 1, 3 и 5 гармоники с амплитудами:

$$I_{(1)_m} = 56,4 \text{ а, } I_{(3)_m} = 28,2 \text{ а, } I_{(5)_m} = 28,2 \text{ а.}$$

Определить показание амперметра, включенного в один из проводов линии, и отношение линейного тока к фазному.

Ответ.  $I_\Delta = 77,5 \text{ а, } \frac{I_\Delta}{I_\Phi} = 1,58.$

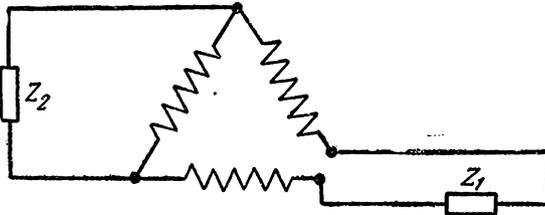
7,19. Определить показание вольтметра, включенного на зажимы вторичных обмоток, соединенных звездой, работающего вхолостую трансформатора, если фазная э.д.с. задается уравнением

$$e = (100 \sin \omega t + 40 \sin 3 \omega t + 10 \sin 5 \omega t) \text{ в.}$$

Найти отношение линейного напряжения к фазному при указанном режиме.

Ответ.  $U_e \approx 124 \text{ в}$ ,  $\frac{U_{\text{л}}}{U_{\text{ф}}} \approx 1,6$ .

7,20\*. Симметричные фазные э.д.с. вторичных обмоток трансформатора (фиг. 7,20) содержат 1, 3, 5, 7 и 9 гармоника (частота девятой гармоники 150 гц).



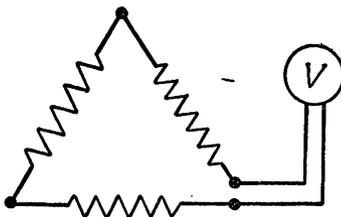
Фиг. 7,20

Определить основную частоту напряжения на зажимах приемников  $z_1$  и  $z_2$ .

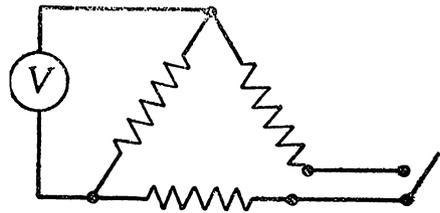
Ответ.

Основная частота в приемнике  $z_1$  равна 50 гц, а в приемнике  $z_2$  равна  $16\frac{2}{3}$  гц.

7,21\*. Определить показание вольтметра, включенного в разомкнутый треугольник вторичных обмоток трансформатора (фиг. 7,21), если мгновенное значение фазной э.д.с. задано в виде



Фиг. 7,21



Фиг. 7,22

$$e = [310 \sin \omega t + 48 \sin 3 \omega t + 36 \sin 5 \omega t + 20 \sin 7 \omega t + 17,5 \sin 9 \omega t] \text{ в.}$$

Ответ.  $U \approx 108 \text{ в}$ .

7,22\*. Определить показание вольтметра, включенного на зажимы вторичной обмотки трехфазного трансформатора (фиг. 7,22) при разомкнутом и замкнутом рубильнике, если фазная э.д.с. задана уравнением

$$e = [170 \sin \omega t + 100 \sin 3 \omega t + 70 \sin 5 \omega t] \text{ в.}$$

Ответ.

148 в при разомкнутом рубильнике и 130 в при замкнутом рубильнике.

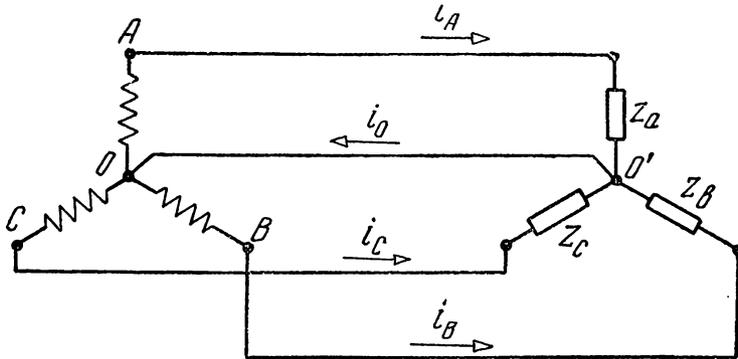
7,23\*. Фазное напряжение симметричного генератора

$$u_{\phi} = (310 \sin \omega t + 93 \sin 3\omega t) \text{ в,}$$

сопротивления нагрузки:

$$Z_a = 15 \text{ ом, } Z_b = j15 \text{ ом и } Z_c = -j15 \text{ ом.}$$

Определить токи в проводах линии и в нейтрали (фиг. 7,23).



Фиг. 7,23

Найти токи в проводах линии при обрыве нейтрали и смещение нейтрали у потребителя.

Решение.

Действующее значение первой гармоники фазного напряжения

$$U_1 = \frac{310}{\sqrt{2}} = 220 \text{ в.}$$

Комплексы фазных напряжений первой гармоники представим в виде

$$\dot{U}_{A(1)} = 220, \quad \dot{U}_{B(1)} = (-110 - j190) \text{ в,} \quad \dot{U}_{C(1)} = (-110 + j190) \text{ в.}$$

Токи в главных проводах от первой гармоники напряжения:

$$\dot{I}_{A(1)} = \frac{\dot{U}_{A(1)}}{Z_{a(1)}} = \frac{220}{15} \approx 14,6 \text{ а; } I_{A(1)} = 14,6 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_{B(1)} = \frac{\dot{U}_{B(1)}}{Z_{b(1)}} = \frac{-110 - j190}{j15} = (-12,7 + j7,3) \text{ а; } I_{B(1)} = 14,6 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_{C(1)} = \frac{\dot{U}_{C(1)}}{Z_{c(1)}} = \frac{-110 + j190}{-j15} = (-12,7 - j7,3) \text{ а; } I_{C(1)} = 14,6 \text{ а;}$$

Первая гармоника тока в нейтрали

$$\dot{I}_{0(1)} = \dot{I}_{A(1)} + \dot{I}_{B(1)} + \dot{I}_{C(1)} = 14,6 - 12,7 + j7,3 - 12,7 - j7,3 = -10,8 \text{ а.}$$

Действующее значение третьей гармоники фазного напряжения

$$\dot{U}_{(3)} = \frac{93}{\sqrt{2}} = 66 \text{ в.}$$

Токи в главных проводах от третьей гармоники напряжения:

$$\dot{I}_{A(3)} = \frac{\dot{U}_{A(3)}}{Z_{a(3)}} = \frac{66}{15} = 4,4 \text{ а; } I_{A(3)} = 4,4 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_{B(3)} = \frac{\dot{U}_{B(3)}}{Z_{b(3)}} = \frac{66}{j45} = -j1,47 \text{ а; } I_{B(3)} = 1,47 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_{C(3)} = \frac{\dot{U}_{C(3)}}{Z_{c(3)}} = \frac{66}{-j5} = j13,2 \text{ а; } I_{C(3)} = 13,2 \text{ а.}$$

Третья гармоника тока в нейтрали

$$\dot{I}_{0(3)} = \dot{I}_{A(3)} + \dot{I}_{B(3)} + \dot{I}_{C(3)} = 4,4 - j1,47 + j13,2 \approx (4,4 + j11,7) \text{ а;}$$

$$I_{0(3)} = \sqrt{4,4^2 + 11,7^2} = 12,5 \text{ а.}$$

Действующее значение тока в нейтрали:

$$I_0 = \sqrt{I_{0(1)}^2 + I_{0(3)}^2} = \sqrt{10,8^2 + 12,5^2} \approx 16,5 \text{ а.}$$

Действующие значения токов в линейных проводах:

$$I_A = \sqrt{I_{A(1)}^2 + I_{A(3)}^2} = \sqrt{14,6^2 + 4,4^2} = 15,2 \text{ а;}$$

$$I_B = \sqrt{I_{B(1)}^2 + I_{B(3)}^2} = \sqrt{14,6^2 + 1,47^2} = 14,7 \text{ а;}$$

$$I_C = \sqrt{I_{C(1)}^2 + I_{C(3)}^2} = \sqrt{14,6^2 + 13,2^2} = 19,7 \text{ а.}$$

Переходим теперь к случаю обрыва нулевого провода.

Чтобы определить напряжение между нулевыми точками генератора и нагрузки при обрыве нейтрали, находим

$$\dot{U}_{0(1)} = \frac{\dot{U}_{A(1)} Y_{a(1)} + \dot{U}_{B(1)} Y_{b(1)} + \dot{U}_{C(1)} Y_{c(1)}}{Y_{a(1)} + Y_{b(1)} + Y_{c(1)}} =$$

$$= \frac{\frac{220}{15} + (-110 - j190) \left(\frac{-j}{15}\right) + (-110 + j190) \left(\frac{j}{15}\right)}{\frac{1}{15} + \frac{-j}{15} + \frac{j}{15}} = -160 \text{ в}$$

и

$$\dot{U}_{0(3)} = \frac{\dot{U}_{A(3)} Y_{a(3)} + \dot{U}_{B(3)} Y_{b(3)} + \dot{U}_{C(3)} Y_{c(3)}}{Y_{a(3)} + Y_{b(3)} + Y_{c(3)}} = \dot{U}_{(3)},$$

так как

$$\dot{U}_{A(3)} = \dot{U}_{B(3)} = \dot{U}_{C(3)} = \dot{U}_{(3)}.$$

Отметим, что при отсутствии нейтрали последнее равенство справедливо независимо от величины и характера нагрузки.

Напряжение между нулевыми точками потребителя и генератора:

$$U_0 = \sqrt{U_{0(1)}^2 + U_{0(3)}^2} = \sqrt{160^2 + 66^2} \approx 173 \text{ в.}$$

Токи в проводах линии:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A(1)} - \dot{U}_{0(1)}}{Z_{a(1)}} = \frac{220 + 160}{15} \approx 25,4 \text{ а;}$$
$$I_A = 25,4 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{B(1)} - \dot{U}_{0(1)}}{Z_{b(1)}} = \frac{-110 - j190 + 160}{j15} = (-12,7 - j3,34) \text{ а;}$$
$$I_B = \sqrt{12,7^2 + 3,34^2} \approx 13,4 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{C(1)} - \dot{U}_{0(1)}}{Z_{c(1)}} = \frac{-110 + j190 + 160}{-j15} = (-12,7 + j3,34) \text{ а;}$$
$$I_C = \sqrt{12,7^2 + 3,34^2} = 13,4 \text{ а.}$$

Проверка.

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 25,4 - 12,7 - j3,34 - 12,7 + j3,34 = 0.$$

7,24\*. Как изменятся результаты предыдущей задачи (7,23), если сопротивления  $Z_2$  и  $Z_3$  поменять местами?

Ответ. Для четырехпроводной системы

$$I_A \approx 15,2 \text{ а; } I_B \approx 19,7 \text{ а; } I_C \approx 14,7 \text{ а;}$$
$$I_0 \approx 42 \text{ а.}$$

При обрыве нейтрали

$$U_0 \approx 600 \text{ в; } I_A \approx 25,4 \text{ а; } I_B \approx 45 \text{ а; } I_C \approx 45 \text{ а.}$$

## 8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

8,1. Определить чувствительность следующих электроизмерительных приборов:

- а) амперметра на 5 а со шкалой, имеющей 100 делений;
- б) миллиамперметра на 100 ма со шкалой, имеющей 100 делений;
- в) стрелочного гальванометра, цена деления которого  $C = 1 \cdot 10^{-6}$  а/дел;
- г) зеркального гальванометра с ценой деления  $C = 1 \cdot 10^{-11}$  а/дел.

О т в е т.

- а)  $S_i = 2 \cdot 10^{-5}$  дел/мка;
- б)  $S_i = 1 \cdot 10^{-3}$  дел/мка;
- в)  $S_i = 1$  дел/мка;
- г)  $S_i = 1 \cdot 10^5$  дел/мка.

8,2. Определить поправку, абсолютную, относительную и приведенную погрешности амперметра на номинальный ток  $I_n = 10$  а, если его показание при действительном токе  $I_d = 5,15$  а было равно  $I = 5$  а.

Р е ш е н и е.

Поправка:

$$\Delta I = I_d - I = 0,15 \text{ а.}$$

Абсолютная погрешность равна по величине поправке, но противоположна по знаку:

$$\Delta \gamma = -\Delta I = I - I_d = -0,15 \text{ а.}$$

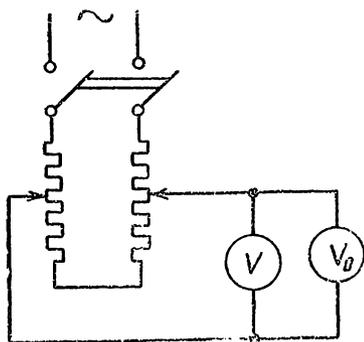
Относительная погрешность

$$\gamma_{\text{отн}} \% = \frac{\Delta \gamma}{I} 100\% = \frac{0,15 \cdot 100\%}{5} = 3\%.$$

Приведенная погрешность

$$\gamma \% = \frac{\Delta \gamma}{I_n} 100\% = \frac{0,15 \cdot 100\%}{10} = 1,5\%.$$

8,3. При поверке приборов классов 1,0, 1,5 и 2,5 обычно пользуются методом сличения их показаний с показаниями стрелочных образцовых приборов. При такой поверке в качестве образцовых приборов применяются приборы классов 0,2 и 0,5, имеющие свидетельство органов Комитета мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР.



Фиг. 8,3

Для определения основной погрешности вольтметра электромагнитной системы на напряжение 120 в была собрана схема фиг. 8,3, где в качестве образцового вольтметра взят магнитоэлектрический вольтметр на 150 в класса 0,5.

Перед проведением опыта обмотки приборов прогрели в течение 10—15 мин. током номинального значения. Чтобы получить

данные опыта, определяющие основную погрешность прибора, изменением сопротивления реостатов устанавливают стрелку испытуемого прибора на крупных делениях шкалы, отмеченных числами, и по образцовому прибору определяют действительное значение измеряемой величины сначала при возрастании от 0 до номинального значения ( $U_{0\text{восх}}$ ), а затем при убывании от номинального значения до нуля ( $U_{0\text{нисх}}$ ). Среднее значение показаний образцового прибора находят как  $U_{0\text{ср}} = \frac{U_{0\text{восх}} + U_{0\text{нисх}}}{2}$ .

Поправку вольтметра вычисляют как разность  $\Delta A = U_{0\text{ср}} - U$ .

Определить наибольшую приведенную погрешность вольтметра и по ней отнести испытуемый вольтметр к соответствующему классу точности, если результаты наблюдений и подсчетов сведены в нижеследующую таблицу (см. стр. 217):

Наибольшая приведенная погрешность вольтметра равна 2,33%, поэтому вольтметр можно отнести к классу точности 2,5. Но для окончательного установления класса точности прибора необходимо еще определить дополнительные погрешности от влияния внешнего магнитного поля, температуры и т. п.

8,4. По результатам опытных и расчетных данных предыдущей задачи построить кривую поправок шкалы вольтметра.

Ответ. Кривая построена на фиг. 8,4.

8,5. Для определения основной погрешности и поправок амперметра электромагнитной системы на 5 а была собрана схема фиг. 8,5, где:

$Tr$  — трансформатор, понижающий напряжение 120 в на 12 в;  
 $A_0$  — образцовый амперметр электродинамической системы на 5 а с зеркальной шкалой на 100 делений.

Показания поверяемого прибора $U, \text{ в}$	$U_{\text{восх}}$	$U_{\text{нисх}}$	$U_{\text{ср}}$	Поправка	Приведенная погрешность в %
20	21	20	20,5	0,5	0,41
40	42	42	42	2	1,67
50	52,7	52	52,35	2,35	1,96
60	63	62,6	62,8	2,8	2,33
70	72	71,2	71,6	1,6	1,33
80	82	81,5	81,75	1,75	1,46
90	91,3	90,7	91	1,0	0,83
100	101,5	100,9	101,2	1,2	1,00
110	111,1	110,8	110,95	0,95	0,79
120	121,3	120,5	120,9	0,9	0,75

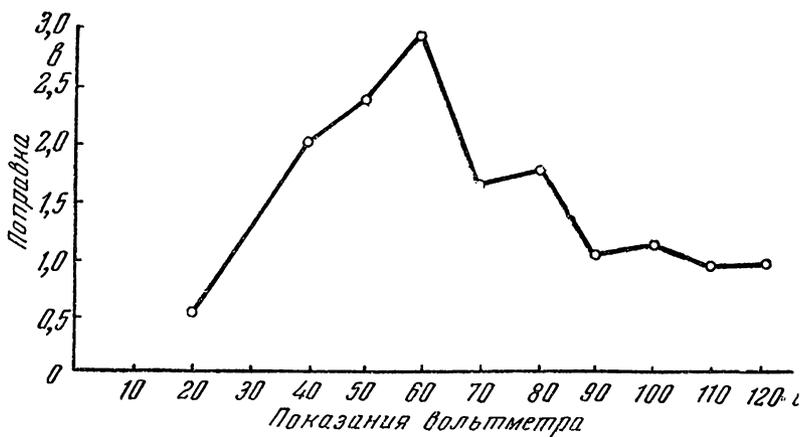
Результаты наблюдений при проведении опыта сведены в следующую таблицу:

Показания испытываемого амперметра в а		1	2	3	4	5
Показания образцового амперметра в делениях шкалы	восх.	20,3	39,8	59,5	80	99,2
	нисх.	20	39,3	59,4	79,8	99,4

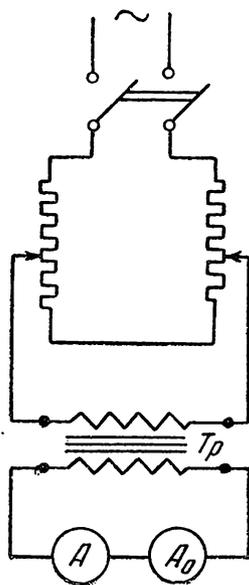
Найти наибольшую приведенную погрешность прибора и класс точности его по этой погрешности.

Ответ. Прибор класса 1,0.

8,6. После ремонта щитового вольтметра электромагнитной системы на 120 в его надо проградуировать, т. е. заново произвести разметку шкалы в единицах измеряемой величины. Самым простым способом градуировки является способ нанесения на чис-



Фиг. 8,4



Фиг. 8,5

тую шкалу испытуемого прибора отметок по образцовому прибору. Однако более точной является градуировка с помощью построения градуировочной кривой. Испытуемый прибор в этом случае снабжается временной шкалой с равномерными делениями. Затем прибор включается в схему, аналогичную схеме поверки прибора, и снимается кривая зависимости средних значений измеренных величин, отсчитываемых по образцовому прибору, от угла поворота ( $\alpha$ ) стрелки по равномерной шкале.

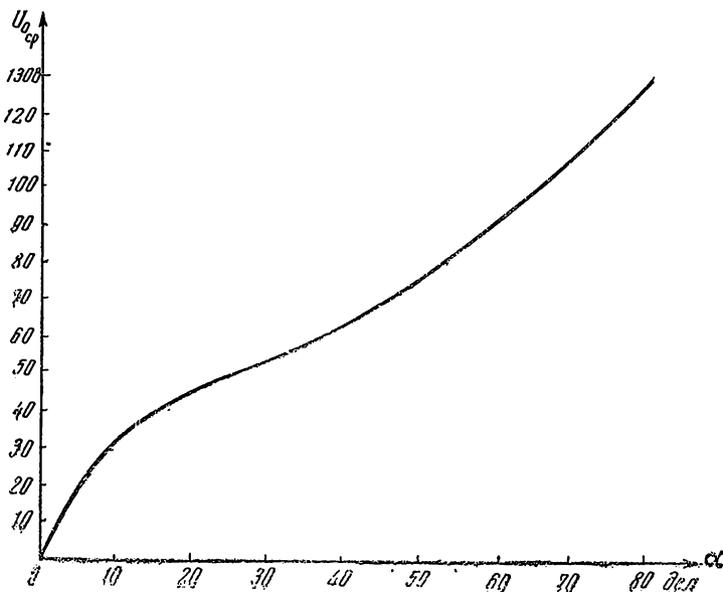
Результаты проведенного наблюдения сведены в нижеследующую таблицу:

$\alpha$ делений	$U_0$ восх., в	$U_0$ нисх., в	$U_0$ ср., в	$\alpha$ делений	$U_0$ восх., в	$U_0$ нисх., в	$U_0$ ср., в
15	42	38	40	50	74,9	75	75
20	45,5	44	44,7	55	81,9	81,9	81,9
25	49,5	48,5	49	60	89	89,5	89,2
30	53,5	53	53,2	65	97	97,1	97
35	58	58	58	70	105	105,8	105,4
40	63	62,4	62,7	75	115	115	115
45	68,2	68,3	68,2	80	124	124	124

Построить по этим данным градуировочную кривую и по ней шкалу прибора.

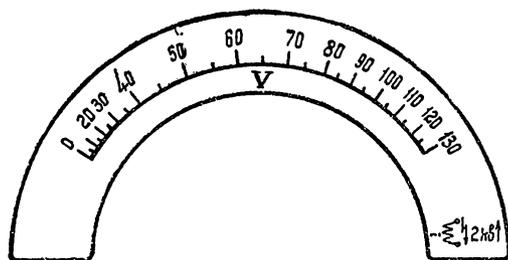
Решение.

Для построения градуировочной кривой по оси абсцисс откладываем деления равномерной шкалы ( $\alpha$ ), а по оси ординат среднее



Фиг. 8,6а

значение величин напряжений, измеряемых по образцовому прибору  $\xi(U_{0\text{cp}})$ . Полученные точки соединяем плавной линией (см. кривую фиг. 8,6а).



Фиг. 8,66

Пользуясь градуировочной кривой, находим углы отклонения стрелки прибора, соответствующие целым числам напряжений 10, 20, 30, 40... 120 в (например, напряжению  $U = 50$  в соответствует  $\alpha = 26$  делений). По этим данным и строим действительную шкалу прибора (фиг. 8,6б).

8,7. Схема многопредельного магнитоэлектрического вольтметра типа М-45 (завод Министерства электропромышленности) с пределами 3—15—150—300 в изображена на фиг. 8,7.

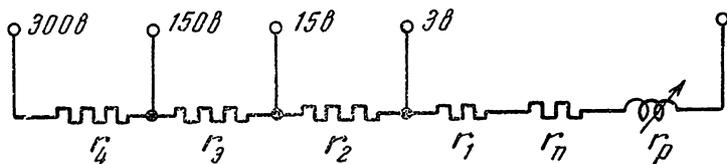
Зная, что сопротивление рамки прибора  $r_p = 32$  ом, сопротивление токоподводящих пружинок  $r_n = 1$  ом и что ток полного отклонения прибора равен 7,5 ма, определить значения всех добавочных сопротивлений  $r_1, r_2, r_3$  и  $r_4$ .

Ответ.

Сопротивления подсчитываются по формуле

$$r_{\text{доб}} = \frac{U_n}{I_v} - (r_p + r_n);$$

$$r_1 = 367 \text{ ом}, \quad r_2 = 1600 \text{ ом}, \quad r_3 = 18000 \text{ ом}, \quad r_4 = 20000 \text{ ом}.$$



Фиг. 8,7

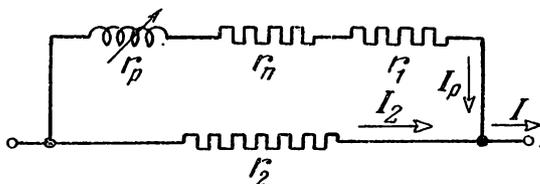
8,8. Определить мощность, потребляемую вольтметром предыдущей задачи, при номинальном значении напряжений заданных пределов измерения.

Ответ.

$$P_3 = 22,5 \text{ ват}, \quad P_{15} = 112,5 \text{ ват}, \\ P_{150} = 1,125 \text{ ват}, \quad P_{300} = 2,25 \text{ ват}.$$

8,9. Схема магнитоэлектрического миллиамперметра типа ЛМ-1 (завод МАП) с пределом измерения 150 *ма* изображена на фиг. 8,9.

Найти ток в рамке измерителя при полном отклонении, если сопротивление рамки прибора  $r_p = 1,7$  *ом*, сопротивление токоподводящих пружинок  $r_n = 1$  *ом*, добавочное сопротивление  $r_1 = 27,3$  *ом* и сопротивление ответвления  $r_2 = 1,58$  *ом*.



Фиг. 8,9

Ответ.  $I_p = 7,5$  *ма*.

8,10. Стационарный миниатюрный амперметр типа М-61 имеет нормированное падение напряжения на зажимах 75 *мв*.

Определить общее сопротивление прибора этой системы и потребляемую им мощность, если предел измерения его равен 3 *а*.

Ответ.  $r = 25 \cdot 10^{-3}$  *ом* и  $P = 225$  *мвт*.

8,11. Какое сопротивление должен иметь шунт для расширения предела измерения миллиамперметра задачи 8,9 до 15 *а*?

Ответ.  $r_{ш} = 15 \cdot 10^{-3}$  *ом*.

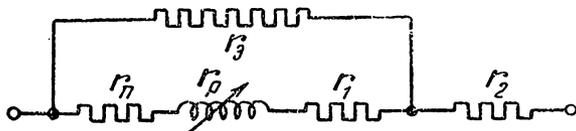
8,12. Милливольтметр с пределом измерения 75 *мв* и внутренним сопротивлением  $r = 10$  *ом* был использован в качестве измерителя тока на пределы измерения 15, 30, 75 и 150 *а* и на пределы измерения 15, 30 и 75 *ма*.

Определить сопротивления шунта для каждого из пределов измерения.

Ответ.

$$\begin{aligned} r_{1ш} &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ ом}; & r_{2ш} &= 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ ом}; \\ r_{3ш} &= 1 \cdot 10^{-3} \text{ ом}; & r_{4ш} &= 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ ом}; \\ r_{5ш} &= 10 \text{ ом}; & r_{6ш} &= 3,33 \text{ ом}; & r_{7ш} &= 1,11 \text{ ом}. \end{aligned}$$

8,13. Схема милливольтметра типа ЛМ (завод МАП) класса 0,5 изображена на фиг. 8,13. Для предела измерения 20 *мв* параметры схемы имеют следующие значения: при 20° С сопротивле-



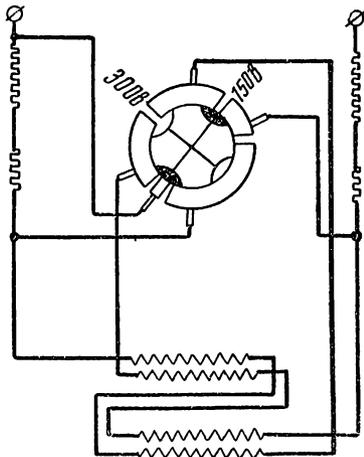
Фиг. 8,13

ние рамки (медь)  $r_p = 3,06 \text{ ом}$ , сопротивление токоподводящих пружинок (растяжек)  $r_n = 1 \text{ ом}$ , добавочные сопротивления из манганина  $r_1 = 6,14 \text{ ом}$  и  $r_2 = 5 \text{ ом}$ , сопротивление ответвления (медь)  $r_3 = 9,8 \text{ ом}$ .

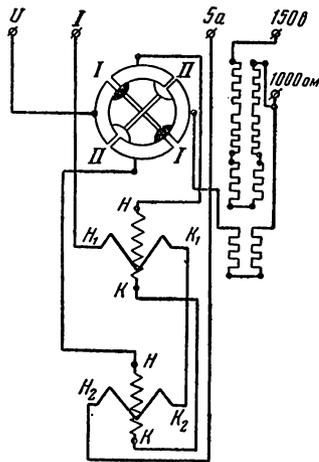
Принимая, что при изменении температуры на  $10^\circ \text{ C}$  сопротивление меди увеличится на 4%, сопротивление пружинок на 1%, а сопротивление манганина практически остается неизменным, вычислить, как изменится ток в рамке, если при неизменном напряжении на зажимах прибора температура всех его частей увеличится с  $20$  до  $30^\circ \text{ C}$ .

Ответ. Ток рамки практически остается неизменным.

8,14. Астатические электромагнитные вольтметры типа АСТ-В (заводы МЭП) изготавливаются двухпредельными с пределами измерения  $150$  и  $300 \text{ в}$ . Класс точности вольтметра  $0,5$ . Ток полного



Фиг. 8,14



Фиг. 8,18

отклонения прибора равен  $30 \text{ ма}$ . Принципиальная схема соединения секций приведена на фиг. 8,14.

Изменение пределов измерения производится параллельным или последовательным переключением астатически соединенных секций. При установке переключателя  $\Pi$  на предел измерения  $150 \text{ в}$  катушки вольтметра соединяются параллельно и присоединяются к сети через часть добавочного сопротивления. Другая часть добавочного сопротивления при этом закорочена.

При переходе на предел измерения  $300 \text{ в}$  измерительные катушки соединяются последовательно и присоединяются к сети через все добавочное сопротивление.

Проследить за цепью тока в вольтметре при этих переключениях.

8,15. Астатический ваттметр электродинамической системы типа АСТ-Д (заводы МЭП) изготовляется на предел измерения по напряжению  $U_n=150$  в и по току на  $I_n=5$  а. Шкала прибора имеет 150 делений. Класс точности 0,5.

Определить цену делений шкалы ваттметра.

Ответ. 5 *вт/дел.*

8,16. Потребляемая мощность в последовательной цепи астатического ваттметра предыдущей задачи при номинальном токе составляет 3,5 *вт*, а ток в параллельной цепи при номинальном напряжении равен 30 *ма*.

Определить потребляемую ваттметром мощность при номинальных значениях тока и напряжения.

Чему равны сопротивления последовательной обмотки и параллельной цепи ваттметра, если параллельную цепь считать чисто активной?

Ответ.  $r_A=0,14$  ом,  $r_v=5000$  ом и  $P=8$  *вт*.

8,17. Чему равно показание ваттметра задачи 8,15 в делениях шкалы, если он включен для измерения мощности потребителя с напряжением на его зажимах 120 в, при токе 5 а и  $\cos \varphi=0,6$ ?

Ответ. 72 деления.

8,18. На фиг. 8,18 приведена принципиальная схема ваттметра типа АСТ-Д. Его номинальные данные приведены в задаче 8,15.

Проследить, каково будет направление тока в подвижных катушках ваттметра при первом и втором положении переключателя *П*.

Какое напряжение должно быть подключено к зажимам *U* и 1000 ом, чтобы стрелка ваттметра отклонилась на полную шкалу?

Как при этом изменится цена деления шкалы ваттметра?

Ответ.

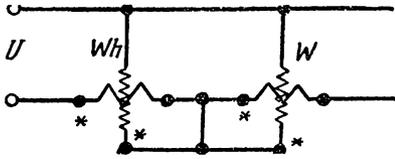
30 в; цена деления уменьшится в 5 раз и будет равна 1 *вт/дел.*

8,19. Определить номинальную постоянную  $C_0$  однофазного счетчика типа Б<sub>2</sub> с номинальным напряжением 220 в и номинальным током 5 а по надписи на его щитке: «1 киловаттчас = 2500 оборотам диска».

Решение.

$$C_0 = \frac{Pt}{n_0} = \frac{1000 \cdot 3600}{2500} = 1440 \text{ вт. сек/об.}$$

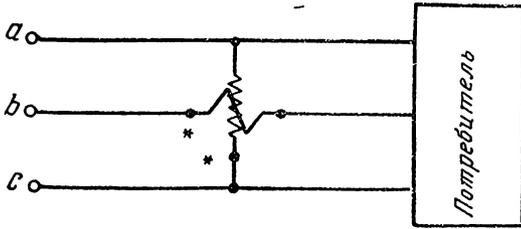
8,20. При проверке счетчика предыдущей задачи включили ваттметр, как показано на фиг. 8,20.



Фиг. 8,20

Показание ваттметра было равно 1100 *вт* и оставалось неизменным за время  $t = 132$  сек., в течение которого диск счетчика сделал  $n = 100$  оборотов.

Определить действительную постоянную счетчика  $C$  и его приведенную погрешность.



Фиг. 8,21а

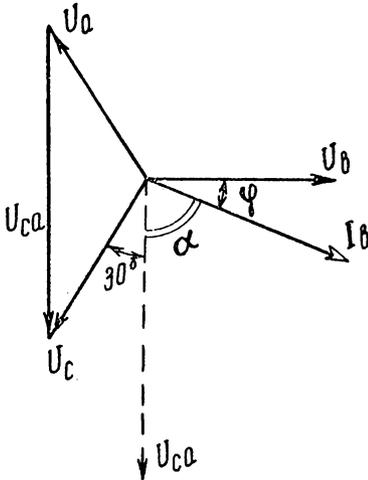
Решение.

$$C = \frac{Pt}{n} = \frac{1100 \cdot 132}{100} = 1452 \text{ вт. сек/об,}$$

$$\gamma = \frac{C_0 - C}{C} 100\% = \frac{1440 - 1452}{1452} 100\% = -0,82\%.$$

8,21. Симметричная трехфазная нагрузка потребляет активную мощность 600 *вт* при  $\cos \varphi = 0,8$ . Для измерения реактивной мощности использовали ваттметр, включенный на «чужие» фазы, как показано на схеме фиг. 8,21а.

Определить показание ваттметра.

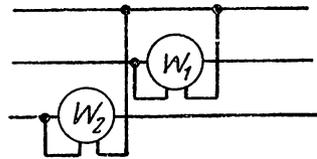


Фиг. 8,21б

Решение.

Показание ваттметра

$$P_{\text{вт}} = U_{ca} I_b \cos(\widehat{U_{ca} I_b}) = UI \cos \alpha.$$



Фиг. 8,22а

Для определения угла сдвига  $\alpha$  построим векторную диаграмму эквивалентной звезды потребителя (фиг. 8,21б). Из диаграммы видно, что угол сдвига

$$\alpha = 120^\circ - (30^\circ + \varphi) = 90^\circ - \varphi.$$

Поэтому

$$P_w = UI \cos(90^\circ - \varphi) = UI \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}},$$

т. е. показание ваттметра меньше реактивной мощности трехфазной цепи с симметричной нагрузкой в  $\sqrt{3}$  раз.

$$P_w = \frac{P}{\cos \varphi} \cdot \sin \varphi = \frac{600}{0,8} \cdot 0,6 = 450 \text{ вар.}$$

8,22. Построить график зависимости показаний ваттметров, включенных по схеме фиг. 8,22а, от угла сдвига фаз тока и напряжения, если ток равный 7,3 а и напряжение равное 220 в остаются неизменными, а угол сдвига  $\varphi$  изменяется от  $+90^\circ$  до  $-90^\circ$ .

Указание.

Показания ваттметров при симметричной нагрузке определяются уравнениями

$$P_1 = UI \cos(-30^\circ + \varphi),$$

$$P_2 = UI \cos(30^\circ + \varphi).$$

Ответ.

Кривые изменения показаний ваттметров приведены на фиг. 8,22б.

8,23. При каких условиях показания ваттметров, включенных по схеме фиг. 8,22а, будут одинаковы.

Ответ.

При симметричной, чисто активной нагрузке.

8,24. При измерении активной мощности в трехфазной цепи методом двух ваттметров при симметричной нагрузке один из ваттметров показал 976 вт, а другой 2000 вт.

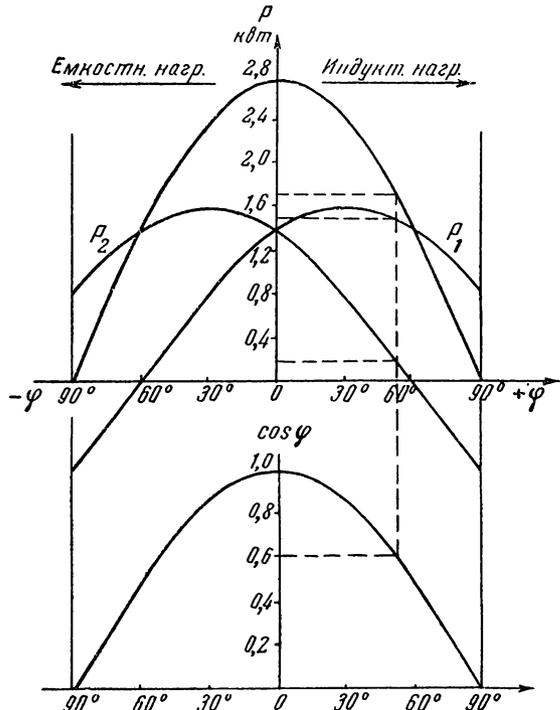
По этим показаниям определить величину коэффициента мощности в данной цепи.

Решение.

Показания ваттметров при симметричной нагрузке (см. задачу 8,22) определяются выражениями

$$P_2 = UI \cos(30^\circ + \varphi),$$

$$P_1 = UI \cos(\varphi - 30^\circ).$$



Фиг. 8,22б

Сложим и вычтем левые и правые части этих уравнений:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 &= \sqrt{3} UI \cos \varphi; \\ P_1 - P_2 &= UI \sin \varphi. \end{aligned}$$

Разделив разность показаний на сумму их, получим уравнение для определения угла сдвига фаз:

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \sqrt{3} \frac{2000 - 976}{2000 + 976} = 0,595,$$

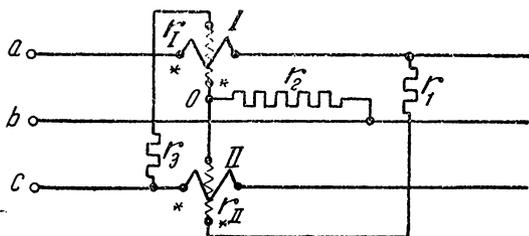
$$\varphi = 30^\circ 50' \text{ и } \cos \varphi = 0,858.$$

8,25. За 8 час. работы однофазного потребителя счетчик активной энергии показал 17,28 *квтч*, а счетчик реактивной энергии — 23,04 *квар*.

Найти ток и коэффициент мощности потребителя, если напряжение сети равно 120 в.

Ответ.

$$I = 30 \text{ а и } \cos \varphi = 0,6.$$



Фиг. 8,26а

8,26. Для измерения реактивной мощности (энергии) в трехфазной сети с симметричными напряжениями (система токов нагрузки может быть и несимметричной)

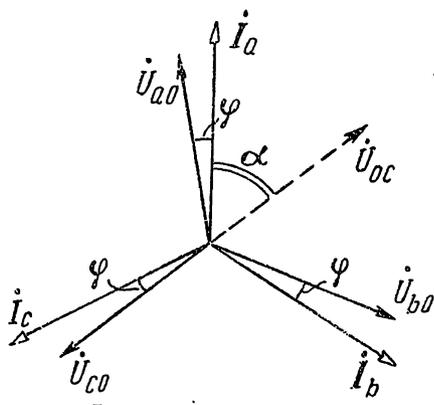
включены два ваттметра (счетчика) активной мощности (энергии) с применением искусственной нулевой точки (фиг. 8,26а).

Доказать для случая, когда система токов симметрична, что сумма показаний ваттметров в  $\sqrt{3}$  раза меньше действительной реактивной мощности. Сопротивления нулевой точки подобраны так, что  $r_2 = r_1 + r_{II} = r_T + r_3$ .

Решение.

Построим векторную диаграмму схемы (фиг. 8,26б).

Здесь  $\dot{U}_{ao}$ ,  $\dot{U}_{bo}$  и  $\dot{U}_{co}$  — векторы фазных напряжений симметричной системы, соединенной в звезду. В силу того что генераторный конец обмотки напряжения первого ваттметра приключен к нулевой точке, его показаниями будет учитываться вектор, равный по величине фазному напряжению ( $\dot{U}_{co}$ ),



Фиг. 8,26б

что генераторный конец обмотки напряжения первого ваттметра приключен к нулевой точке, его показаниями будет учитываться вектор, равный по величине фазному напряжению ( $\dot{U}_{co}$ ),

но прямо противоположного направления ( $\dot{U}_{oc}$ ). В соответствии с векторной диаграммой фиг. 8,26б показания ваттметров будут

$$P_1 = U_{oc} I_a \cos(\widehat{\dot{U}_{oc} \dot{I}_a}) = U_\phi I_\phi \cos(60^\circ - \varphi),$$

$$P_2 = U_{ao} I_c \cos(\widehat{\dot{U}_{ao} \dot{I}_c}) = U_\phi I_\phi \cos(120^\circ - \varphi).$$

Сумма показаний двух ваттметров

$$P = P_1 + P_2 = U_\phi I_\phi [\cos(60^\circ - \varphi) + \cos(120^\circ - \varphi)],$$

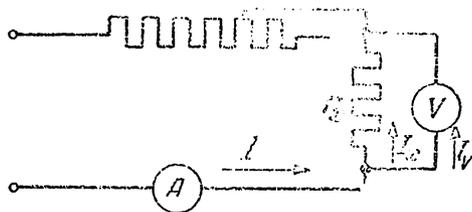
или, после преобразования,

$$P = \sqrt{3} U_\phi I_\phi \sin \varphi,$$

т. е.

$$P = \frac{Q}{\sqrt{3}}.$$

8,27. Для измерения неизвестного сопротивления  $r_x$  по методу амперметра и вольтметра воспользовались амперметром и вольтметром магнитоэлектрической системы типа М-1 (МЭП). При проведении измерений были выполнены две схемы соединений приборов по фиг. 8,27а и 8,27б.



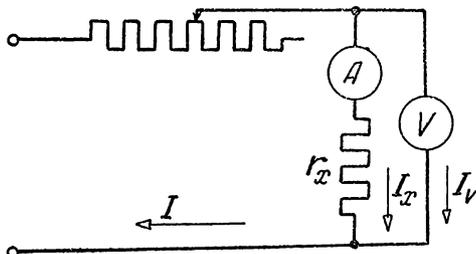
Фиг. 8,27а

Какова величина погрешностей измерений, выполненных по этим схемам, если амперметры показали практически одну и ту же величину  $I_A = 10$  а, а вольтметры — одинаковое напряжение  $U = 80$  в?

Амперметр при номинальном токе  $I_n = 10$  а имеет падение напряжения  $\Delta U_A = 75$  мв; вольтметр при номинальном значении напряжения  $U_n = 150$  в должен иметь ток полного отклонения  $I_{n\varphi} = 8,5$  ма.

Решение.

По показаниям амперметра и вольтметра найдем величину измеряемого сопротивления:



Фиг. 8,27б

$$r'_x = \frac{U}{I_A} = \frac{80}{10} = 8 \text{ ом.}$$

Действительную величину измеряемого сопротивления обозначим через  $r_x$ . В схеме фиг. 8,27а, кроме тока, протекающего по

сопротивлению  $r_x$ , амперметр учитывает ток вольтметра  $I_v$ , поэтому

$$r_x = \frac{U}{I_A - I_v} = \frac{U}{I_A - \frac{U}{r_v}} = \frac{r'_x r_v}{r_v - r'_x},$$

где  $r_v$  — сопротивление вольтметра.

Определим относительную погрешность измерения по схеме фиг. 8,27а:

$$\gamma_a \% = \frac{r'_x - r_x}{r_x} 100\% = \left( \frac{r'_x}{r_x} - 1 \right) 100\% .$$

Вместо  $r_x$  подставим его выражение через  $r'_x$  и  $r_v$ , тогда

$$\gamma_a \% = \left[ \frac{r'_x (r_v - r'_x)}{r'_x r_v} - 1 \right] 100$$

или

$$\gamma_a \% = - \frac{r'_x}{r_v} 100.$$

Определенное по показаниям приборов схемы фиг. 8,27б сопротивление  $r'_x$  состоит из суммы сопротивлений: сопротивления амперметра  $r_A$  и сопротивления  $r_x$ :

$$r'_x = r_x + r_A .$$

Абсолютная погрешность в этом случае будет равна

$$\Delta \gamma = r'_x - r_x = r_A$$

и относительная погрешность

$$\gamma_\sigma \% = \frac{r_A}{r_x} 100 = \frac{r_A}{r'_x - r_A} 100 .$$

Сопротивление вольтметра определим по  $U_{II}$  и току полного отклонения  $I_{нв}$ :

$$r_v = \frac{U_{II}}{I_{нв}} = \frac{150}{8,5 \cdot 10^{-3}} = 17\,600 \text{ ом} .$$

Сопротивление амперметра определим по падению напряжения  $\Delta U_A$  и по номинальному току амперметра  $I_{II}$ :

$$r_A = \frac{\Delta U_A}{I_{II}} = \frac{75 \cdot 10^{-3}}{10} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ ом} .$$

Числовые значения погрешностей измерения:

$$\gamma_a \% = \frac{r'_x}{r_v} 100 = \frac{8}{17\,600} \cdot 100 = 0,045\% .$$

$$\gamma_\sigma \% = \frac{r_A}{r'_x - r_A} 100 \approx \frac{7,5 \cdot 10^{-3}}{8} \cdot 100 = 0,094\% .$$

8,28. Как изменятся погрешности измерений по схемам предыдущей задачи, если для измерения того же сопротивления применить астатический вольтметр электромагнитной системы типа АСТ-В и амперметр типа М-1.

По данным каталога МЭП амперметр этого типа при номинальном токе  $I_n = 10 \text{ а}$  потребляет мощность  $1 \text{ вт}$ , а сопротивление вольтметра с номинальным напряжением  $150 \text{ в}$  равно  $r_v = 2500 \text{ ом}$ .

Ответ:  $\gamma_a \% = 0,32$ ;  $\gamma_b \% = 0,094$ .

Примечание. Из результатов задач 8,27 и 8,28 видно, что выбор схемы соединения приборов для измерения сопротивлений зависит от величины сопротивлений амперметра и вольтметра. В частности при равных погрешностях схем

$$\frac{r_A}{r_x} = \frac{r'_x}{r_v} = \frac{r_x}{r_v + r_x}$$

или

$$r_x^2 = r_A (r_v + r_x),$$

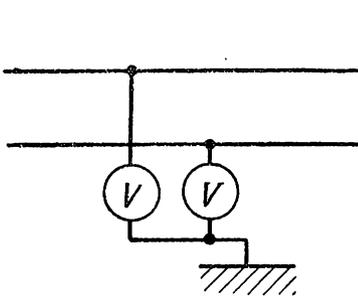
откуда

$$r_x = \frac{r_A}{2} \pm \sqrt{\frac{r_A^2}{4} + r_A r_v}.$$

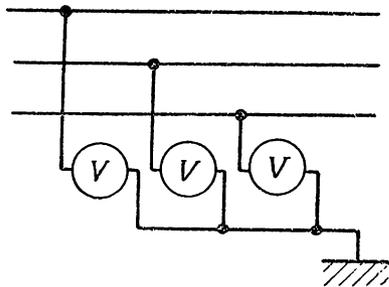
Практически величинами  $\frac{r_A}{2}$  и  $\frac{r_A^2}{4}$  можно пренебречь и для

получения наименьшей погрешности схемы при  $r_x < \sqrt{r_A r_v}$  применять схему фиг. 8,27а, а при  $r_x > \sqrt{r_A r_v}$  — схему фиг. 8,27б.

8,29. Для обеспечения непрерывного контроля за состоянием изоляции сети постоянного (или однофазного) тока можно при-



Фиг. 8,29а



Фиг. 8,29б

менить включение вольтметров по схеме фиг. 8,29а, а для трехфазных сетей с незаземленной нейтралью включение по схеме фиг. 8,29б.

Что покажут вольтметры при нормальном состоянии изоляции и при поврежденной изоляции?

На какое напряжение надо выбирать вольтметры, если напряжение между проводами равно  $U$ ?

Ответ.

При нормальной изоляции вольтметры, включенные в цепь постоянного и однофазного тока, покажут половину напряжения  $U$ , а при трехфазном — фазное напряжение. При повреждении изоляции какой-либо фазы присоединенный к ней вольтметр покажет меньшее напряжение, а при полном заземлении фазы его показание будет равно нулю. Показания вольтметров, включенных на «здоровые» фазы, при этом будут возрастать до значений  $U$ .

8,30. Для измерения сопротивления  $r_x$  методом одного прибора вольтметр типа М-1 на номинальное напряжение  $U_{\text{н}} = 250$  в включили последовательно с измеряемым сопротивлением. Источник постоянного тока, питающий эту последовательную схему, имеет напряжение  $U = 220$  в.

Чему равно измеряемое сопротивление, если стрелка вольтметра отклонилась на деление, соответствующее  $U_v = 100$  в?

На каком делении установится стрелка при  $r_x = 0$ ?

Ток полного отклонения вольтметра равен  $I_{\text{н}v} = 8,5$  ма.

Решение.

При подключении последовательно соединенных сопротивлений  $r_v$  и  $r_x$  под напряжение источника  $U$  ток в вольтметре

$$I_v = \frac{U}{r_x + r_v}.$$

Этот ток вызовет отклонение стрелки вольтметра на деление шкалы, соответствующее напряжению на зажимах вольтметра:

$$U_v = I_v r_v = \frac{U}{r_x + r_v} r_v.$$

Из этого уравнения находим сопротивление

$$r_x = \left( \frac{U - U_v}{U_v} \right) r_v = \left( \frac{U}{U_v} - 1 \right) r_v.$$

Сопротивление вольтметра

$$r_v = \frac{U_{\text{н}}}{I_{\text{н}v}} = \frac{250}{8,5 \cdot 10^{-3}} = 29\,400 \text{ ом}.$$

Зная сопротивление вольтметра  $r_v$  и напряжение источника, можно на шкалу вольтметра нанести шкалу сопротивлений. Нуль этой шкалы будет находиться на делении, соответствующем напряжению 220 в, а нулевому делению шкалы напряжений будет соответствовать измеряемое сопротивление  $r_x = \infty$ .

В условиях данной задачи измеряемое сопротивление

$$r_x = \left( \frac{220}{100} - 1 \right) \cdot 29\,400 = 35\,200 \text{ ом}.$$

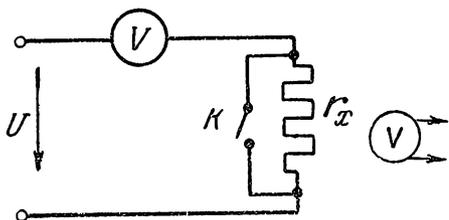
8,31. На фиг. 8,31 схематически показан омметр с последовательной схемой. Этот омметр служит для измерения больших сопротивлений и основан на применении метода измерения сопротивлений при помощи вольтметра (см. задачу 8,30). Измерение неизвестного сопротивления  $r_x$  омметром было проведено следующим образом: 1) замкнули ключ  $K$  и отметили показание прибора  $a_1 = 100$  делений шкалы; 2) разомкнули ключ  $K$  и отметили второе показание прибора  $a_2 = 40$  делений.

Определить величину измеряемого сопротивления  $r_x$ , если подведенное напряжение  $U$  во время измерения оставалось неизменным и равным 220 в. Сопротивление вольтметра, включенного в схему,  $r_v = 20\ 000$  ом.

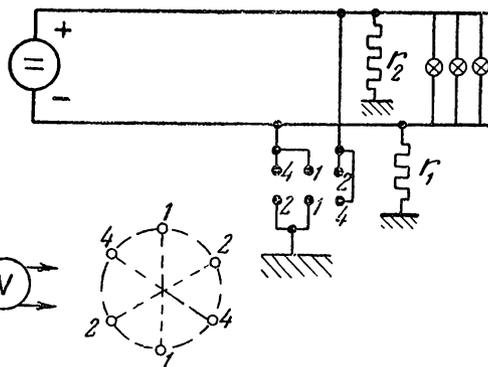
Ответ.

$$r_x = r_v \left( \frac{a_1}{a_2} - 1 \right) = 30\ 000 \text{ ом.}$$

8,32. Для измерения изоляции сети двухпроводной линии постоянного тока, находящейся под напряжением, воспользовались



Фиг. 8,31



Фиг. 8,32

методом одного вольтметра. Схема включения прибора показана на фиг. 8,32, где сопротивления изоляции каждого провода сети относительно земли изображены условно сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$ .

Определить величину этих сопротивлений, если при положении  $1-1$ ,  $2-2$  и  $4-4$  переключателя вольтметр соответственно показал  $U_1 = 30$  в,  $U_2 = 40$  в и  $U = 220$  в. Сопротивление вольтметра  $r_v = 20\ 000$  ом.

Решение.

При подключении вольтметра к зажимам  $1-1$  сопротивление  $r_1$  и сопротивление вольтметра будут включены параллельно и последовательно с ними оказывается включенным сопротивление  $r_2$ . Ток в сопротивлении  $r_2$  в этом случае определится уравнением

$$I_2 = \frac{U}{r_2 + \frac{r_1 r_v}{r_1 + r_v}} = \frac{U (r_1 + r_v)}{r_1 r_2 + r_v (r_1 + r_2)}.$$

Зная ток  $I_2$ , можно найти ток вольтметра:

$$I_{1v} = I_2 \frac{r_1}{r_1 + r_v} = \frac{U r_1}{r_1 r_2 + r_v (r_1 + r_2)}.$$

Показание вольтметра найдем по току  $I_{1v}$  и сопротивлению  $r_v$ :

$$U_{1v} = I_{1v} r_v = \frac{U r_1 r_v}{r_1 r_2 + r_v (r_1 + r_2)}. \quad (1)$$

Рассуждая аналогично при включении вольтметра на зажимы 2—2, можно получить выражение, определяющее показание вольтметра:

$$U_{2v} = \frac{U r_2 r_v}{r_1 r_2 + r_v (r_1 + r_2)}. \quad (2)$$

Разделим и сложим правые и левые части уравнений (1) и (2):

$$\frac{U_{1v}}{U_{2v}} = \frac{r_1}{r_2}; \quad (3)$$

$$U_{1v} + U_{2v} = \frac{U r_v (r_1 + r_2)}{r_1 r_2 + r_v (r_1 + r_2)}. \quad (4)$$

Для определения сопротивления  $r_1$  подставим значение  $r_2$  из (3) в уравнение (4):

$$U_{1v} + U_{2v} = \frac{U r_v \left( r_1 + r_1 \frac{U_{2v}}{U_{1v}} \right)}{r_1 r_1 \frac{U_{2v}}{U_{1v}} + r_v \left( r_1 + r_1 \frac{U_{2v}}{U_{1v}} \right)},$$

после преобразования которого получим

$$r_1 = r_v \left( \frac{U - U_{1v}}{U_{2v}} - 1 \right) = 20\,000 \left( \frac{220 - 30}{40} - 1 \right) = 75\,000 \text{ ом}.$$

Из уравнения (3) найдем  $r_1 = r_2 \frac{U_{1v}}{U_{2v}}$ , подставим это значение

в уравнение (4) и из полученного выражения определим

$$r_2 = r_v \left( \frac{U - U_{2v}}{U_{1v}} - 1 \right).$$

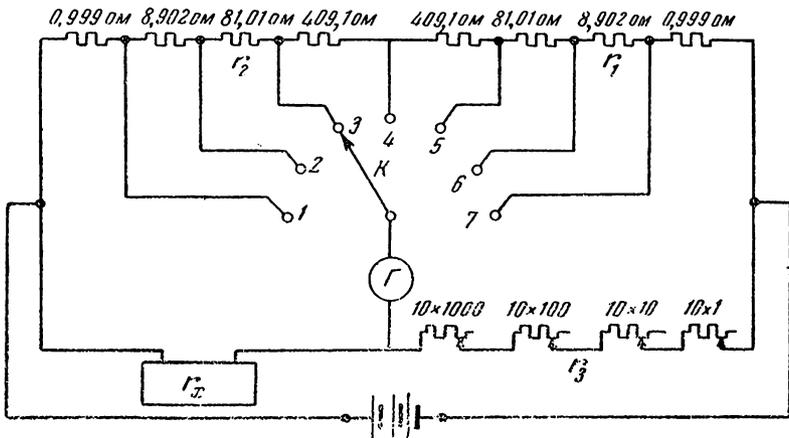
Числовое значение этого сопротивления

$$r_2 = 20\,000 \left( \frac{220 - 40}{30} - 1 \right) = 100\,000 \text{ ом}.$$

8,33. На схеме фиг. 8,33 изображена принципиальная схема четырехплечного моста для измерения сопротивлений (типа МКМВ, завод МАП). Изменение пределов измерения моста производится перемещением рычага  $K$ . Уравновешивание моста производится

регулировкой сопротивления  $r_3$ , представляющего собой четырех-декадный рычажный магазин с сопротивлениями — 10 секций по 1000  $\text{ом}$ , 10 — по 100  $\text{ом}$ , 10 — по 10  $\text{ом}$  и 10 — по 1  $\text{ом}$  (полное сопротивление плеча равно 11110  $\text{ом}$ ). Значения сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  даны на схеме.

Найти пределы измерения моста при определении сопротивлений  $r_x$  для положения 1, 2, 6 и 7 рычага  $K$ , если желательно, чтобы сопротивление  $r_3$  при равновесии выражалось числом с не



Фиг. 8,33

менее чем тремя значущими цифрами (т. е.  $r_3$  должно быть не меньше 100 и не больше 11110  $\text{ом}$ ).

Ответ.

Измеряемое сопротивление  $r_x$  определяется уравнением  $r_x = r_3 \frac{r_2}{r_1}$ .

Отношения сопротивлений  $\frac{r_2}{r_1}$  плеч моста для положения 1, 2...7 рычага  $K$  соответственно равны 0,001; 0,01; 0,1; 1; 10; 100 и 1000.

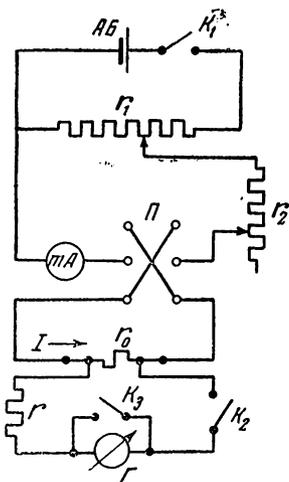
Пределы измерений сопротивлений при положении 1 и 2 рычага  $K$  соответственно равны: от 0,1 до 11,11  $\text{ом}$  и от 1 до 111,1  $\text{ом}$ , а при положении 6 и 7 — от 10 000 до 1 111 000  $\text{ом}$  и от 100 000 до 11 110 000  $\text{ом}$ .

8,34. Для испытания магнитоэлектрического зеркального гальванометра собрана схема фиг. 8,34, где:

- $АБ$  — аккумуляторная батарея на 1,5 — 3 в;
- $K_1, K_2, K_3$  — однополюсные выключатели;
- $r_1, r_2$  — ползунковые реостаты;
- $r_0$  — образцовое сопротивление на 0,1  $\text{ом}$ ;

$\Pi$  — переключатель направления тока;  
 $mA$  — миллиамперметр;  
 $r$  — магазин сопротивлений до  $1,5 \cdot 10^6 \text{ ом}$ ;  
 $\Gamma$  — зеркальный гальванометр.

Определить чувствительность гальванометра к току (т. е. выраженное в миллиметрах отклонение, соответствующее току в цепи гальванометра в  $1 \text{ мка}$ , при расстоянии между зеркальцем и шкалой в  $1 \text{ м}$ ), если при токе миллиамперметра  $14,4 \text{ ма}$  световой указатель дает отклонение влево  $\alpha' = 11,4$  деления ( $\Pi$  находится в первой позиции) и отклонение вправо  $\alpha'' = 11,5$  деления ( $\Pi$  находится во второй позиции). Сопротивление гальванометра  $r_g = 325 \text{ ом}$ .



Фиг. 8,34

Сопротивление  $r$  обычно подбирают таким образом, чтобы при выключении тока в гальванометре световой указатель возвращался в нулевое положение, почти не совершая колебаний около него. Затем это сопротивление еще немного уменьшают до тех пор, пока таких колебаний не будет вовсе. Соответствующее этому случаю сопротивление назовем внешним критическим сопротивлением.

Положим, что в данном случае оно оказалось равным  $r_k = 12\,900 \text{ ом}$ .

Решение.

Ток в цепи гальванометра

$$i = I \frac{r_0}{r_g + r_k + r_0} \cdot 10^6 = 14,4 \cdot 10^{-3} \frac{0,1}{325 + 12\,900 + 0,1} 10^6 = 0,109 \text{ мка.}$$

Чувствительность гальванометра к току:

$$S'_i = \frac{\alpha'}{i} = \frac{11,4}{0,11} = 104,6 \text{ дел/мка,}$$

$$S''_i = \frac{\alpha''}{i} = \frac{11,5}{0,11} = 105,5 \text{ дел/мка,}$$

$$S_i = \frac{S'_i + S''_i}{2} = 105 \text{ дел/мка.}$$

8,35. При измерениях магнитных величин с помощью баллистического гальванометра можно воспользоваться схемой фиг. 8,35, где:

$M$  — катушка взаимной индуктивности для градуирования установки;

$KT$  — катушка, создающая магнитное поле, величина которого подлежит измерению;

$KM$  — переключатель, при помощи которого в цепь батареи можно включить или катушку  $M$ , или катушку  $KT$ ;

$\Pi$  — переключатель направления тока;

$SW$  — измерительная катушка, число витков которой  $w$  и сечение  $S$  точно известны;

$BГ$  — баллистический гальванометр.

Определить баллистическую постоянную гальванометра, если при коммутации тока  $I = 1$  а световой указатель дал отклонение  $\alpha = 74$  деления шкалы. Взаимная индуктивность  $M = 0,208 \cdot 10^{-3}$  гн.

Решение.

Обычно баллистической постоянной гальванометра называют коэффициент пропорциональности между отклонением ( $\alpha$ ) светового указателя в делениях шкалы и изменением потока сцеплений ( $\Delta\Phi$ ), вызвавших это отклонение, выраженным в максвеллах.

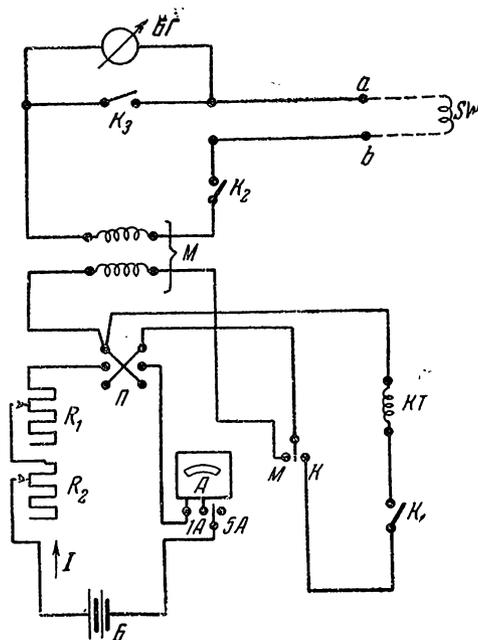
Тогда

$$\Delta\Phi = C_6 \alpha \text{ мкс.}$$

При коммутировании тока в катушке  $M$

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= M \cdot \Delta I \cdot 10^8 = \\ &= M \cdot 2 \cdot I \cdot 10^8 \text{ мкс.} \end{aligned}$$

Баллистическая постоянная



Фиг. 8,35

$$C_6 = \frac{M \cdot 2 \cdot I}{\alpha} 10^8 = \frac{0,208 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 1}{74} \cdot 10^8 = 560 \text{ мкс/дел.}$$

8,36. Схемой баллистической установки задачи 8,35 воспользовались для измерения магнитной индукции в зазоре постоянного магнита прибора магнитоэлектрической системы. Для этого ключ  $K_1$  разомкнули, ключ  $K_2$  замкнули и в исследуемый зазор поместили измерительную катушку с известной постоянной  $Sw = 60$  витков  $\times$  см<sup>2</sup>. При выдергивании измерительной катушки из зазора световой указатель отклонился на  $\alpha = 120$  делений.

Найти величину индукции в зазоре.

Решение.

Обозначим через  $w$  число витков измерительной катушки и

через  $S$  — площадь каждого из витков ее. Тогда изменение потоко-  
косцеплений при выдергивании катушки

$$\Delta\Phi = BS\omega = C_6\alpha.$$

Величина магнитной индукции

$$B = \frac{C_6}{S\omega} \cdot \alpha = \frac{560}{60} \cdot 120 = 1120 \text{ гс}.$$

8,37. Для измерения магнитной индукции в воздушном зазоре электромагнитного аппарата (магнитная индукция имеет величину порядка 18 000 гс) решено воспользоваться флюксметром типа М-19 (МЭП), цена деления шкалы которого равна 10 000 мкс  $\times$  витков.

Какую постоянную должна иметь измерительная катушка при этом измерении?

Решение.

Предположим, что стрелка флюксметра должна отклониться не менее чем на 50 делений шкалы. Отклонение стрелки в этом случае будет соответствовать следующему изменению потоко-  
косцеплений:

$$\Delta\Phi = BS\omega = 50 \cdot 10\,000 = 500\,000 \text{ мкс} \times \text{витков}.$$

Тогда

$$S\omega = \frac{500\,000}{B} = \frac{500\,000}{18\,000} \approx 28 \text{ витков} \times \text{см}^2.$$

---

## 9. ЦЕПИ СО СТАЛЬЮ И ТРАНСФОРМАТОРЫ

9.1. Обмотка катушки со стальным сердечником имеет 150 витков. Сечение стали замкнутого сердечника катушки  $44 \text{ см}^2$ . Толщина листов  $0,5 \text{ мм}$ . Длина средней индукционной линии  $80 \text{ см}$ . Магнитопровод имеет четыре стыка.

Определить величину тока в катушке и коэффициент мощности, если включить ее на напряжение  $220 \text{ в}$  (частота  $50 \text{ ц}$ ).

Примечания. 1. Каждый стык при расчетах следует приравнять воздушному зазору в  $0,005 \text{ см}$ .

2. Сопротивление обмотки и рассеяние при расчетах не учитывать.

Решение.

$$B_m = \frac{E}{4,44 f \omega S} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 44} = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ вб/см}^2 = 15\,000 \text{ гс}.$$

Реактивную составляющую тока, или намагничивающий ток, находим, исходя из соотношения

$$H_c l_c + H_g l_g = I_{\mu m} \omega.$$

По кривой намагничивания для листовой стали Э1А имеем при  $B = 15\,000 \text{ гс}$ ,  $H_c = 15 \text{ а/см}$ .

Далее,

$$H_g = 15\,000 \cdot 0,8 = 12\,000 \text{ а/см} \text{ и } l_g = 4 \cdot 0,005 = 0,02 \text{ см}.$$

Таким образом, действующее значение намагничивающего тока

$$I_{\mu} = \frac{15 \cdot 80 + 12\,000 \cdot 0,02}{150 \cdot \sqrt{2}} = 6,8 \text{ а}.$$

Чтобы найти активную составляющую тока  $I_a$ , определим потери в стали  $P_c$ , а затем воспользуемся соотношением

$$P_c = EI \sin \alpha = EI_a,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором тока и вектором магнитного потока.

Определяем потери в стали ( $P_c$ ) по ГОСТ 802—41. Учитывая, что вес сердечника в килограммах равен

$$G = 7,8 \cdot 3,52 = 27,5 \text{ кг},$$

находим потери в стали

$$P_c = 27,5 \cdot 7,9 = 220 \text{ вт}.$$

Активная составляющая тока

$$I_a = I \sin \alpha = \frac{P_c}{E} = \frac{220}{220} = 1 \text{ а}.$$

Ток в обмотке катушки

$$I = \sqrt{I_p^2 + I_a^2} = 6,85 \text{ а},$$

$$\sin \alpha = \frac{I_a}{I} = \frac{1}{6,85} = 0,146, \quad \alpha = 8^\circ 25',$$

а коэффициент мощности  $\cos \varphi = \sin \alpha$ .

9,2. В условиях задачи 9,1 определить, как будет изменяться ток  $I$  и угол  $\alpha$ , если отодвигать верхнее ярмо от остальной части магнитопровода, образуя таким образом постепенно увеличивающийся воздушный промежуток.

Указание и ответ.

Для выяснения зависимости тока от величины воздушного зазора рекомендуется произвести расчеты для следующих значений воздушного зазора:

$$l_a = 0,05 \text{ см}; 0,1 \text{ см}; 0,15 \text{ см}; 0,5 \text{ см},$$

и построить график  $I = f(l_a)$ .

Ток в катушке будет увеличиваться.

9,3. Для определения потерь в стали сердечника катушки ее включили сначала в цепь постоянного тока. Сопротивление обмотки катушки оказалось равным  $1,75 \text{ ом}$ . Затем к этой катушке подвели переменное напряжение. При этом вольтметр показал  $120 \text{ в}$ , ваттметр  $70 \text{ вт}$  и амперметр  $2 \text{ а}$ .

Пренебрегая потоком рассеяния, определить потери в стали сердечника катушки и построить векторную диаграмму.

Решение.

Сопротивление меди катушки по данным первого опыта равно  $1,75 \text{ ом}$ ; потери в меди при включении катушки в цепь переменного тока

$$P_m = I^2 \cdot r = 2^2 \cdot 1,75 = 7 \text{ вт}.$$

Тогда потери в стали

$$P_c = P - P_m = 70 - 7 = 63 \text{ вт}.$$

С другой стороны,  $P = UI \cos \varphi$ , и по данным второго опыта

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{70}{120 \cdot 2} = 0,292 \text{ и } \varphi = 73^\circ.$$

Векторная диаграмма дана на фиг. 9,3.

Откладываем в некотором масштабе вектор  $\dot{U}$  и под углом  $73^\circ$  к нему вектор  $\dot{I}$ . Далее находим э. д. с.  $E$  на основании уравнения электрического равновесия:

$$\dot{U} = (-\dot{E}) + \dot{I}r.$$

Направление вектора тока нам известно, следовательно, можно определить величину и направление вектора  $\dot{I}r$ , что позволит найти графически вектор  $\dot{E}$ :

$$Ir = 2 \cdot 1,75 = 3,5 \text{ в.}$$

Под углом  $90^\circ$  к вектору  $\dot{E}$  откладываем вектор потока  $\Phi$  (величина этого вектора берется произвольно) и определяем угол  $\alpha$ , что дает возможность сделать проверку:

$$EI \sin \alpha = P_c.$$

По данным диаграммы

$$EI \sin \alpha = 62,5 \text{ вт, } (\alpha = 15^\circ).$$

**9.4.** Для однофазного трансформатора ОМ-6667/35 имеются следующие данные: потери холостого хода при номинальном напряжении  $17\,000 \text{ вт}$ , потери короткого замыкания при номинальной мощности  $53\,500 \text{ вт}$ , ток холостого хода равен  $3\%$  от номинального, напряжение короткого замыкания равно  $8\%$  от номинального.

Определить активные и реактивные сопротивления обмоток, полагая, что приведенные вторичные значения соответствующих сопротивлений равны первичным. Вычислить коэффициент мощности при холостом ходе трансформатора, считая, что он работает в качестве понижающего трансформатора. Вторичное напряжение равно  $10 \text{ кВ}$ .

Решение.

Номинальный ток первичной обмотки

$$I_{1н} = \frac{S_{н}}{U_{н}} = \frac{6667}{35} = 190 \text{ а,}$$



Фиг. 9,3

где:

$S_n$  — номинальная мощность в *квa*;  
 $U_n$  — напряжение обмотки высшего напряжения в *кв*.  
Сопротивление короткого замыкания трансформатора

$$z_{1к} = \frac{U_{1к}}{I_{1н}} = \frac{8 \cdot 35\,000}{100 \cdot 190} = 14,74 \text{ ом},$$

активная составляющая этого сопротивления

$$r_{1к} = \frac{P_{1к}}{I_{1к}^2} = \frac{53\,500}{190^2} = 1,48 \text{ ом}$$

и реактивная составляющая

$$x_{1к} = \sqrt{14,74^2 - 1,48^2} = 14,66 \text{ ом}.$$

По условию приведенные сопротивления обмоток одинаковы:

$$r_1 = r'_2 = \frac{1,48}{2} = 0,74 \text{ ом}$$

и

$$x_1 = x'_2 = \frac{14,66}{2} = 7,33 \text{ ом}.$$

Коэффициент трансформации:

$$k = \frac{35}{10} = 3,5.$$

Тогда активное и реактивное сопротивления вторичной обмотки

$$r_2 = \frac{r'_2}{k^2} = \frac{0,74}{12,25} = 0,0605 \text{ ом}$$

и

$$x_2 = \frac{x'_2}{k^2} = \frac{7,33}{12,25} = 0,6 \text{ ом}.$$

Коэффициент мощности при холостом ходе трансформатора

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{10}}{U_{1н} I_{10}} = \frac{17\,000}{35\,000 \cdot 0,03 \cdot 190} \approx 0,085.$$

9,5. Трехфазный трансформатор работает на осветительную сеть с нагрузкой 45 *квт*. Вторичное напряжение равно при этой нагрузке 220 *в*, а первичное 6000 *в*.

Определить вторичный и первичный токи трансформатора, если он соединен по схеме *Y/Y* и работает с к. п. д. равным 0,9.

Примечание. Величину  $\cos \varphi_1$  приближенно принять равной единице, так как нагрузка безиндукционная.

Решение.

Фазная мощность во вторичной обмотке (нагрузка считается равномерной)

$$P_{\phi} = \frac{P_2}{3} = 15 \text{ квт.}$$

Вторичное фазное напряжение

$$U_{\phi} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ в.}$$

Вторичный ток

$$I_2 = \frac{15\,000}{127} = 118 \text{ а}$$

или

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} U_2 \cos \varphi_2} = \frac{45\,000}{380} = 118 \text{ а.}$$

Так как

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{45}{0,9} = 50 \text{ квт,}$$

то первичный ток

$$I_1 = \frac{50\,000}{\sqrt{3} \cdot 6000} = 4,8 \text{ а.}$$

9,6. Трехпроводную сеть питает трехфазный трансформатор, номинальная мощность которого равна 75 кВа при напряжении 400 в.

В сеть включена равномерная смешанная нагрузка, причем фазные сопротивления эквивалентной звезды нагрузки равны: активное 2 ом и индуктивное 1,5 ом.

Можно ли подключить в данную сеть еще какую-либо нагрузку (чисто активную или активную и индуктивную) или трансформатор нагружен полностью указанными потребителями?

Ответ.

Дополнительно можно включить нагрузку, соответствующую приблизительно 11 кВа.

9,7. Построить векторную диаграмму трансформатора и определить по ней первичное напряжение, первичный ток и к. п. д. трансформатора, если вторичный ток равен 20 а, вторичное напряжение 120 в, а  $\cos \varphi_2 = 0,8$ .

Из опыта холостого хода известно, что

$$I_0 = 2,2 \text{ а; } P_0 = 120 \text{ вт и } \frac{w_1}{w_2} = 1,6.$$

Кроме того, сопротивления обмоток трансформатора равны:

$$r_1 = 0,4 \text{ ом, } r_2 = 0,25 \text{ ом,} \\ x_1 = 2 \text{ ом, } x_2 = 0,8 \text{ ом.}$$

Определить по векторной диаграмме, чему должно быть равно первичное напряжение, чтобы при  $I_2 = 10 \text{ а}$  и  $I_2 = 0$  вторичное напряжение оставалось равным  $120 \text{ в}$ .

Примечание. К. п. д. получается сравнительно небольшим, так как сопротивления обмоток трансформатора взяты преувеличенными для удобства построения диаграммы. Этим же объясняется значительное изменение первичного напряжения при нагрузке трансформатора, необходимое для того, чтобы вторичное напряжение оставалось постоянным.

9,8. По данным предыдущей задачи построить векторную диаграмму для опыта короткого замыкания и определить по ней напряжение короткого замыкания.

Построить схему замещения трансформатора, указав на ней величины сопротивлений, входящих в схему.

Примечания. 1. Нагрузочный ток  $20 \text{ а}$  считать равным номинальному вторичному току трансформатора.

2. Учесть, что при опыте короткого замыкания напряжение подводится в обмотке высшего напряжения.

Как изменится треугольник короткого замыкания, если при опыте короткого замыкания подводить напряжение к обмотке низшего напряжения, и отразится ли это на параметрах схемы замещения?

9,9. На паспорте трансформатора указано: *кв*а 5600; частота  $50 \text{ гц}$ ; число фаз 3.

Группа  $\Delta/Y$  — 11. Напряжение  $10000/3150 \text{ в}$ .

Ток  $323/1025 \text{ а}$ .

Данные опыта холостого хода этого трансформатора:

$$I_0 = 27,12 \text{ а, или } 2,63\% \text{ от } I_n, P_0 = 19 \text{ 120 вт}$$

(напряжение подводится со стороны низшего напряжения).

Данные опыта короткого замыкания:

$$U_k = 523 \text{ в, или } u_k = 5,23\%, P_k = 57 \text{ 500 вт.}$$

Определить процентное изменение напряжения ( $\Delta u$  %) при полной нагрузке — индуктивной и емкостной — для  $\cos \varphi = 0,8$  и  $\cos \varphi = 1$ . Построить кривую к. п. д. трансформатора для случаев работы с  $\cos \varphi = 0,8$  и  $\cos \varphi = 1$ .

Сравнить полученные результаты с требованиями норм СССР. Решение.

$$\Delta u \% = u_a \cos \varphi + u_r \sin \varphi + \frac{(u_r \cos \varphi - u_a \sin \varphi)^2}{200} \%$$

Определяем  $u_a$ :

$$u_a = \frac{P_k}{P_n} \cdot 100 = \frac{57,5}{5600} \cdot 100 = 1,03 \%$$

Тогда

$$u_r = \sqrt{u_k^2 - u_a^2} = \sqrt{27,35 - 1,06} = 5,13\%$$

Находим изменение напряжения.

При индуктивной нагрузке:

$$\Delta u \% = 1,03 \cdot 0,8 + 5,13 \cdot 0,6 + \frac{(5,13 \cdot 0,8 - 1,03 \cdot 0,6)^2}{200} = 3,962\%;$$

при емкостной нагрузке:

$$\Delta u \% = 1,03 \cdot 0,8 - 5,13 \cdot 0,6 + \frac{(5,13 \cdot 0,8 + 1,03 \cdot 0,6)^2}{200} = -2,143\%.$$

К. п. д. при работе с полной нагрузкой и  $\cos \varphi = 0,8$

$$\eta = \left[ 1 - \frac{19,12 + 57,50}{4480 + 19,12 + 57,50} \right] \cdot 100 = 98,3\%,$$

так как  $P_2 = S_{II} \cdot \cos \varphi = 5600 \cdot 0,8 = 4480$  квт.

При  $\cos \varphi = 1$ :

$$\Delta u \% = 1,03 + \frac{(5,13)^2}{200} = 1,16\%,$$

$$\eta = \left[ 1 - \frac{19,12 + 57,50}{5600 + 19,12 + 57,50} \right] \cdot 100 = 98,7\%.$$

К. п. д. при половинной нагрузке:

$$\eta_{1/2} = \left[ 1 - \frac{19,12 + 14,37}{2800 + 19,12 + 14,37} \right] \cdot 100 = 98,82\%.$$

Для построения кривой к. п. д. необходимо произвести несколько аналогичных расчетов для других величин нагрузки.

Сравнивая цифры рассмотренного примера с данными ГОСТ 401—41, видим, что трансформатор отвечает требованиям норм.

**9,10.** Для трехфазного трансформатора с номинальной мощностью 100 кВА потери холостого хода при номинальном напряжении равны 600 Вт, потери короткого замыкания при номинальной мощности равны 2400 Вт, а напряжение короткого замыкания в процентах от номинального напряжения равно 5,5 (трансформатор ТМ-100-6, МТЗ).

Определить процентное изменение напряжения при полной нагрузке — индуктивной и емкостной, полагая коэффициент мощности во вторичной цепи равным 1, 0,8 и 0,6.

Найти к. п. д. трансформатора при указанных значениях коэффициента мощности и при нагрузках, соответствующих 1,  $1/2$  и  $1/4$  его номинальной мощности.

Указание.

Данная задача решается аналогично предыдущей.

9,11. Каковы будут коэффициенты трансформации линейных напряжений трехфазного трансформатора при группах соединений  $Y/Y$ ,  $Y/\Delta$  и  $\Delta/Y$ , если отношение числа витков, приходящихся на одну фазу,  $\frac{w_1}{w_2} = 2$ .

Ответ. 2; 1,16; 3,46.

9,12. Мощность осветительного трансформатора 50 *кв*а. Он работает  $T_1 = 3100$  час. в год с полной нагрузкой,  $T_2 = 1600$  час. с нагрузкой 12,5 *квт* и  $T_0 = 760$  час. холостую.

Определить годовой к. п. д. трансформатора, а также к. п. д. его при полной нагрузке, если при испытании трансформатора оказалось, что мощность при опыте холостого хода  $P_0 = 800$  *вт*, а мощность при опыте короткого замыкания  $P_k = 1200$  *вт*.

Решение.

Годовые потери:

$$W_0 = (T_1 + T_2 + T_0) P_0 = (3100 + 1600 + 760) \cdot 0,8 = 4368 \text{ квтч},$$

$$W_k = (T_1 P_k + T_2 P_k \frac{1}{16}) = 3100 \cdot 1,2 + 1600 \frac{1,2}{16} = 3840 \text{ квтч}.$$

$$\eta_{\text{год}} = \frac{W_{2\text{год}}}{W_{2\text{год}} + W_0 + W_k} = \frac{(3100 \cdot 50 + 1600 \cdot 12,5) \cdot 100}{175\,000 + 8208} = 95,4\%,$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + P_k} = \frac{50 \cdot 100}{52} = 96,2\%.$$

9,13. Как изменится годовой к. п. д. трансформатора предыдущей задачи (9,12), если его первичная обмотка не будет вовсе отключаться от сети?

Ответ. 94,2%.

9,14. Как изменятся результаты задачи 9,12, если:

1) трансформатор работает не на осветительную сеть, а на силовую с  $\cos \varphi = 0,8$ ;

2) трансформатор работает на осветительную сеть, но  $P_0 = 1,2$  *квт*, а  $P_k = 0,8$  *квт*.

9,15. При испытании однофазного трансформатора на 35000/6600 *в* оказалось, что по данным опыта короткого замыкания  $u_k = 6,4\%$  и  $\varphi_k = 50^\circ$ .

Определить по векторной диаграмме вторичное напряжение и угол  $\varphi_1$  при полной нагрузке трансформатора, полагая при этом, что  $\cos \varphi_2 = 0,8$  (нагрузка индукционная), а первичное напряжение равно номинальному.

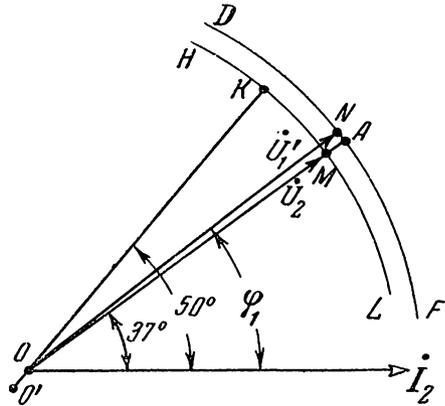
Примечание. При построении диаграммы током холостого хода пренебречь.

Решение.

Расположим по горизонтали (фиг. 9,15) вектор  $I_2$  в произвольном масштабе. Под углом  $\varphi_2 = 37^\circ$  к горизонтали проведем прямую и отложим на ней отрезок  $\overline{OA}$ , равный в некотором масштабе номинальному вторичному напряжению:  $|\overline{OA}| \cdot m_a = 6600 \text{ в}$  ( $m_a$  — масштаб напряжений).

Из точки  $O$  засекаем дугу  $DF$  с радиусом  $\overline{OA}$ .

Под углом  $\varphi_{к.} = 50^\circ$  к горизонтали проводим прямую через точку  $O$  и откладываем на этой прямой отрезок  $\overline{OO'}$ , равный в масштабе  $m_a$  напряжению короткого замыкания:



Фиг. 9,15

$$U_{к} = |\overline{OO'}| \cdot m_a = \frac{u_{к}}{100} U_{2н} = \frac{6,4}{100} \cdot 6600 \approx 422 \text{ в.}$$

Из точки  $O'$  засекаем дугу  $HL$  с радиусом  $O'K = \overline{OA}$ .

Отрезок  $\overline{OM}$  ( $M$  — точка пересечения дуги  $HL$  с прямой  $OA$ ) определяет напряжение  $U_2$ :

$$|\overline{OM}| \cdot m_a = U_2.$$

Проводя из точки  $M$  линию, параллельную  $\overline{O'K}$ , до пересечения с дугой  $DF$ , получаем отрезок  $\overline{MN}$ , равный напряжению короткого замыкания:

$$|\overline{MN}| \cdot m_a = U_{к},$$

а соединяя точки  $O$  и  $N$ , находим отрезок  $\overline{ON}$ , причем

$$|\overline{ON}| \cdot m_a = U_1',$$

так как

$$\dot{U}_1' = \dot{U}_2 + \dot{U}_{к},$$

что соответствует построению.

Из диаграммы графически определяем угол  $\varphi_1 \approx 38^\circ 30'$ .

9,16. Для получения четырехпроводной трехфазной системы соединили в группу три одинаковых однофазных трансформатора по 25 *кВа* при вторичном напряжении 220 в.

В полученную сеть включили смешанную нагрузку, причем фазные сопротивления эквивалентной звезды нагрузки были равны: активное 20 ом и индуктивное 15 ом.

Определить токи в проводах при правильном соединении трансформаторов и при ошибочном включении одного из них,

т. е. при ошибочной разметке концов вторичной обмотки одного трансформатора («начало» ошибочно помечено, как «конец»).

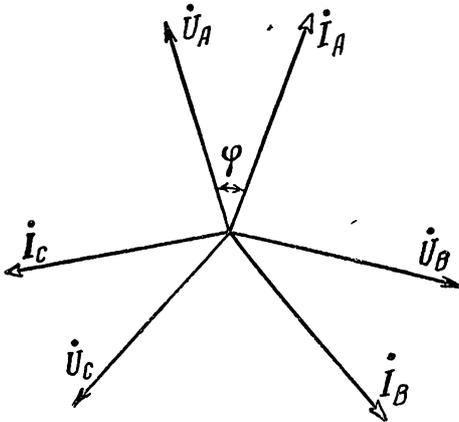
Падением напряжения в обмотках трансформаторов и в нейтрали в обоих случаях пренебречь.

Решение.

При правильном соединении

$$I = \frac{220}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = 8,8 \text{ а.}$$

Векторная диаграмма приведена на фиг. 9,16а.



Фиг. 9,16а

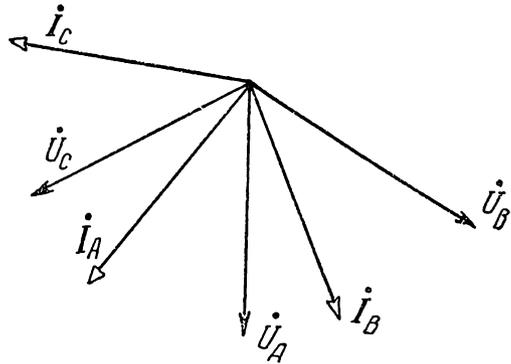
Рассмотрим случай неправильного соединения.

Допустим, что ошибочно включена фаза А. Тогда вектор  $\dot{U}_A$  на векторной диаграмме «опрокинется», т. е. повернется на  $180^\circ$  относительно своего положения на фиг. 9,16а. В связи с этим изменится направление вектора тока  $\dot{I}_A$ , что отмечено на векторной диаграмме фиг. 9,16б.

По величине токи в фазах нагрузки будут одинаковыми благодаря наличию нулевого провода и равны 8,8 а. Последовательность фаз напряжений и токов будет теперь обратная. Следует отметить, что,

несмотря на одинаковую фазную нагрузку, ток в нулевом проводе не будет равен нулю, так как получившаяся в результате такого соединения трехфазная система напряжений несимметрична.

Вектор тока в нулевом проводе будет равен  $\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ , а по абсолютной величине ток  $I_0 = 2I \cos 60^\circ + I = 17,6 \text{ а.}$



Фиг. 9,16б

9,17\*. В условиях предыдущей задачи определить линейные и фазные напряжения нагрузки и величины токов при неправильном присоединении одного трансформатора и обрыве нейтрали. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение.

Согласно принятому на фиг. 9,166 расположению векторов фазных напряжений трансформаторов

$$\dot{U}_A = 220 \text{ в}, \quad \dot{U}_B = (110 + j 190) \text{ в}, \quad \dot{U}_C = (110 - j 190) \text{ в}.$$

Определим смещение нейтрали, чтобы найти фазные напряжения нагрузки. При одинаковой проводимости всех фаз

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3} = 147 \text{ в}.$$

Фазные напряжения на нагрузке:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_0 = 220 - 147 = 73 \text{ в},$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_0 = 110 + j 190 - 147 = (-37 + j 190) \text{ в},$$

$$U'_B = 193 \text{ в}.$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_0 = 110 - j 190 - 147 = (-37 - j 190) \text{ в},$$

$$U'_C = 193 \text{ в}.$$

Токи в фазах:

$$\dot{i}_A = \frac{\dot{U}'_A}{Z} = \frac{73}{20 + j 15} = (2,34 - j 1,75) \text{ а},$$

$$I_A = \sqrt{2,34^2 + 1,75^2} \approx 2,9 \text{ а},$$

$$\dot{i}_B = \frac{\dot{U}'_B}{Z} = \frac{-37 + j 190}{20 + j 15} = (3,38 + j 6,96) \text{ а},$$

$$I_B \approx 7,7 \text{ а},$$

$$\dot{i}_C = \frac{\dot{U}'_C}{Z} = \frac{-37 - j 190}{20 + j 15} = (-5,74 - j 5,2) \text{ а},$$

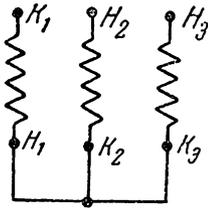
$$I_C \approx 7,7 \text{ а}.$$

Полученные результаты показывают, что токи в фазах различны по величине и образуют несимметричную систему, хотя сопротивления всех фаз одинаковы.

Фазные напряжения нагрузки различны по величине, хотя фазные напряжения трансформаторов по величине одинаковы. Причина этого заключается в несимметричности системы напряжений сети, что обусловлено неправильным соединением трансформаторов в группу.

Выражения напряжений и токов в комплексной форме позволяют построить векторную диаграмму.

9,18\*. Три одинаковых однофазных трансформатора соединены в группу, причем вторичные обмотки их образуют звезду с линейным напряжением 380 в. К данной группе трансформаторов подключена некоторая равномерная и однородная нагрузка, причем активное сопротивление каждой фазы эквивалентного треугольника нагрузки равно 31,6 ом, а индуктивное 24,5 ом.



Фиг. 9,18а

Определить фазные и линейные токи.

Как изменились бы фазные и линейные токи, если при соединении трансформаторов в группу один из них был бы включен ошибочно, что указано на фиг. 9,18а?

Сопротивлением обмоток трансформаторов пренебрегаем.

Решение.

Полное сопротивление фазы эквивалентного треугольника

$$z = \sqrt{31,6^2 + 24,5^2} = 40 \text{ ом.}$$

Фазные токи

$$I_{\phi} = \frac{380}{40} = 9,5 \text{ а.}$$

Линейные токи

$$I = 9,5 \cdot \sqrt{3} \approx 16,4 \text{ а.}$$

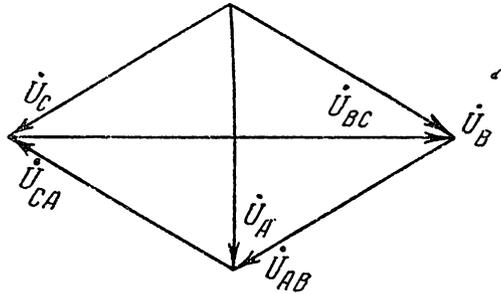
При ошибочном соединении обмоток системы фазных и линейных напряжений становятся несимметричными (фиг. 9,18б), что влечет за собой нарушение симметрии токов.

Определив по векторной диаграмме фиг. 9,18б напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  и  $U_{CA}$  на фазах нагрузки, находим фазные токи:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{z} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ а,}$$

$$I_{BC} = \frac{U_{BC}}{z} = \frac{380}{40} = 9,5 \text{ а,}$$

$$I_{CA} = \frac{U_{CA}}{z} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ а.}$$



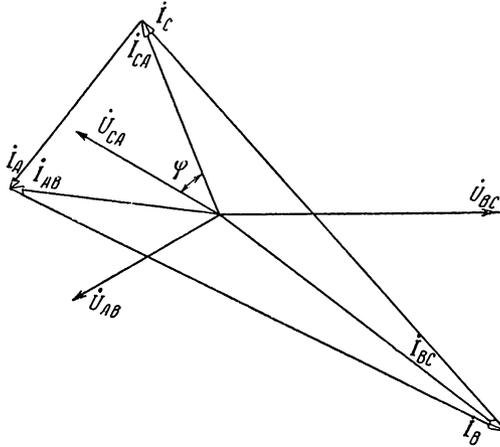
Фиг. 9,18б

Векторы фазных токов отстают от векторов соответствующих напряжений на фазах эквивалентного треугольника нагрузки на угол  $\varphi$  (фиг. 9,18в), определяемый из соотношения

$$\varphi = \arctg \frac{x}{r} = \arctg \frac{24,5}{31,6} = 37^\circ 45'.$$

Соединяя концы векторов фазных токов, находим векторы линейных токов.

Аналитически задача может быть решена следующим образом.



Фиг. 9,18в

Расположим вектор  $\dot{U}_A$  на фиг. 9,18б вдоль положительной полуоси вещественных чисел. Тогда фазные напряжения системы:

$$\dot{U}_A = U_A = 220 \text{ в.}$$

$$\dot{U}_B = (110 + j190) \text{ в} \quad \text{и} \quad \dot{U}_C = (110 - j190) \text{ в.}$$

Линейные напряжения:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = (110 - j190) \text{ в,}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = +j380 \text{ в,}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = (-110 - j190) \text{ в.}$$

Фазные токи нагрузки:

$$\dot{i}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{110 - j190}{31,6 + j24,5} \approx (-0,73 - j5,5) \text{ а,} \quad I_{AB} = 5,5 \text{ а,}$$

$$\dot{i}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{j380}{31,6 + j24,5} \approx (5,8 + j7,5) \text{ а,} \quad I_{BC} = 9,5 \text{ а,}$$

$$\dot{i}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = \frac{-110 - j190}{31,6 + j24,5} \approx (-5,1 - j2) \text{ а,} \quad I_{CA} = 5,5 \text{ а.}$$

Линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{i}_{AB} - \dot{i}_{CA} = (4,37 - j3,5) \text{ а,} \quad I_A \approx 5,5 \text{ а;}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = (6,5 + j13) \text{ а}, & I_B &\approx 14,5 \text{ а.} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = (-10,9 - j9,6) \text{ а}, & I_C &\approx 14,5 \text{ а.} \end{aligned}$$

На основании полученных данных построена векторная диаграмма фиг. 9,18в.

**9,19.** Какую кажущуюся мощность можно получить при параллельной работе двух однофазных трансформаторов, если номинальная мощность первого  $S_{1н} = 100 \text{ ква}$  и напряжение короткого замыкания  $u_{к1} = 10\%$ , а номинальная мощность второго  $S_{2н} = 200 \text{ ква}$  и  $u_{к2} = 5\%$ ?

Решение.

Соотношение мощностей двух трансформаторов при параллельной работе

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_{1н}}{S_{2н}} \cdot \frac{u_{к2}}{u_{к1}} = \frac{100}{200} \cdot \frac{5}{10} = 0,25,$$

откуда

$$S_1 = 0,25 S_2.$$

Полагая, что  $S_2 = S_{2н}$ , имеем

$$S_1 = 0,25 S_{2н} = 0,25 \cdot 200 = 50 \text{ ква.}$$

Следовательно, мощность, которую можно получить от двух трансформаторов при параллельной работе,

$$S = S_1 + S_2 = 50 + 200 = 250 \text{ ква,}$$

что меньше суммы их номинальных мощностей.

Если принять  $S_1 = S_{1н} = 100 \text{ ква}$ ,

то

$$S_2 = \frac{S_1}{0,25} = \frac{100}{0,25} = 400 \text{ ква.}$$

Такую перегрузку второго трансформатора допустить нельзя, следовательно, последнее предположение ( $S_1 = S_{1н}$ ) неприемлемо.

**9,20.** Как распределится нагрузка  $100 \text{ ква}$  между трансформаторами предыдущей задачи (9,19)?

Ответ.  $S_1 = 20 \text{ ква}$ ,  $S_2 = 80 \text{ ква}$ .

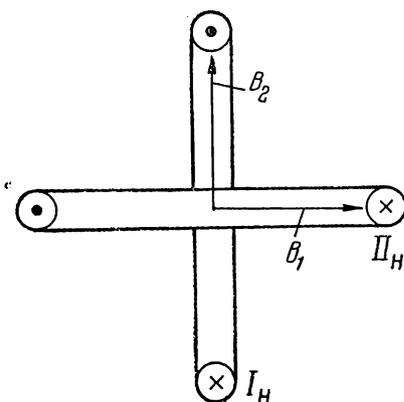
## 10. АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

10.1. Построить кривую вращающегося магнитного поля, т. е. начертить геометрическое место концов вектора результирующей магнитной индукции в центре двух катушек, сдвинутых в пространстве на угол  $90^\circ$  (фиг. 10,1a), по которым проходят синусоидальные токи, сдвинутые по фазе на угол  $\frac{\pi}{2}$ , для следующих случаев:

а) токи в катушках равны по величине, при этом ток во второй катушке опережает ток в первой;

б) токи в катушках равны по величине, но ток во второй катушке отстает от тока в первой;

в) отношение амплитуды тока во второй катушке к амплитуде тока в первой катушке равно 2:3.



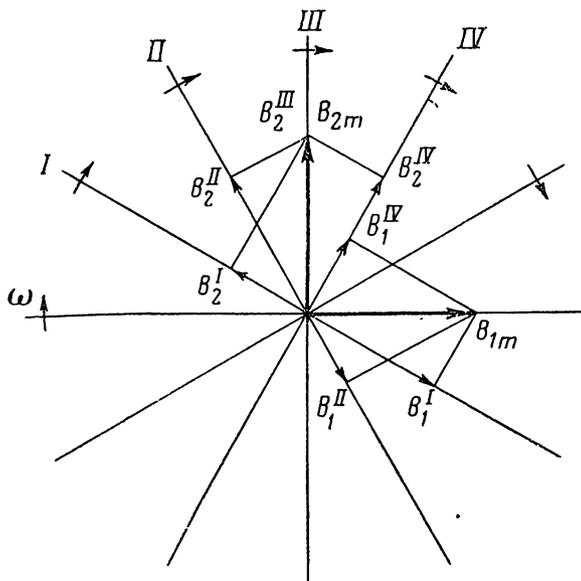
Фиг. 10,1a

Магнитную индукцию считать пропорциональной току.

Решение.

а) В соответствии с расположением катушек и положительным направлением тока в них (фиг. 10,1a) можно характеризовать магнитное поле каждой катушки в общем центре соответствующим вектором магнитной индукции. Пользуясь правилом буравчика, находим, что при положительных значениях тока вектор  $\vec{B}_1$  должен откладываться по горизонтали вправо, а вектор  $\vec{B}_2$  — по вертикали вверх. Кроме того, нужно учесть, что магнитное поле каждой катушки в отдельности представляет собою пульсирующее магнитное поле, следовательно, векторы магнитной индукции будут иметь различную величину и направление в различные моменты времени.

Чтобы найти мгновенные значения магнитной индукции  $B_1$  и  $B_2$  в центре катушек (фиг. 10,1а), будем проецировать векторы  $B_{1m}$  и  $B_{2m}$  на линию времени (фиг. 10,1б), причем векторы  $B_{1m}$  и  $B_{2m}$  расположим в соответствии с указанием, сделанным в условии задачи относительно сдвига фаз токов в катушках: вектор  $B_{2m}$  опережает на угол  $\frac{\pi}{2}$  вектор  $B_{1m}$ . Полученные мгновенные значения магнитной индукции суммируем с учетом пространственного сдвига катушек, для чего переносим соответствующие



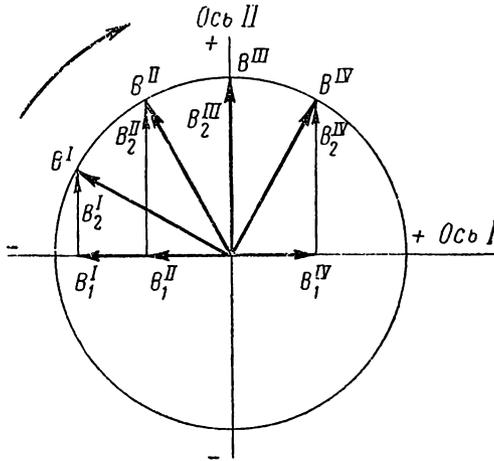
Фиг. 10,1б

векторы на две взаимно перпендикулярные оси (I и II, фиг. 10,1в), представляющие собою оси пульсирующих магнитных потоков первой и второй катушек. Вектор  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  характеризует суммарное магнитное поле в центре катушек и является вектором результирующей магнитной индукции.

Производя такие построения для различных моментов времени (I, II и т. д.), находим мгновенные значения результирующей магнитной индукции ( $\vec{B}^I, \vec{B}^{II}$  и т. д.) и тем самым устанавливаем геометрическое место концов векторов  $\vec{B}$ , которое представляет собою окружность. Следовательно, в данном случае получится круговое вращающееся магнитное поле.

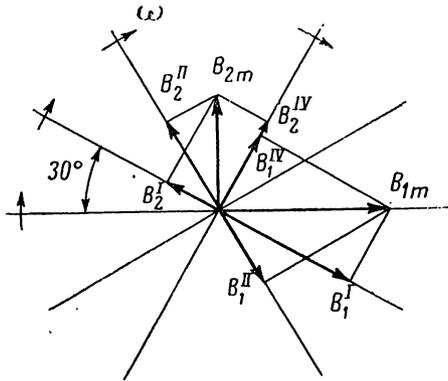
б) Направление вращения векторов результирующей магнитной индукции в предыдущем случае совпадало с направлением вра-

щения линии времени. В данном случае изменится направление движения вращающегося магнитного поля, в чем можно убедиться путем графических построений, подобных предыдущим.



Фиг. 10,1в

в) Построение производится так же, как и в п. «а», но величина вектора  $B_{2m}$  равна  $\frac{2}{3}$  величины вектора  $B_{1m}$  (фиг. 10,1г). Так как геометрическим местом концов вектора результирующей

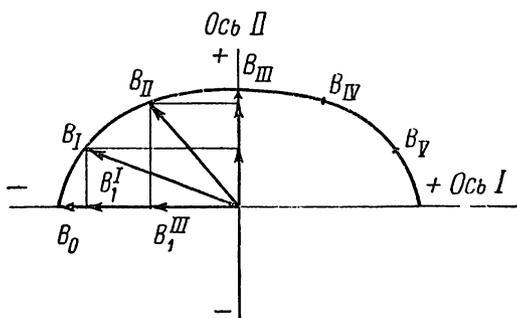


Фиг. 10,1г

магнитной индукции является эллипс, то это магнитное поле называется эллиптическим вращающимся магнитным полем (фиг. 10,1д).

Следует отметить, что в отличие от постоянной скорости кругового поля скорость вращения эллиптического поля является переменной.

10,2. Как изменятся результаты пп. «а» и «в» предыдущей задачи, если вторая катушка будет смещена в направлении вращения часовой стрелки на  $30^\circ$ ?

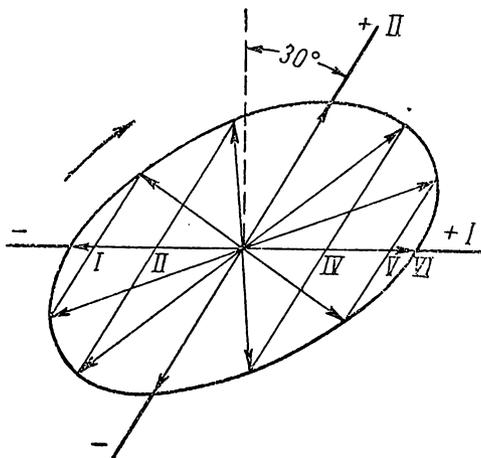


Фиг. 10,1д

Построить кривые вращающегося магнитного поля для данного случая.

Указание и ответ.

Построение кривой вращающегося магнитного поля производится подобно тому, как это делалось в предыдущей задаче, но



Фиг. 10,2а

ось  $II$  смещается на угол  $30^\circ$ , так как при повороте второй катушки соответственно поворачивается и ось ее магнитного поля.

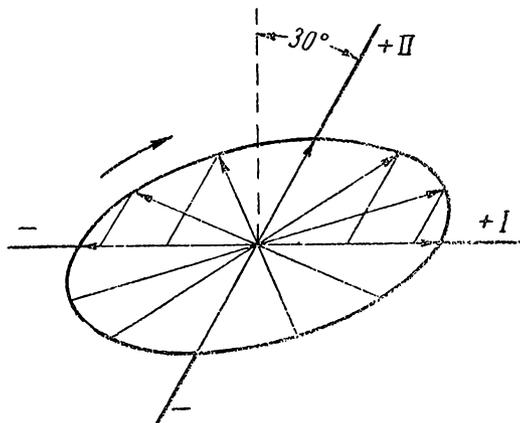
Резльтирующее поле в обоих случаях является эллиптическим. На фиг. 10,2а представлен график для случая, когда  $I_{1m} =$

$= I_{2m}$  и  $B_{1m} = B_{2m}$ , а фиг. 10,26 соответствует случаю, когда  $\frac{B_{1m}}{B_{2m}} = \frac{3}{2}$ .

**10.3.** Построить графики трехфазного вращающегося магнитного поля для случаев симметричной системы и обрыва провода в одной фазе симметричной системы.

**Указание.**

Для трехфазной системы построение ведется подобно тому, как это делается для двухфазной системы, но в этом случае на линию времени проектируются три вектора (если нет обрыва фазы). Найденные таким образом проекции, т. е. векторы мгновенных



Фиг. 10,26

значений магнитной индукции каждой катушки в отдельности, размещают по трем осям, расположенным под углом  $120^\circ$  одна относительно другой и представляющим собою оси магнитных полей соответствующих катушек. Затем, суммируя эти векторы, находят мгновенные значения результирующей магнитной индукции для различных моментов времени (для тех или иных положений оси времени) и определяют геометрическое место концов вектора результирующей магнитной индукции.

В первом случае получается круговое вращающееся магнитное поле, а во втором случае — эллиптическое.

**10.4.** Число пазов трехфазной машины равно 72, число пазов на полюс и фазу равно 3.

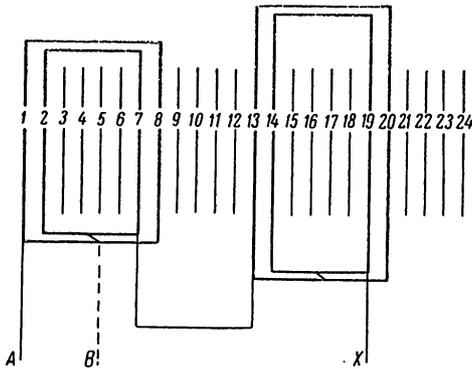
Определить число полюсов и смещение начала обмотки второй фазы относительно первой.

Обмотка катушечная и однослойная.

Ответ.  $2p = 8$ . Начала обмоток смещены на 6 пазов.

10,5. Начертить схему трехфазной однослойной обмотки, если  $2p=4$  и  $q=2$ .

Соединение катушек в группе последовательное.

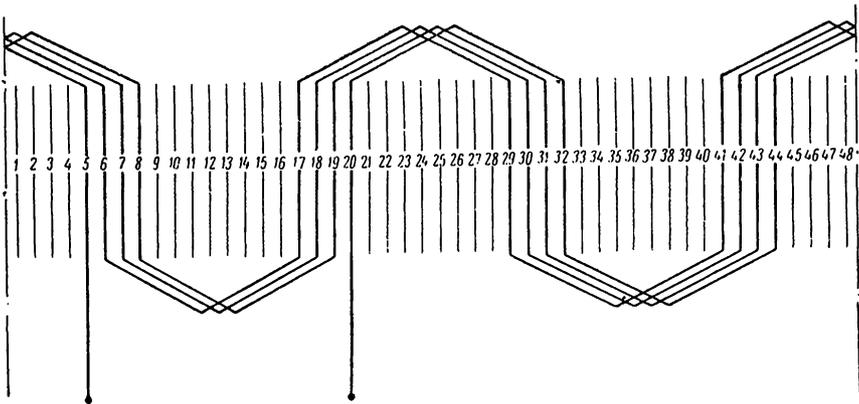


Фиг. 10,5

Смещение начал соседних фаз:

$$\frac{\tau \cdot 120}{180} = 6 \text{ пазов.}$$

Вычерчивание схемы обмотки производится подобно тому, как это сделано в предыдущей задаче.



Фиг. 10,7

10,7. Начертить схему трехфазной однослойной стержневой (волновой) обмотки, которая должна быть выполнена с помощью вилки, если  $Z=48$ ,  $2p=4$  и  $q=4$ .

Ответ.

На фиг. 10,7 приведена схема обмотки для одной фазы.

Обмотки фаз соединены звездой.

Ответ.

Схема обмотки для одной фазы приведена на фиг. 10,5.

10,6. Начертить схему трехфазной катушечной (однослойной) обмотки, если  $Z=36$  и  $2p=4$ .

Ответ.

$q=3$ , шаг обмотки (в пазух):  $y = \frac{Z}{2p} = \frac{36}{4} = 9 = \tau$ .

10.8. На статоре трехфазного асинхронного двигателя расположены 9 катушек.

Определить скорость вращения ротора этого двигателя при работе с полной нагрузкой, если считать, что скольжение равно 4%, а частота сети  $f=50$  гц.

Решение.

Скорость вращения поля  $n_1 = \frac{60 \cdot f}{p}$ ; число пар полюсов равно числу катушек, деленному на число фаз:  $p = \frac{9}{3} = 3$ , тогда

$$n_1 = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/мин.}, \quad s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

или

$$n_2 = n_1 - sn_1;$$

$$n_2 = 1000 - 0,04 \cdot 1000 = 960 \text{ об/мин.}$$

10.9. Ротор четырехполюсного асинхронного двигателя, приключенного к сети трехфазного тока с частотой  $f=50$  гц, делает 1440 об/мин.

Чему равно скольжение?

Ответ.  $s=4\%$ .

10.10. В обмотке ротора асинхронного двигателя при неподвижном состоянии наводится э. д. с., равная при разомкнутом роторе напряжению на его зажимах, т. е.  $E_2 = U_2 = 600$  в.

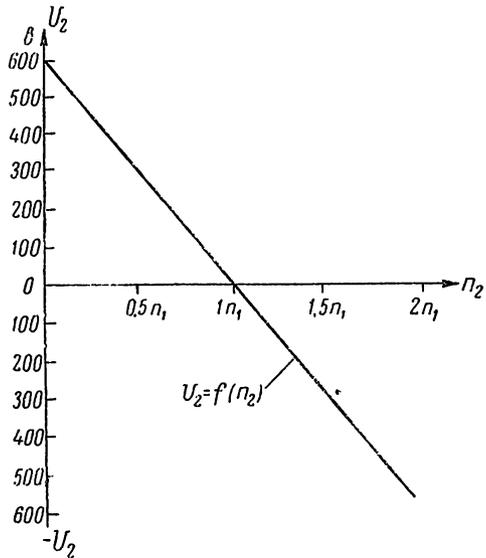
По какому закону будет изменяться напряжение на кольцах вращающегося ротора, если скорость его при неизменном основном

потоке будет непрерывно увеличиваться до  $n_2 = 2n_1$ , где  $n_1$  — скорость вращения вращающегося поля?

Указание и ответ.

В качестве ответа приведена на фиг. 10,10 кривая изменения напряжения на зажимах ротора. Объяснить отрицательный знак  $U_2$  при  $n_2 > n_1$ .

10.11. Напряжение, приложенное к каждой фазе трехфазного асинхронного двигателя,  $U_\phi = 380$  в, частота сети  $f = 50$  гц, число полюсов  $2p = 6$ .



Фиг. 10,10.

Пренебрегая падением напряжения в обмотке статора, определить э. д. с., индуцированную в фазе ротора асинхронного двигателя, а также частоту этой э. д. с., если ротор вращается по направлению поля со скоростью  $n_2 = 750$  об/мин., а коэффициент трансформации напряжений  $c = \frac{\kappa_{об1} \omega_1}{\kappa_{об2} \omega_2} = 0,43$ , где  $\kappa_{об1}$  и  $\kappa_{об2}$  — обмоточные коэффициенты соответственно обмоток статора и ротора, а  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — числа их витков.

Ответ.  $E_2 = 222$  в,  $f_2 = 12,5$  гц.

10,12. Найти величины э. д. с., индуцируемых в фазе статора и ротора асинхронного двигателя при неподвижном роторе и при его вращении со скольжением  $s = 0,04$ , если известны: поток на полюс и на фазу  $\Phi_m = 2,67 \cdot 10^{-2}$  вб  $= 2,67 \cdot 10^6$  мкс, числа витков и обмоточные коэффициенты соответственно обмоток статора и ротора равны  $\omega_1 = 320$ ,  $\omega_2 = 26$ ,  $\kappa_{об1} = 0,912$  и  $\kappa_{об2} = 0,957$ . Частота сети  $f = 50$  гц.

Решение.

Э. д. с., индуцированная в обмотке статора, не зависит от скольжения и определяется по формуле

$$E_1 = 4,44 \cdot f_1 \omega_1 \kappa_{об1} \Phi_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 320 \cdot 0,912 \cdot 2,67 \cdot 10^2 = 1730 \text{ в.}$$

Э. д. с., индуцированная в обмотке неподвижного ротора, равна

$$E_{2н} = E_1 \frac{\omega_2 \kappa_{об2}}{\omega_1 \kappa_{об1}} = 1730 \frac{26 \cdot 0,957}{320 \cdot 0,912} = 148 \text{ в.}$$

Э. д. с., индуцированная в обмотке ротора, вращающегося со скольжением  $s$ , равна

$$E_2 = E_{2н} s = 148 \cdot 0,04 \approx 6,0 \text{ в.}$$

10,13. Линейное напряжение на зажимах трехфазного асинхронного двигателя,  $U_1 = 2000$  в; обмотки статора и ротора соединены звездой. Число витков одной фазы обмотки ротора  $\omega_2 = 30$ , обмоточные коэффициенты  $\kappa_{об1} = 0,92$  и  $\kappa_{об2} = 0,957$ , поток на полюс и на фазу  $\Phi_m = 3,51 \cdot 10^{-2}$  вб  $= 3,51 \cdot 10^6$  мкс, частота сети  $f = 50$  гц.

Пренебрегая падением напряжения в обмотке статора, определить напряжение на кольцах разомкнутого неподвижного ротора.

Ответ.  $U_2 = 224$  в.

10,14. Числа витков и обмоточные коэффициенты обмоток статора и ротора асинхронного двигателя соответственно равны  $\omega_1 = 320$ ,  $\omega_2 = 26$ ,  $\kappa_{об1} = 0,912$ ,  $\kappa_{об2} = 0,957$ .

Определить ток в обмотке статора и подведенную мощность, если известно, что при номинальном моменте ток в фазе ротора

$I_2 = 277$  а, а ток холостого хода двигателя составляет 25% от тока в роторе, приведенного к виткам обмотки статора. Линейное напряжение, приложенное к обмотке статора,  $U = 3000$  в, коэффициент мощности двигателя  $\cos \varphi_1 = 0,91$ . Ток холостого хода считать чисто реактивным, а падением напряжения в обмотке статора пренебречь.

Статор и ротор имеют одинаковое число фаз. Обмотки статора соединены звездой.

Решение.

Приведенный ток ротора определяется из равенства

$$I'_2 = I_2 \frac{\omega_2 \kappa_{\sigma 2}}{\omega_1 \kappa_{\sigma 1}} = 277 \frac{26 \cdot 0,957}{320 \cdot 0,912} = 23,6 \text{ а.}$$

Ток холостого хода  $I_0 = 0,25 \cdot 23,6 = 5,9$  а.

Для определения тока  $I_1$  в обмотке статора построим векторную диаграмму (фиг. 10,14). Вектор тока холостого хода  $I_0$  откладываем под углом равным  $\frac{\pi}{2}$  к вектору напряжения  $\dot{U}_1$ .

Под углом  $\varphi_1$  к вектору  $\dot{U}_1$  проводим прямую, указывающую направление тока  $\dot{I}_1$ , а из конца вектора  $\dot{I}_0$  откладываем вектор  $\dot{I}'_2$  до пересечения с этой прямой и находим  $I_1 = 25,4$  а.

Величина мощности, подводимой к двигателю, определяется выражением

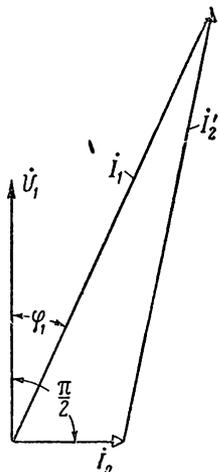
$$\begin{aligned} P_1 &= 3U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 3 \cdot \frac{3000}{\sqrt{3}} 25,4 \cdot 0,91 = \\ &= 120\,000 \text{ вт} = 120 \text{ квт.} \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что в данном примере мы не учитываем потери холостого хода двигателя, в силу чего мощность двигателя получилась преуменьшенной.

10,15. Асинхронный двигатель имеет следующие данные:  $U_{1н} = 2000$  в,  $P_{1н} = 300$  квт, число пар полюсов  $p = 3$ , активное сопротивление фазы статора  $r_1 = 0,157$  ом, активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к виткам обмотки статора,  $r'_2 = 0,19$  ом; реактивное сопротивление обмотки статора  $x_1 = 1,32$  ом и ротора  $x'_2 = 1,32$  ом.

К. п. д. двигателя  $\eta = 0,93$ ;  $\cos \varphi_1 = 0,87$ . Ток ротора, приведенный к виткам обмотки статора,  $I'_2 = 95,7$  а. Обмотки статора и ротора соединены по схеме звезда — звезда.

Определить величину скольжения при номинальной мощности двигателя.



Фиг. 10,14

Решение.

Ток в статоре находим, исходя из мощности двигателя:

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_{1н} \eta \cos \varphi_1} = \frac{300 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 2000 \cdot 0,93 \cdot 0,87} = 107 \text{ а.}$$

Для определения скольжения пользуемся формулой

$$I'_2 = \frac{E'_2}{\sqrt{\left(\frac{r'_2}{s}\right)^2 + (x'_2)^2}},$$

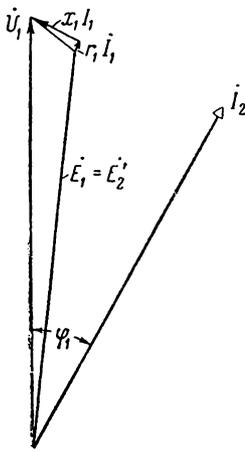
из которой следует, что

$$s = \frac{I'_2 r'_2}{\sqrt{(E'_2)^2 - (I'_2 x'_2)^2}}.$$

Для того чтобы найти величину скольжения, надо предварительно определить э. д. с. в обмотке ротора, приведенную к виткам обмотки статора. Величина этой э. д. с. определяется из векторной диаграммы (фиг. 10,15), для построения которой вычисляем  $I_1 r_1 = 107 \cdot 0,157 = 16,8 \text{ в}$  и  $I_1 x_1 = 107 \cdot 1,32 = 141 \text{ в}$ .

Из диаграммы имеем  $E'_2 = 1075 \text{ в}$ . Величина скольжения будет равна

$$s = \frac{95,7 \cdot 0,19}{\sqrt{1075^2 - (95,7 \cdot 1,32)^2}} = 0,0170, \text{ или } 1,7\%.$$



Фиг. 10,15

**10,16.** Активное сопротивление обмотки ротора четырехполюсного асинхронного двигателя  $r_2 = 0,02 \text{ ом}$ . Ротор двигателя вращается при номинальной нагрузке и частоте сети  $f = 50 \text{ гц}$  со скоростью  $n = 1485 \text{ об/мин}$ .

Определить величину добавочного сопротивления  $r_d$ , которое необходимо включить в цепь ротора, чтобы при том же тормозном моменте и неизменной частоте сети скорость вращения ротора была равна  $n = 900 \text{ об/мин}$ .

Решение.

Величина скольжения при  $n = 1485 \text{ об/мин}$  будет равна

$$s = \frac{1500 - 1485}{1500} = 0,01.$$

Скольжение при  $n = 900 \text{ об/мин}$  равняется  $s' = \frac{1500 - 900}{1500} = 0,4$ .

Для определения добавочного сопротивления можно воспользоваться равенством

$$\frac{r_d + r_2}{s'} = \frac{r_2}{s},$$

откуда

$$r_d = r_2 \left( \frac{s'}{s} - 1 \right) = 0,02 \left( \frac{0,4}{0,01} - 1 \right) = 0,78 \text{ ом.}$$

**10,17.** Асинхронный двигатель имеет следующую зависимость вращающего момента от скольжения:

$M, \text{ кгм}$	30	60	90	120	150
$s, \%$	0,48	0,92	1,4	1,9	2,52

Найти зависимость вращающего момента от скольжения для того же двигателя при добавочном сопротивлении в цепи ротора равном  $r_d = 4r_2$ , где  $r_2$  — активное сопротивление обмотки ротора.

Указание.

Для расчета следует пользоваться формулой

$$M = \frac{m_1 (I_2')^2 \frac{R_2'}{s'}}{\omega}.$$

Из этой формулы видно, что для одного и того же значения вращающего момента при увеличении активного сопротивления  $R_2'$  растет скольжение  $s$ . Поэтому, если сопротивление  $R_2' = r_2' + 4r_2' = 5r_2'$ , то  $s' = 5s$ .

Ответ.

$M, \text{ кгм}$	30	60	90	120	150
$s, \%$	2,4	4,6	7,0	9,5	12,6

**10,18.** Трехфазный асинхронный двигатель, работающий при частоте  $f = 50 \text{ гц}$ , имеет зависимость момента от скольжения, приведенную в предыдущей задаче (10,17). Число полюсов  $2p = 6$ , сопротивление одной фазы обмотки ротора  $r_2 = 0,025 \text{ ом}$ .

Определить величину сопротивления, которое необходимо включить в цепь ротора, чтобы при скорости вращения равной  $n_2 = 900 \text{ об/мин}$  машина могла развивать в режиме электромагнитного тормоза момент  $120 \text{ кгм}$ , и найти скольжение  $s$ .

Ответ.

Скольжение  $s = 1,9$ ;  $r_d = 2,475 \text{ ом}$ .

10,19. Для трехфазного асинхронного двигателя заданы следующие величины:

мощность двигателя	$P_2 = 40 \text{ кВт}$
напряжение	$U_1 = 500 \text{ в}$
число пар полюсов	$p = 4$
число витков обмотки статора	$w_1 = 72$
число витков обмотки ротора	$w_2 = 32$
обмоточные коэффициенты	$k_{сб_1} = k_{сб_2} = 0,96$
число фаз	$m_1 = m_2 = 3$
активное сопротивление фазы статора	$r_1 = 0,129 \text{ ом}$
активное сопротивление фазы ротора	$r_2 = 0,0278 \text{ ом}$
реактивное сопротивление фазы статора	$x_1 = 0,48 \text{ ом}$
реактивное сопротивление фазы ротора	$x_2 = 0,0907 \text{ ом}$
потери в стали	$P_c = 1270 \text{ вт}$
реактивная составляющая тока холостого хода	$I_{0r} = 23,3 \text{ а}$
коэффициент полезного действия	$\eta = 0,89$
коэффициент мощности	$\cos \varphi_1 = 0,86$
механические потери	$P_{\text{мех}} = 0,015 \cdot P_2$

Кроме того, известно, что намагничивающая сила обмотки статора при работе двигателя с полной нагрузкой на 40% больше намагничивающей силы обмотки ротора и  $E_1 \approx 0,97 U_1$ .

Соединение обмоток  $Y/Y$ .

Определить: токи в обмотке статора и ротора при номинальной мощности, максимальное напряжение на кольцах и скольжение при работе двигателя с полной нагрузкой.

Решение.

Потребляемая двигателем мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} \text{ или } \sqrt{3} \cdot I_1 \cdot U_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \eta = P_2,$$

откуда

$$I_1 = \frac{P_2}{\sqrt{3} U_1 \cos \varphi_1 \eta} = \frac{40000}{\sqrt{3} \cdot 500 \cdot 0,89 \cdot 0,86} = 60,5 \text{ а.}$$

По условию

$$I_2 w_2 = 0,9 \cdot I_1 \cdot w_1$$

или

$$I_2 = \frac{0,9 \cdot I_1 \cdot w_1}{w_2} = \frac{0,9 \cdot 60,5 \cdot 72}{32} = 123 \text{ а.}$$

Наибольшее напряжение на кольцах возникает при отключенном пусковом реостате и неподвижном роторе. При указанных условиях это напряжение

$$U_2 = U_1 \frac{w_2}{w_1} = 500 \frac{32}{72} = 222 \text{ в.}$$

Из выражения

$$I_1 = \frac{U_{1\phi}}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s}\right)^2 + (x_1 + x'_2)^2}}$$

находим величину скольжения

$$s = \frac{r'_2}{A - r_1},$$

где

$$A^2 = \frac{U_{1\phi}^2}{I_1^2} - x_{\kappa}^2,$$

$$r'_2 = r_2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = 0,0278 \cdot 5,06 \approx 0,14 \text{ ом},$$

и  $x_{\kappa} = x_1 + x'_2 = 0,94 \text{ ом},$

так как  $x'_2 = 0,0907 \cdot 5,06 = 0,46 \text{ ом},$

$$U_{1\phi} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289 \text{ в.}$$

Следовательно,

$$A^2 = \frac{289^2}{60,5^2} - 0,94^2 = 22,8 - 0,88 = 21,92; \quad A = 4,68.$$

Скольжение в процентах:

$$s \% = \frac{r'_2 \cdot 100}{A - r_1} = \frac{0,14 \cdot 100}{4,68 - 0,129} = 3,1 \%$$

**10,20.** Определить пусковой ток двигателя, рассмотренного в задаче 10,19, при безреостатном пуске его, а также ток холостого хода и построить треугольник короткого замыкания.

Ответ.

$$I_n = 295 \text{ а}; \quad \cos \varphi_{\kappa} = 0,276; \quad z_{\kappa} = 0,98 \text{ ом}; \quad I_0 = 23,5 \text{ а}.$$

**10,21.** В условиях задачи 10,19 найти вращающий момент двигателя при работе его с полной нагрузкой и максимальный момент.

При каком скольжении будет иметь место опрокидывание двигателя?

Решение.

Вращающий момент в килограммометрах при полной нагрузке можно определить по приближенной формуле  $M = 0,975 \frac{P_2}{n_1} = 0,975 \frac{40000}{750} = 52,0 \text{ кгм}$  или по более точной формуле

$$M = 0,975 \cdot m \cdot \frac{I_2^2 r_2}{s n_1} = 0,975 \cdot 3 \cdot \frac{123^2 \cdot 0,0278}{0,03 \cdot 750} = 54,5 \text{ кгм.}$$

Ошибка при приближенном подсчете составляет

$$\Delta M = \frac{54,5 - 52,0}{54,5} \cdot 100 = 4,6\%.$$

Максимальный момент наступит при скольжении  $s_m$  равном

$$s_m = \frac{r'_2}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} \approx \frac{r'_2}{x_k} = \frac{0,14}{0,94} = 0,149,$$

или  $s_m = 14,9\%$ .

Величина максимального момента находится по формуле

$$\begin{aligned} M_m &= M_n \frac{\frac{s_n}{s_m} + \frac{s_m}{s_n} + \frac{2r_1}{r'_2} s_m}{2 + \frac{2r_1}{r'_2} s_m} = \\ &= 54,5 \frac{\frac{0,03}{0,149} + \frac{0,149}{0,03} + \frac{2 \cdot 0,129}{0,14} \cdot 0,149}{2 + \frac{2 \cdot 0,129}{0,14} \cdot 0,149} \approx 130 \text{ кгм,} \end{aligned}$$

**10,22.** Какое сопротивление следует включить в цепь ротора двигателя задачи 10,19, чтобы пусковой момент был равен максимальному вращающему моменту?

Ответ.  $r_d = 0,158 \text{ ом.}$

**10,23.** Определить пусковой момент двигателя, приведенного в задаче 10,19, при безреостатном пуске его и вычислить отношения:

$$\frac{M_n}{M}, \frac{M_m}{M} \text{ и } \frac{I_{1n}}{I_{1н}},$$

где:

$M_n$  — пусковой вращающий момент при пуске без реостата;  
 $M$  — вращающий момент при номинальной нагрузке;  
 $M_m$  — максимальный момент.

Решение.

Пусковой момент в килограммометрах:

$$M_n = 0,975 \cdot 3 \frac{I_{2n}^2 r_2}{n_1^2},$$

так как при этом  $s = 1$ ,

При пуске  $I_{2н} = I_{1н} \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) = 295 \cdot 2,25 = 664 \text{ а.}$

$$M_n = 0,975 \cdot 3 \cdot \frac{664^2 \cdot 0,0278}{750} = 47,8 \text{ кгм.}$$

$$\frac{M_n}{M} = \frac{47,8}{54,5} = 0,87,$$

$$\frac{M_m}{M} = \frac{130}{54,5} = 2,38,$$

что является нормальным.

Отношение токов  $I_{1п}$  и  $I_{1н}$  равняется

$$\frac{I_{1п}}{I_{1н}} = \frac{295}{60,5} = 4,88.$$

**10,24.** Какое сопротивление должен иметь реостат, чтобы при включении его в цепь ротора двигателя задачи 10,19 скорость вращения ротора при работе двигателя с полной нагрузкой понизилась на 30%?

Каков будет к. п. д. двигателя при таком режиме?

Решение.

Вращающий момент двигателя при указанной регулировке должен оставаться неизменным, так как предполагается, что нагрузка при этом не изменяется. Такое положение возможно, если  $r_2$  будет изменяться прямо пропорционально скольжению  $s$ , что видно из формулы

$$M = m \cdot \frac{I_2^2 r_2}{s \omega_1}.$$

Если отношение  $\frac{r_2}{s}$  будет оставаться постоянным, то и ток  $I_2$  не будет изменяться ни по величине, ни по фазе.

Как видно из задачи 10,19, скольжение при полной нагрузке  $s = 3,1\%$ . Скорость вращения ротора равна

$$n_2 = n_1 - sn_1 = 750 - 23,25 \approx 727 \text{ об/мин.}$$

Требуемая по условию данной задачи скорость вращения

$$n_2' = n_2 - 0,3 \cdot n_2 = 727 - 0,3 \cdot 727 = 509 \text{ об/мин.}$$

Скольжение, соответствующее этой скорости:

$$s' = \frac{n_1 - n_2'}{n_1} = \frac{750 - 509}{750} = 0,322 \text{ или } s' \% = 32,2\%.$$

Находим теперь сопротивление цепи ротора  $R_2$ , соответствующее скольжению  $s'$ , исходя из соотношения

$$\frac{R_2}{s'} = \frac{r_2}{s},$$

откуда

$$R_2 = r_2 \frac{s'}{s} = 0,0278 \cdot \frac{32,2}{3,1} = 0,29 \text{ ом},$$

а искомое сопротивление  $r_p$  реостата

$$r_p = R_2 - r_2 = 0,29 - 0,0278 \approx 0,26 \text{ ом}.$$

Чтобы найти к. п. д. ( $\eta$ ) при скольжении  $s'$ , исходим из следующих соображений: вращающий момент при новом режиме работы двигателя не изменится, но скорость вращения становится равной  $n'_2$ , следовательно, изменяется мощность  $P'_2$  двигателя. Эту мощность можно найти из соотношений:

$$P_2 = k \cdot n_2,$$

$$P'_2 = k \cdot n'_2,$$

где  $k$  — некоторая постоянная.

Тогда

$$P'_2 = P_2 \frac{n'_2}{n_2} = 40 \frac{509}{727} = 28 \text{ квт}.$$

Подводимая к двигателю мощность  $P_1$  должна остаться неизменной, так как  $U_1 = \text{пост.}$ ; кроме того, ток ротора<sup>4</sup>, как указывалось, не изменяется. Это можно проверить, считая, что теперь к потерям в двигателе нужно прибавить потери в реостате, которые на одну фазу равны  $I_2^2 r_p$ .

При этом условии

$$\eta' = \frac{P'_2}{P'_2 + P_c + P_{\text{мех}} + I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_2^2 r_p} = \frac{P'_2}{P_1}$$

или

$$\eta' = \frac{28000}{28000 + 4546 + 3 \cdot 123^2 \cdot 0,26} = \frac{28000}{44400} = 0,63.$$

Таким образом, к. п. д. уменьшается примерно на

$$\frac{0,89 - 0,63}{0,89} \cdot 100 = 30\%.$$

Если регулировка скорости двигателя производится с помощью реостата, включаемого в цепь ротора, то изменение к. п. д. пропорционально изменению скорости вращения.

Из решения данной задачи видно, что вопрос об изменениях к. п. д. в аналогичных случаях может быть решен весьма просто на основании соотношения

$$P'_2 = P_2 \frac{n'_2}{n_2} \quad \text{или} \quad \eta' = \eta \frac{n'_2}{n_2}.$$

В нашем случае

$$\eta' = 0,89 \cdot \frac{509}{727} \approx 0,63.$$

**10,25.** Имеется короткозамкнутый асинхронный двигатель, мощность которого равна  $75 \text{ кВт}$ .

По паспорту двигателя и по каталогу находим для него следующие данные:  $U_1 = 380 \text{ в}$  при соединении обмоток статора треугольником; синхронная скорость вращения  $n_1 = 1000 \text{ об/мин.}$ ,

$$\eta = 0,91; \cos \varphi_1 = 0,88.$$

Отношение пускового тока к номинальному

$$\frac{I_n}{I_n} = 8.$$

Определить номинальный вращающий момент и пусковой ток двигателя (в фазах двигателя и в линии) при указанном соединении обмоток статора.

Как изменится пусковой ток в фазах двигателя и в линии, если пуск двигателя производится с помощью переключателя со звезды на треугольник?

Чему равно отношение пусковых моментов при пуске с помощью переключателя и при непосредственном включении двигателя в сеть?

Ответ.

$$I_n = 142,5 \text{ а}; I_n = 8 I_n;$$

$$M_n = 75 \text{ кгм.}$$

Отношения линейных пусковых токов  $\frac{I_Y}{I_\Delta} = \frac{1}{3}$  и фазных пусковых токов  $\frac{I_Y}{I_\Delta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Отношение пусковых моментов

$$\frac{M_{nY}}{M_{n\Delta}} \approx \frac{1}{3}.$$

**10,26.** Для асинхронного трехфазного двигателя с глубоким пазом мощностью  $300 \text{ кВт}$  при напряжении  $U_1 = 3000 \text{ в}$ , токе  $I_1 = 68 \text{ а}$  и скорости вращения  $n_2 = 1450 \text{ об/мин.}$  найдено, что при опыте короткого замыкания ток в обмотке статора равен  $100 \text{ а}$ , напряжение, приложенное к обмотке статора,  $U_{1к} = 887 \text{ в}$ , а потребляемая мощность  $P_k = 40,3 \text{ кВт}$ .

Сопrotивление одной фазы обмотки статора  $r_1 = 0,3 \text{ ом}$ . Механические потери при номинальной скорости  $P_{\text{мех}} = 3,3 \text{ кВт}$ .

Характеристика короткого замыкания показана на фиг. 10,26.

Пренебрегая потерями в стали при коротком замыкании, определить кратность пускового момента асинхронного двигателя.

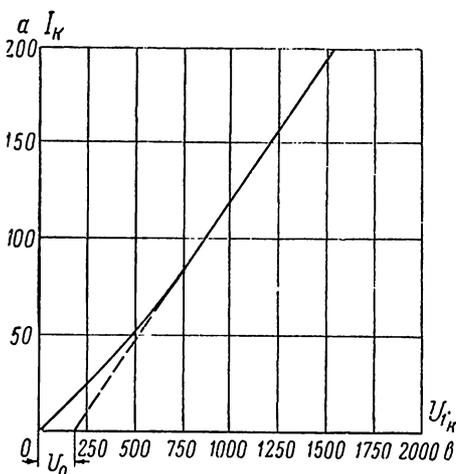
Решение.

Электромагнитная мощность при коротком замыкании определяется выражением

$$P = P_{\kappa} - mI_{\kappa}^2 r_1 = 40,3 - 3 \cdot 100^2 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} = 31 \text{ квт.}$$

Электромагнитная мощность при номинальном напряжении будет равна

$$P' = P \cdot \left( \frac{U_1 - U_0}{U_{1\kappa} - U_0} \right)^2 = 31 \left( \frac{3000 - 180}{887 - 180} \right)^2 = 493 \text{ квт.}$$



Фиг. 10,26

Отметим, что величина  $U_0$  найдена из характеристики короткого замыкания в виде отрезка, полученного от пересечения продолжения прямой части характеристики короткого замыкания с осью напряжения (фиг. 10,26).

Электромагнитная мощность при номинальном моменте

$$P_{\text{н}} = (P_2 + P_{\text{мех}}) \frac{n_1}{n_2} = (300 + 3,3) \frac{1500}{1450} = 314 \text{ квт.}$$

Отношение моментов определяется отношением мощностей, т. е.

$$\frac{M_{\text{п}}}{M_{\text{н}}} = \frac{493}{314} = 1,57.$$

10,27. Для асинхронного трехфазного двигателя заданы следующие величины: линейное напряжение на зажимах обмотки статора  $U = 500$  в, частота сети  $f = 50$  гц, число пар полюсов  $p = 4$ , активное и реактивное сопротивления фазы статора  $r_1 = 0,13$  ом и  $x_1 = 0,48$  ом; активное и реактивное сопротивления фазы ротора, приведенные к виткам обмотки статора,  $r_2' = 0,14$  ом и  $x_2' = 0,46$  ом. Обмотки статора и ротора соединены по схеме  $Y/Y$ .

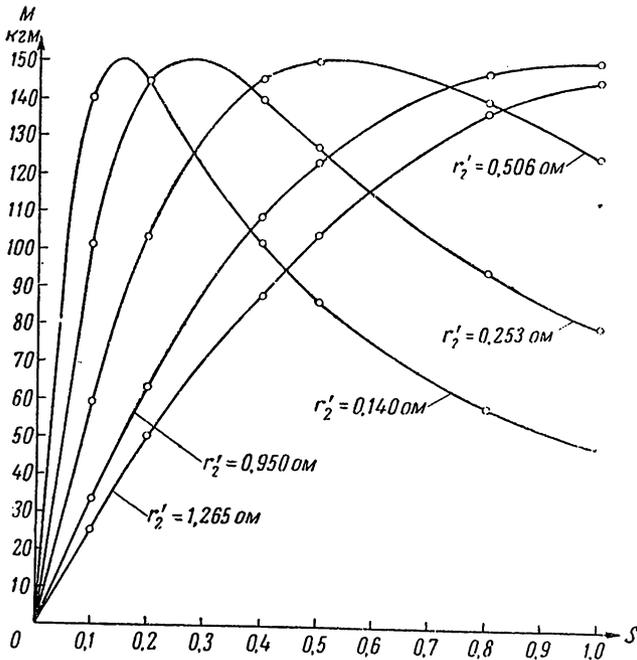
Отношение абсолютных значений фазного напряжения  $U_1$ , приложенного к обмотке статора, к э. д. с.  $E_{s_0}$ , индуцируемой в этой обмотке при синхронном вращении ротора, а также отношение тока  $I_1$  к току  $I_2'$  при заторможенном роторе принять равными единице.

Требуется построить семейство кривых вращающего момента двигателя при изменении скольжения в пределах от  $s=0$  до  $s=1$  для следующих значений приведенных сопротивлений цепи ротора:  $r'_2=0,14 \text{ ом}$ ,  $r'_2=0,253 \text{ ом}$ ,  $r'_2=0,506 \text{ ом}$ ,  $r'_2=0,95 \text{ ом}$  и  $r'_2=1,265 \text{ ом}$ .

Решение.

Для определения вращающего момента в этом случае целесообразно воспользоваться формулой

$$M = \frac{3 U_1^2 r'_2}{s \omega_1 \left[ \left( r_1 + \frac{r'_2}{s} C_1 \right)^2 + (x_1 + x'_2 C_1)^2 \right]}$$



Фиг. 10,27

где  $\omega_1$  — угловая скорость вращения основного магнитного поля, равная в нашем примере  $\frac{\omega}{p} = \frac{314}{4}$ ;

$C_1 = \frac{U_1}{E_{s_0}} = \frac{I_1}{I'_2} = 1$ ;  $U_1 = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{500}{\sqrt{3}}$  — фазное напряжение.

После подстановки в это уравнение числовых значений соответствующих величин и деления полученного выражения на 9,81 формула для определения вращающего момента в килограммометрах напишется в виде

$$M = \frac{326 \cdot r'_2}{s \left[ \left( 0,13 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + 0,885 \right]} \text{ кгм.}$$

Изменяя в этом выражении  $s$  от нуля до единицы при различных сопротивлениях  $r'_2$ , определяем значения вращающего момента.

Результаты расчета сведены в таблицу:

$r'_2 \backslash s$	0,1	0,2	0,4	0,5	0,8	1,0
0,140	140,0	144,5	102,0	86,4	58,3	47,5
0,253	101,5	145,0	140,0	127,5	94,7	79,5
0,506	59,0	103,0	145,5	150,0	140,0	125,0
0,950	33,0	62,5	108,3	123,4	147,0	150,0
1,265	25,0	50,3	87,3	103,0	137,0	145,0

По данным таблицы на фиг. 10,27 построены кривые изменения вращающего момента в зависимости от скольжения  $s$  для различных значений сопротивления  $r'_2$ .

10,28. В условиях предыдущей задачи (10,27) определить аналитически значения скольжения при максимальных вращающих моментах для сопротивлений  $r'_2 = 0,253 \text{ ом}$  и  $r'_2 = 0,506 \text{ ом}$ .

Ответ.

При сопротивлении  $r'_2 = 0,253 \text{ ом}$ ;  $s_m = 0,29$ ;

при сопротивлении  $r'_2 = 0,506 \text{ ом}$ ;  $s_m = 0,55$ .

10,29. Опыт холостого хода, произведенный для асинхронного двигателя с фазовым ротором мощностью  $P_{2н} = 100 \text{ квт}$ ,  $U_{1н} = 3000 \text{ в}$ ,  $I_{1н} = 26 \text{ а}$ ,  $f = 50 \text{ гц}$  и  $n = 580 \text{ об/мин.}$ , при переменном напряжении и номинальной частоте дал следующие результаты:

$U_0, \text{ в}$	$I_0, \text{ а}$	$P_0 \text{ квт}$	$\cos \varphi_0$
3000	13,35	5,15	0,0843
2500	10,5	3,8	0,090
2000	8,1	2,75	0,0982
1500	6,0	1,925	0,124
1000	4,0	1,2	0,173

Измерение сопротивления обмотки статора на постоянном токе при температуре  $15^\circ\text{C}$  дало  $r_{1(15^\circ)} = 1,24 \text{ ом}$ .

Из опыта непосредственной нагрузки двигателя, произведенного при номинальном напряжении и частоте  $f = 50 \text{ гц}$ , получены следующие результаты:

$I_1, \text{ а}$	33,8	26,65	22,70	18,20	13,60
$P_1, \text{ квт}$	134,0	104,0	81,8	54,0	13,0
$s, \%$	2,5	1,91	1,39	1,0	$\approx 0$
$\cos \varphi_1$	0,772	0,742	0,695	0,571	0,186

Определить значения к. п. д. и построить кривую зависимости его от полезной мощности, а также определить, пользуясь этой кривой, значение к. п. д. для номинальной мощности.

Решение.

Для определения механических потерь построим вспомогательную кривую  $P_0 = f(U_0^2)$ . (фиг. 10,29а). Так как потери в стали и в меди при напряжении  $U_0$  равно нулю отсутствуют, то отрезок, отсекаемый на оси ординат кривой  $P_0 = f(U_0^2)$ , дает значение механических потерь, не зависящих от напряжения. Из фиг. 10,29а имеем  $P_{\text{мех}} = 0,7 \text{ квт}$ .

Тепловые потери в обмотке статора от тока холостого хода

$$P_{m_1} = m_1 I_0^2 r_{1(15^\circ)} = 3 \cdot 13,35^2 \cdot 1,24 = 0,666 \text{ квт}.$$

Потери в стали

$$P_c = P_0 - P_{\text{мех}} - P_{m_1} = 5,15 - (0,7 + 0,666) = 3,79 \text{ квт}.$$

Для определения тепловых потерь в обмотке статора при нагрузке необходимо привести сопротивление  $r_1$  к температуре  $75^\circ\text{C}$ , т. е.

$$r_{1(75^\circ)} = r_{1(15^\circ)} \cdot [1 + 0,004(75^\circ - 15^\circ)] = 1,24 \cdot 1,24 = 1,538 \text{ ом.}$$

Электромагнитная мощность двигателя определяется по формуле

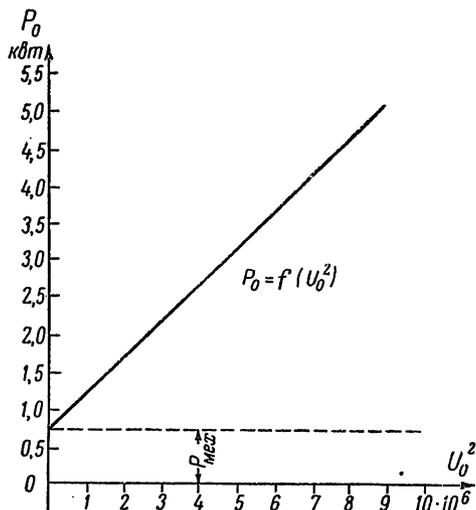
$$P_{12} = P_1 - (P_c + P_{m_1}).$$

Потери в меди обмотки статора

$$P_{m_1} = m_1 I_1^2 r_{1(75^\circ)}$$

и потери в обмотке ротора

$$P_{m_2} = P_{12} s.$$



Фиг. 10,29а

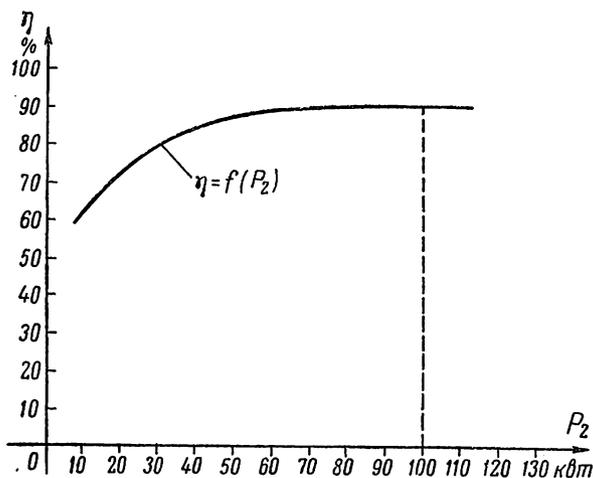
Добавочные потери в двигателе в соответствии с действующими нормами составляют 0,5% от  $P_1$ , т. е.  $P_{л} = 0,005 P_1$ . Полезная мощность  $P_2$  будет равна  $P_2 = P_1 - \Sigma P$  и к. п. д.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\%.$$

Пользуясь этими формулами, составляем таблицу для построения кривой  $\eta = f(P_2)$ .

$I_1,$ а	$P_1,$ квт	$P_{12},$ квт	$s, \%$	Потери, квт					$\Sigma P,$ квт	$P_2,$ квт	$\eta, \%$
				$P_c$	$P_{m_1}$	$P_{m_2}$	$P_{мех}$	$P_{л}$			
33,8	134,0	124,94	2,5	3,79	5,27	3,12	0,70	0,67	13,55	120,45	89,89
26,65	10,4	96,84	1,91	3,79	3,37	1,85	0,70	0,52	10,23	93,77	90,16
22,7	81,8	75,63	1,39	3,79	2,38	1,05	0,70	0,41	8,33	73,47	89,82
18,2	54,0	48,68	1,00	3,79	1,53	0,49	0,70	0,27	6,78	47,22	87,44
13,6	13,0	8,36	$\approx 0$	3,79	0,85	$\approx 0$	0,70	0,07	5,41	7,59	58,39

На основании данных этой таблицы на фиг. 10,29б построена кривая  $\eta = f(P_2)$ . Из этой кривой находим, что для  $P_2 = 100 \text{ кВт}$   $\eta = 90,1\%$ .



Фиг. 10,29б

10,30\*. Построить кривую к. п. д. в зависимости от полезной мощности для асинхронного двигателя, имеющего данные:  $P_{2н} = 300 \text{ кВт}$ ,  $U_{н} = 2000 \text{ в}$ ,  $I_{н} = 105 \text{ а}$ ,  $n = 980 \text{ об/мин}$ . и  $f_1 = 50 \text{ гц}$ , если из опыта холостого хода были получены для этого двигателя следующие величины:

$U_{10}$ , в	2600	2000	1500	1000	600
$I_{10}$ , а	69,2	34,12	22,2	14,2	9,1
$P_{10}$ , кВт	23,0	12,0	8,1	5,0	3,5
$\cos \varphi_1$	0,074	0,101	0,14	0,20	0,37

Сопротивление обмотки статора при  $15^\circ\text{C}$   $r_{1(15^\circ)} = 0,127 \text{ ом}$ . Из опыта непосредственной нагрузки были получены следующие величины:

$I_1$ , а	125	106	84	60	47
$P_1$ , кВт	362	320	247	163	101
s, %	2,37	1,80	1,20	0,675	0,40
$\cos \varphi_1$	0,862	0,870	0,846	0,778	0,600

Ответ.

Для  $P_1 = 320 \text{ кВт}$   $\eta = 92,51\%$ .

10,31.\* Для трехфазного асинхронного двигателя заданы следующие номинальные величины:  $P_n = 750 \text{ кВт}$ ,  $U_n = 3000 \text{ в}$ ,  $I_n = 171 \text{ а}$ ,  $n = 985 \text{ об/мин.}$ ,  $f_1 = 50 \text{ гц}$ .

Из опытов холостого хода и короткого замыкания получены для этого двигателя такие данные:  $P_{10} = 21,9 \text{ кВт}$ ,  $U_{10} = 3000 \text{ в}$ ,  $I_{10} = 45,25 \text{ а}$ ,  $\cos \varphi_{10} = 0,093$ ,  $P'_{1к} = 33,2 \text{ кВт}$ ,  $U'_{1к} = 726 \text{ в}$ ,  $I'_{1к} = 171 \text{ а}$  и  $\cos \varphi_{1к} = 0,155$ .

Сопrotивления обмоток статора и ротора на одну фазу при температуре  $75^\circ \text{С}$  равны:  $r_{1(75^\circ)} = 0,111 \text{ ом}$ ,  $r_{2(75^\circ)} = 0,00965 \text{ ом}$  и  $r'_2 = 0,1268 \text{ ом}$ . Механические потери  $P_{\text{мех}} = 10 \text{ кВт}$ .

Пользуясь упрощенной круговой диаграммой, построить рабочие характеристики асинхронного двигателя при коротком замыкании колец ротора для следующих значений электромагнитного момента:  $M = \frac{5}{4} M_n$ ,  $\frac{4}{4} M_n$ ,  $\frac{3}{4} M_n$ ,  $\frac{1}{2} M_n$  и  $\frac{1}{4} M_n$ .

Указание и ответ.

Для построения круговой диаграммы необходимо предварительно определить ток

$$I_{1к} = I'_{1к} \frac{U_n}{U'_{1к}} = 171 \frac{3000}{726} = 705 \text{ а.}$$

Зная  $I_{10}$  и  $\cos \varphi_{10}$ , а также  $I_{1к}$  и  $\cos \varphi_{1к}$ , можно построить упрощенную круговую диаграмму. Для определения основных величин, характеризующих режим работы двигателя, найдем величину номинальной электромагнитной мощности по формуле

$$P_{12н} = (P_{2н} + P_{\text{мех}}) \frac{n_1}{n} = (750 + 10) \frac{1000}{985} = 771 \text{ кВт.}$$

Пользуясь круговой диаграммой, составим следующую таблицу:

$M$	$P_{12},$ кВт	$I_1,$ а	$\cos \varphi_1$	$\eta, \%$	$s, \%$	$n_2,$ об/мин
$\frac{5}{4} M_n$	964	222	0,875	91,3	3,3	967
$M_n$	771	177	0,880	93,2	2,5	975
$\frac{3}{4} M_n$	578	133	0,865	93,5	1,88	981
$\frac{1}{2} M_n$	386	98	0,825	93,2	1,27	987
$\frac{1}{4} M_n$	193	63	0,65	90,0	0,75	992

По данным таблицы можно построить рабочие характеристики двигателя.

10,32\*. В условиях предыдущей задачи (10,31) построить рабочие характеристики асинхронного двигателя для случая, когда

в цепь ротора введено добавочное сопротивление, при котором скорость вращения ротора двигателя при номинальном моменте получается  $n_2 = 500$  об/мин.

Определить величину добавочного сопротивления, которое необходимо ввести в цепь ротора для получения указанной скорости.

Ответ.

В качестве ответа приводится таблица, на основании данных которой можно построить рабочие характеристики.

$M$	$P_{12},$ квт	$I_1, a$	$\cos \varphi$	$\eta, \%$	$s, \%$	$n_2,$ об/мин.
$\frac{3}{4} M_H$	964	222	0,875	35	65	350
$M_H$	771	177	0,880	49,2	50	500
$\frac{2}{4} M_H$	578	133	0,865	60,9	36	640
$\frac{1}{2} M_H$	386	98	0,825	73,4	24	760
$\frac{1}{4} M_H$	193	63	0,650	76,0	15,5	845

$$r_d = 0,184 \text{ ом.}$$


---

## 11. СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ\*

11,1. Трехфазный синхронный генератор возбужден так, что при токе  $24 \text{ а}$  и  $\cos \varphi = 0,8$  (индуктивная нагрузка) напряжение на его зажимах (линейное) равно  $230 \text{ в}$ . Обмотки генератора соединены звездой.

Синхронное индуктивное сопротивление одной фазы генератора  $x = 1,13 \text{ ом}$ , индуктивное сопротивление рассеяния  $x_s = 0,54 \text{ ом}$  и активное сопротивление  $r = 0,31 \text{ ом}$ .

Построить векторную диаграмму и определить по ней графически фазную э. д. с. генератора.

Найти графически, чему будет равно линейное напряжение генератора, если, не изменяя возбуждения, снять с генератора нагрузку. Подсчитать процентное повышение напряжения при переходе от работы с указанной выше нагрузкой к холостому ходу, считая при этом возбуждение неизменным.

Ответ.

По векторной диаграмме можно определить, что фазная э. д. с. равна  $150 \text{ в}$ .

Линейное напряжение при сбросе нагрузки

$$U_{\text{лн}} = 276 \text{ в.}$$

Процентное повышение напряжения при переходе от данного режима работы к холостому ходу

$$\Delta U = \left( \frac{U_{\text{лн}} - U_{\text{н}}}{U_{\text{н}}} \right) \cdot 100\% = \frac{276 - 230}{230} \cdot 100\% = 20\%,$$

что соответствует требованию норм.

11,2. Определить из векторной диаграммы фазное напряжение и э. д. с. генератора ( $E$ ) при работе его с индуктивной нагрузкой

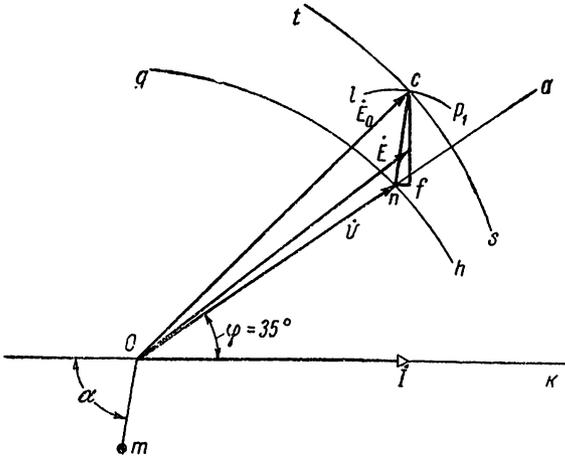
\* Соотношения сопротивлений взяты в задачах заведомо не соответствующими встречающимся в реальных машинах, для того чтобы сделать возможным и более наглядным построение векторных диаграмм. Кроме того, при построении этих диаграмм влияние насыщения не учитывается.

( $\cos \varphi = 0,82$ ), если при этом фазные падения напряжения в процентах от э. д. с. при холостом ходе ( $E_0$ ) равны

$$Ir = 3,9\%, \quad Ix_s = 9,9\%, \quad Ix = 25\%,$$

где:

- $r$  — активное сопротивление фазы генератора;
- $x_s$  — индуктивное сопротивление рассеяния на фазу;
- $x$  — синхронное индуктивное сопротивление на фазу.



Фиг. 11,2

Напряжения и э. д. с. выразить в процентах от э. д. с. при холостом ходе и том же возбуждении.

Решение.

Задаемся направлением вектора тока  $I$  (фиг. 11,2). Под углом  $\varphi = 35^\circ$  к вектору  $I$  проводим прямую  $Oa$ , определяющую направление вектора напряжения. Найдем величину гипотенузы треугольника фазного падения напряжения, т. е.  $Iz$ :

$$Iz = \sqrt{(Ir)^2 + (Ix)^2} = \sqrt{3,9^2 + 25^2} = 25,3\%.$$

Из точки  $O$  проводим дугу ( $ts$ ) окружности радиусом равным 100 единицам. Затем из той же точки  $O$  проводим линию  $Om$  равную 25,3 единицы под углом  $\alpha$  к продолжению линии  $Ok$ , причем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Ix}{Ir} = \frac{25}{3,9}.$$

Из точки  $m$  проводим дугу  $gh$ , радиусом равным 100 единицам. Точка  $n$  пересечения дуги  $gh$  с прямой  $Oa$  определяет конец вектора напряжения  $\dot{U}$ , величину которого легко найти, измерив отрезок ( $On$ ).

Из точки  $n$  проводим дугу  $lp_1$ , радиусом равным  $Om$ . Точка пересечения ее с дугой  $ts$  определяет конец вектора э. д. с.  $\vec{E}_0$ .

Проведем из точки  $c$  линию  $cf$ , перпендикулярную к  $Ok$ , а из точки  $n$  — линию  $nf$ , параллельную  $Ok$ , получаем треугольник фазного падения напряжения  $(\overline{nf}) = Ir\%$  и  $(\overline{fc}) = Ix\%$ .

Конец вектора  $E$  будет лежать на линии  $fc$  на расстоянии равном 9,9 единицы от точки  $f$ .

Непосредственные измерения по диаграмме дают, что при  $E_0 = 100\%$

$$E = 90\% \text{ и } U = 82\%.$$

11,3. Номинальная мощность трехфазного синхронного генератора 50 *квт* при  $\cos \varphi = 0,8$ . Номинальное напряжение 230 в. Обмотки генератора соединены звездой.

Построить векторную диаграмму для случая работы генератора с номинальным током при  $\cos \varphi = 0,8$  (индуктивная нагрузка), считая, что номинальное напряжение было установлено при холостом ходе, а в дальнейшем ток возбуждения не изменялся, и что синхронное индуктивное сопротивление одной фазы  $x = 0,462 \text{ ом}$ , а активное  $r = 0,0924 \text{ ом}$ .

Определить по векторной диаграмме линейное напряжение генератора при указанном выше режиме работы и вычислить мощность, отдаваемую им в сеть.

Ответ. 120 в; 26 *квт*.

11,4. Установить графически зависимость между напряжением синхронного генератора ( $U$ ), мощностью ( $P_a$ ) и коэффициентом мощности ( $\cos \varphi$ ), считая, что ток возбуждения генератора и ток в сети, питаемой данным генератором, не изменяются при изменении коэффициента мощности. Падения напряжения составляют  $Ir = 4\%$  и  $Ix = 25\%$  от напряжения при холостом ходе генератора с тем же возбуждением.

Указание.

Активная мощность при  $I = \text{пост.}$  пропорциональна активной составляющей напряжения.

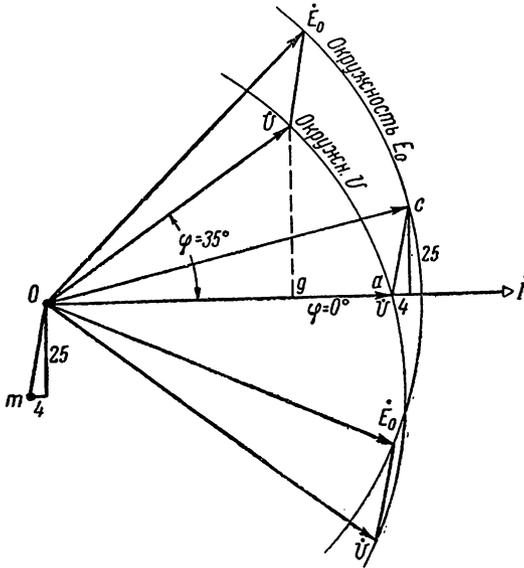
Решение.

$$E = 100\% = \text{пост.}$$

По диаграмме фиг. 11,4 составляем таблицу для некоторых значений угла  $\varphi$ , изменяющегося в пределах от  $+90^\circ$  до  $-90^\circ$ .

$\varphi^\circ$	0	12	25	35	44	53,5	61,5	-37
$\cos \varphi$	1	0,98	0,9	0,82	0,715	0,59	0,48	0,8
$U, \%$	92,8	88	83	80,5	78,5	77	76	109
$P_a, \%$	100	92,7	81	72	61	49,6	39,6	93,8

По данным этой таблицы можно построить графики  $U\%$ ,  $P_a = f(\cos \varphi)$  при  $i_a = \text{пост.}$



Фиг. 11,4

11.5. Установить графически зависимость между током возбуждения синхронного генератора ( $i_n$  %) и коэффициентом мощности сети, на которую работает данный генератор, считая, что напряжение генератора ( $U$ ) и ток, посылаемый им в сеть, остаются постоянными при изменениях  $\cos \varphi$ . Нагрузка индуктивная, или безиндукционная, напряжение  $U = 100\% = U_n$ . При этом фазные падения напряжения равны (в процентах от  $U_n$ ):

$$I_r = 4\% \text{ и } I_x = 25\%.$$

При решении задачи пользоваться характеристикой холостого хода генератора, заданной следующей таблицей:

$i_n, \%$	25	50	100	150	200	250
$E_0, \%$	24,4	58	100	121	133	140

Решение.

По векторной диаграмме (фиг. 11,5) определяются значения  $E_0$  для тех или иных значений  $\cos \varphi$ , а затем по кривой холостого

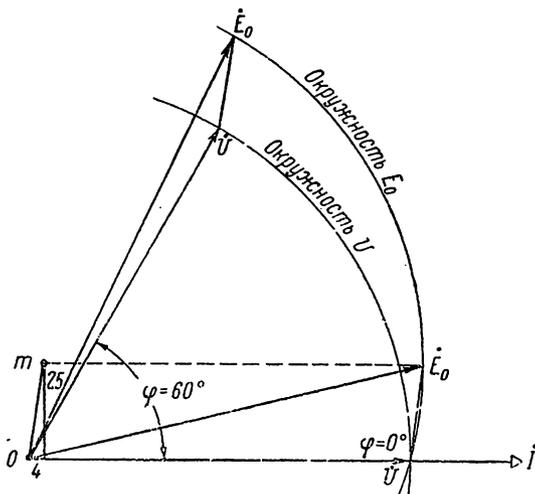
хода находятся величины тока возбуждения  $i_b$  %, соответствующие найденным значениям э. д. с.  $E_0$ .

Результаты сводятся в таблицу:

$\cos \varphi$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$E_0$ , %	107	116	119	121	122,5	124
$i_b$ , %	115	135	142	150	155	160

По данным таблицы можно построить график:

$$i_b \% = f(\cos \varphi) \text{ при } U = \text{пост.}$$



Фиг. 11,5

При емкостной нагрузке ход решения задачи не меняется, но угол  $\varphi$  считается отрицательным.

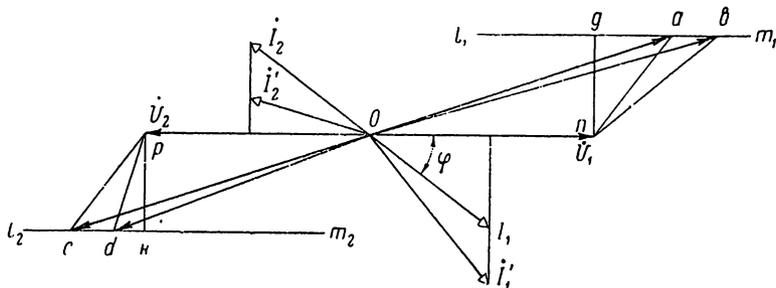
**11.6.** Два одинаковых генератора работают параллельно на сеть с напряжением равным 500 в, коэффициент мощности которой  $\cos \varphi = 0,8$ , а ток  $I = 200$  а. Нагрузка распределяется между обоими генераторами поровну, возбуждения их равны.

Каковы при этом э. д. с. и токи генераторов, а также активные и реактивные мощности, отдаваемые в сеть каждым генератором?

Построить для этого случая векторную диаграмму, считая, что синхронное индуктивное сопротивление каждого генератора (на

фазу) равно 1,6 ом. По векторной диаграмме определить графически величины э. д. с. генераторов ( $E_{01}$  и  $E_{02}$ ) при условии, что реактивная нагрузка распределяется между ними в отношении 4 : 1 (т. е., чтобы  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{4}{1}$ ).

Какие будут при этом токи  $I_1$  и  $I_2$  первого и второго генераторов, а также  $\cos \varphi_1$  и  $\cos \varphi_2$ ?



Фиг. 11,6а

Напряжение сети должно остаться неизменным.  
Решение.

$$U_{\phi} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289 \text{ в}; I_x = 100 \cdot 1,6 = 160 \text{ в.}$$

Откладываем на диаграмме (фиг. 11,6а) векторы  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  под углом  $\varphi$  к этим векторам — токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ . Из конца вектора  $\dot{U}_1$ , перпендикулярно к току  $\dot{I}_1$ , проводим отрезок  $\overline{na}$ , равный в масштабе напряжений  $\dot{I}_1 x$ . Тогда отрезок  $Oa$  дает в масштабе напряжений э. д. с.  $\dot{E}_{01}$ .

Поступая аналогично в отношении второй части диаграммы, имеем  $\dot{E}_{02} = \overline{\dot{U}_2} + \dot{U}_x$ , где  $U_x = I_2 x$ .

Проекция  $\overline{na}$  на линию мощности  $l_1 m_1$ , равная  $\overline{ga}$ , пропорциональна реактивной мощности первого генератора  $Q_1$ . Действительно,  $|\overline{ga}| = |\overline{na}| \cdot \sin \varphi$ , но  $|\overline{na}| m_1 = I_x$ , а напряжение

$$U_1 = U_2 = U = \text{пост.}$$

Реактивная мощность  $|Q_2|$ , посылаемая в сеть вторым генератором, пропорциональна отрезку  $ck$ .

Таким образом

$$|(\overline{ga} + \overline{ck})| \cdot m_2 \cdot I = Q_1 + Q_2 = Q.$$

При изменении возбуждения генераторов, или, что то же, при изменении их э. д. с., реактивные мощности  $Q'_1$  и  $Q'_2$  должны быть по условию соответственно равны:

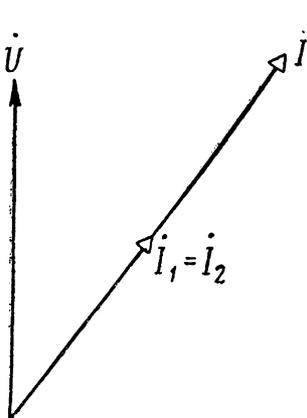
$$Q'_1 = \frac{Q \cdot 4}{5} \text{ и } Q'_2 = \frac{Q}{5}.$$

Это дает возможность найти на линиях мощностей  $l_1 - m_1$  и  $l_2 - m_2$  отрезки  $\overline{gb}$  и  $\overline{dk}$ , определяющие новые значения реактивной мощности генераторов и соответствующие э. д. с.  $\dot{E}'_{01}$  и  $\dot{E}'_{02}$ :

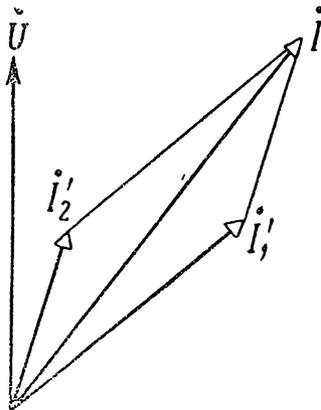
$$\overline{gb} = \frac{4(\overline{ga} + \overline{ck})}{5}; \quad \overline{dk} = \frac{\overline{ga} + \overline{ck}}{5}.$$

Тогда

$$\overline{Ob} \cdot m_n = \dot{E}'_{01} \quad \text{и} \quad \overline{Od} \cdot m_n = \dot{E}'_{02}.$$



Фиг. 11,66



Фиг. 11,67

Кроме того, соединяя конец вектора  $\dot{U}_1$  с точкой  $b$ , а конец вектора  $\dot{U}_2$  — с точкой  $d$ , получаем, что

$$\frac{|\overline{nb}| \cdot m_n}{x} = I'_1 \quad \text{и} \quad \frac{|\overline{pd}| \cdot m_n}{x} = I'_2.$$

Токи  $I'_1$  и  $I'_2$  можно найти также из соотношений

$$\frac{|\overline{ns}|}{|\overline{na}|} = \frac{I'_1}{I_1}$$

и

$$\frac{|\overline{pd}|}{|\overline{pc}|} = \frac{I'_2}{I_2}.$$

Наконец,  $\angle gnb = \varphi_1$  и  $\angle kpd = \varphi_2$  определяют углы сдвига векторов тока обоих генераторов по отношению к соответствующим векторам напряжения при новом рабочем режиме.

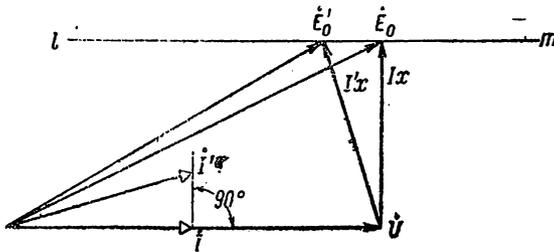
Из построения видно, что концы векторов  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}'_2$ , а также векторов  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}'_1$  лежат соответственно на нормалях к векторам  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ . Это показывает, что построение диаграммы сделано

правильно, т. е. что  $I_1 \cos \varphi = I'_1 \cdot \cos \varphi_1$  и  $I_2 \cos \varphi = I'_2 \cos \varphi_2$ , так как активная мощность осталась неизменной.

Проверка может быть также сделана при помощи диаграммы токов (фиг. 11,6б и 11,6в). Очевидно, что

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I} = \dot{I}'_1 + \dot{I}'_2.$$

11,7. Синхронный генератор работает параллельно на сеть с безындукционной нагрузкой. Генератор возбужден так, что при холостом ходе напряжение равно 560 в, а при заданной нагрузке напряжение падает до 500 в. Ток при этом равен 100 а.



Фиг. 11,7а

Пользуясь векторной диаграммой (фиг. 11,7) и кривой холостого хода (таблица для построения кривой дана ниже), построить кривые  $I = f(i_n \%)$  и  $\cos \varphi = f(i_n \%)$  для случая работы с указанной выше нагрузкой и с нагрузкой вдвое меньшей, считая, что напряжение во всех случаях остается неизменным, а мощность сети неизмеримо больше, чем мощность генератора.

Решение.

Если при построении диаграммы фиг. 11,7а пренебречь активным сопротивлением статора, то линия, соединяющая концы векторов  $\dot{E}_0$  и  $\dot{U}$ , должна быть перпендикулярна к вектору  $\dot{I}$ . Это дает возможность построить векторную диаграмму для указанного рабочего режима.

Затем, задаваясь различными значениями э. д. с.  $E_0$ , получим величины  $I_x$ , пропорциональные соответствующим токам, так как синхронное индуктивное сопротивление  $x$  считается постоянным. Это дает возможность определить величины токов, соответствующие тем или иным э. д. с.

Направление векторов  $I_x$  позволяет определить направление векторов соответствующих токов, отстающих по фазе от  $I_x$  на  $90^\circ$ .

Проверку правильности определения токов можно сделать, основываясь на том, что при работе синхронной машины с постоянной нагрузкой и переменным возбуждением геометрическим местом концов векторов тока является линия, перпендикулярная к направлению вектора напряжения.

Кривая холостого хода строится по данным таблицы:

$i_b, \%$	25	50	100	150	200	250	300	350
$E_0$	210	380	560	700	790	850	890	920

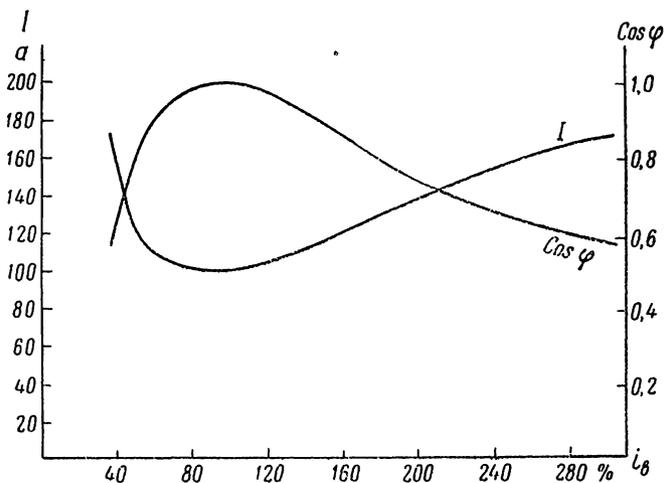
По этой кривой определяются токи возбуждения, соответствующие тем или иным значениям э. д. с., которыми задавались при построении векторной диаграммы.

Значение  $\cos \varphi$  можно найти из ряда следующих соотношений:  $I \cdot \cos \varphi = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = I_2 \cdot \cos \varphi_2$  и т. д., учитывая, что при  $I = I_{\min}$  коэффициент мощности  $\cos \varphi = 1$ .

На основании векторной диаграммы и кривой холостого хода составляется таблица:

$E_0$	310	370	450	560	700	800	900
$I$	175	137	113	100	117	143	175
$i_b, \%$	36	45	55	100	150	214	305
$\cos \varphi$	0,572	0,73	0,885	1	0,855	0,7	0,572

По данным этой таблицы строятся графики  $I = f(i_b \%)$  и  $\cos \varphi = f(i_b \%)$ , представленные на фиг. 11,76, при данной нагрузке.



Фиг. 11,76

В случае половинной нагрузки поступают аналогичным образом, изменяя лишь соответственно расстояние от линии мощности  $l-m$  до конца вектора  $\dot{U}$ .

11,8\*. Доказать при помощи упрощенной векторной диаграммы, что минимум U-образных кривых должен перемещаться в сторону больших токов возбуждения по мере увеличения нагрузки синхронного двигателя.

Указание.

На векторной диаграмме синхронного двигателя нужно провести несколько линий мощности и учесть, что при минимуме U-образных кривых будут минимумы тока. Следовательно, векторы  $I_x$  будут перпендикулярны к линиям мощности.

11,9. Показать при помощи упрощенной векторной диаграммы, что максимальный момент синхронного двигателя зависит от тока возбуждения.

11,10. Два синхронных генератора работают параллельно. Нагрузка обоих генераторов одинакова, причем

$$I_1 = I_2 = 200 \text{ а и } \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = 0,8.$$

Изменением тока возбуждения и вращающего момента первичного двигателя нагрузка первого генератора изменена так, что

$$I'_1 = 220 \text{ а и } \cos \varphi'_1 = 1.$$

Как следует изменить при этом режим работы второго генератора, чтобы напряжение сети осталось неизменным?

Определить мощность, отдаваемую в сеть каждым генератором в обоих случаях, если напряжение сети равно 6 кв.

Решение.

$$I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 = 2 \cdot 200 \cdot 0,8 = 320 \text{ а};$$

$$I'_1 \cos \varphi'_1 = 220 \cdot 1 = 220 \text{ а}.$$

Следовательно,  $I'_2 \cos \varphi'_2 = I \cos \varphi - I'_1 \cos \varphi'_1 = 320 - 220 = 100 \text{ а}.$

Так как  $\sin \varphi'_1 = 0$ , то должно иметь место соотношение

$$I'_2 \sin \varphi'_2 = I \sin \varphi = 400 \cdot 0,6 = 240 \text{ а}.$$

Теперь можно определить ток  $I'_2$ :

$$I'_2 = \sqrt{(I'_2 \cdot \cos \varphi'_2)^2 + (I'_2 \cdot \sin \varphi'_2)^2} = \sqrt{67\ 600} = 260 \text{ а};$$

и

$$\cos \varphi'_2 = \frac{I'_2 \cdot \cos \varphi'_2}{I'_2} = \frac{100}{260} = 0,385;$$

$$P_1 = P_2 = 1,73 \cdot 6000 \cdot 200 \cdot 0,8 = 1661 \text{ квт};$$

$$P'_1 = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 220 = 2\ 284 \text{ квт};$$

$$P'_2 = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 100 = 1038 \text{ квт}.$$

## Проверка.

Мощность сети до и после изменения режима работы первого генератора должна быть одинакова, следовательно,

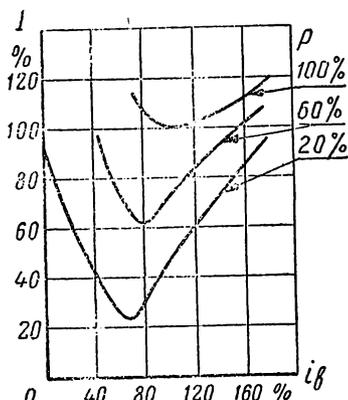
$$P = P_1 + P_2$$

и

$$P = P'_1 + P'_2;$$

$$P_1 + P_2 = 2 \cdot 1661 = 3322 \text{ квт};$$

$$P'_1 + P'_2 = 2284 + 1038 = 3322 \text{ квт}.$$



Фиг. 11,11

На основании полученных результатов можно построить векторную диаграмму, что позволит произвести графическую проверку.

11,11. По данным U-образных кривых (фиг. 11,11) для синхронного двигателя построить графики  $\cos \varphi = f(i_\beta)$ ;  $\varphi = f(i_\beta)$  и  $\frac{Q}{P} = f(i_\beta)$  для случаев работы двигателя с полной нагрузкой (100%) и с нагрузкой равной 60%.

Указание.

Следует учесть, что при отстающем токе угол  $\varphi$  считается положительным, а при опережающем — отрицательным.

11,12\*. Трехфазный синхронный двигатель ( $x = 1,6 \text{ ом}$  на одну фазу) работает с опережающим током и  $\cos \varphi = 0,8$ , причем  $U = 500 \text{ в}$  и  $I = 100 \text{ а}$ .

Определить потребляемую двигателем мощность ( $P$ ), механическую мощность ( $P_{\text{мех}}$ ) и синхронизирующую мощность ( $P_c$ ) при данном рабочем режиме двигателя, если к. п. д. его равен 0,85.

Найти электромагнитную мощность, синхронизирующую мощность и ток в момент выпадения из синхронизма при неизменном возбуждении двигателя.

Чему будет равен ток при выпадении из синхронизма, если изменить возбуждение так, что э. д. с.  $E_0$  станет равна напряжению сети?

Как изменятся полученные результаты, если синхронное индуктивное сопротивление ( $x$ ) будет равно 4 ом?

Указание. Угол  $\theta$  определяется по векторной диаграмме.

Ответ.  $P = 69,2 \text{ квт}$ ;  $P_{\text{мех}} = 59 \text{ квт}$ ;  $P_c = 208 \text{ квт}$ ;  
 $P_{\text{мех. макс}} = 220 \text{ квт}$ ;  $I = 253 \text{ а}$ ; при  $E_0 = U$  ток  $I_{\text{опр}} = 180 \text{ а}$ .

11,13. На заводе установлены двигатели, средняя потребляемая мощность которых и  $\cos \varphi$  указаны в нижеследующей таблице:

№ попор.	Число двигателей	Средняя потребляемая мощность в <i>квт</i>	$\cos \varphi_{\text{ср}}$
1	5	0,95	0,76
2	6	0,82	0,45
3	8	0,45	0,48
4	2	4	0,75
5	5	0,6	0,68
6	3	0,59	0,58
7	1	4,85	0,77

Требуется установить еще один двигатель, который должен потреблять в среднем 40 *квт*. Предполагается воспользоваться синхронной машиной, которая работала бы в качестве двигателя и одновременно доводила бы коэффициент мощности до 0,96.

Определить мощность этой синхронной машины.

Решение.

Определяем суммарную реактивную мощность, находя предварительно реактивную мощность каждой группы двигателей:

$$Q = P \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Затем подсчитываем суммарную активную мощность и находим среднее значение  $\operatorname{tg} \varphi_{\text{ср}}$ . Полученные данные сводим в таблицу.

№ по пор.	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>P, квт</i>	4,75	4,92	3,6	8,0	3,0	1,77	4,85	30,89
$\operatorname{tg} \varphi$	0,854	1,96	1,80	0,885	1,079	1,402	0,829	1,25
<i>Q, квар</i>	4,05	9,6	6,48	7,08	3,25	4,15	4,02	38,63

Далее, по условию,  $\cos \varphi_2 = 0,96$ , чему соответствует  $\operatorname{tg} \varphi_2 = 0,284$ .

Находим теперь реактивную мощность, подлежащую компенсации:

$$Q_k = P (\operatorname{tg} \varphi_{\text{ср}} - \operatorname{tg} \varphi_2) = 30,89 (1,25 - 0,284) = 30 \text{ квар.}$$

Тогда мощность синхронной машины

$$S = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ ква.}$$

11,14. Потребляемая в цехе мощность равна 200 *квт* и  $\cos \varphi = 0,65$ .

Два асинхронных двигателя, средняя потребляемая мощность и  $\cos \varphi$  которых равны:

$$\begin{aligned}P_1 &= 41 \text{ квт}, & \cos \varphi_1 &= 0,625, \\P_2 &= 20 \text{ квт}, & \cos \varphi_2 &= 0,641,\end{aligned}$$

можно заменить синхронными двигателями.

Определить кажущуюся мощность синхронных машин, которые заменили бы указанные асинхронные двигатели и довели коэффициент мощности в цехе приблизительно до единицы.

Решение.

Общая реактивная мощность

$$Q = P \cdot \operatorname{tg} \varphi = 200 \cdot 1,162 = 232,4 \text{ квар.}$$

Реактивная мощность асинхронных двигателей, подлежащих замене:

$$\begin{aligned}Q'_1 &= 41 \cdot 1,25 = 51,25 \text{ квар}; & \operatorname{tg} \varphi_1 &= 1,25; \\Q'_2 &= 20 \cdot 1,199 = 23,98 \text{ квар}; & \operatorname{tg} \varphi_2 &= 1,199.\end{aligned}$$

Реактивная мощность, которую нужно компенсировать:

$$Q_k = Q - Q'_1 - Q'_2 = 232,4 - 51,25 - 23,98 \approx 157 \text{ квар.}$$

Эту мощность распределим между обеими синхронными машинами пропорционально их активным мощностям.

Тогда

$$\begin{aligned}Q_1 &= \frac{Q_k \cdot P_1}{P_1 + P_2} = \frac{157}{41 + 20} \cdot 41 \approx 106 \text{ квар}; \\Q_2 &= \frac{Q_k \cdot P_2}{P_1 + P_2} = \frac{157}{41 + 20} \cdot 20 \approx 52 \text{ квар.}\end{aligned}$$

Следовательно, искомые мощности синхронных двигателей

$$S_1 = \sqrt{41^2 + 106^2} \approx 114 \text{ ква} \text{ и } S_2 = \sqrt{20^2 + 52^2} \approx 56 \text{ ква.}$$

## 12. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

12,1. На фиг. 12,1а схематически показана обмотка барабанного якоря. Число активных проводников обмотки  $N=16$ , число пар полюсов  $p=2$ , количество коллекторных пластин  $K=8$ .

Установить тип обмотки и вычертить ее развернутую схему.

Ответ.

Развернутая схема простой петлевой обмотки показана на фиг. 12,1б.

12,2. Число активных проводников простой правой петлевой обмотки  $N=24$ , а число витков в одной секции обмотки  $\omega_1=1$ ; количество элементарных пазов  $Z_s=12$ , число полюсов  $2p=4$ .

Определить частичные и полный шаг обмотки и вычертить ее развернутую схему.

Решение.

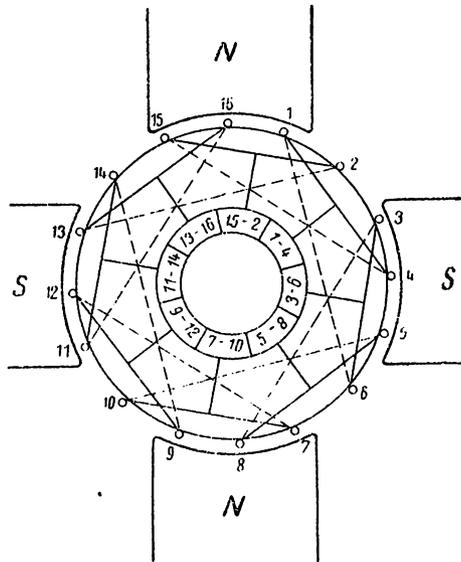
Число секций обмотки равно числу элементарных пазов:

$$S = Z_s = \frac{N}{2\omega_1} = \frac{24}{2 \cdot 1} = 12.$$

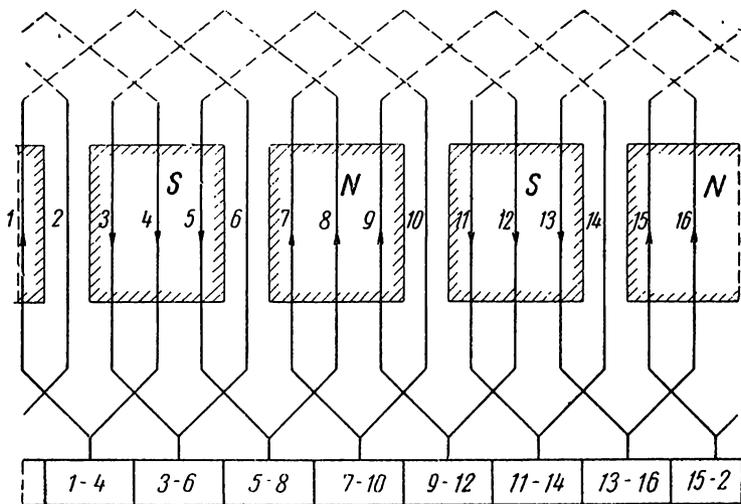
Первый частичный шаг

$$y_1 = \frac{Z_s}{2p} \pm \epsilon = \frac{12}{4} + 0 = 3.$$

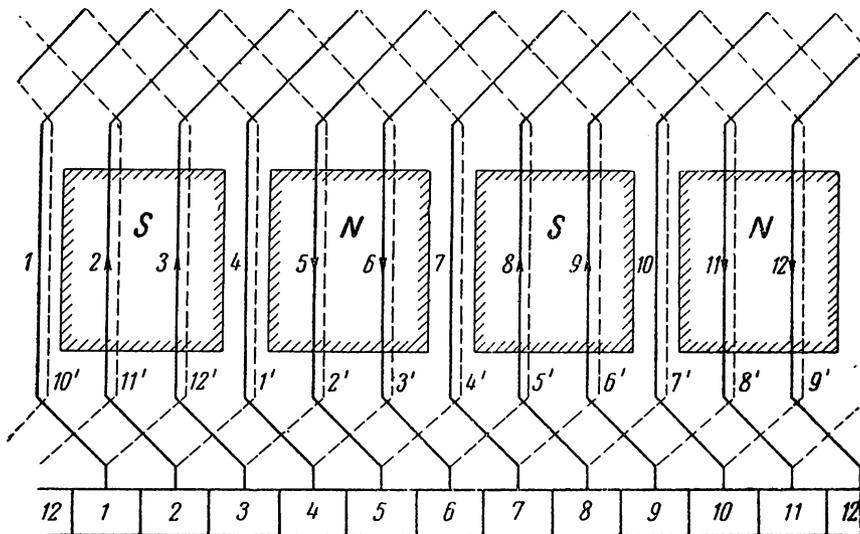
Результирующий шаг обмотки равен шагу по коллектору  $y = y_k$ .



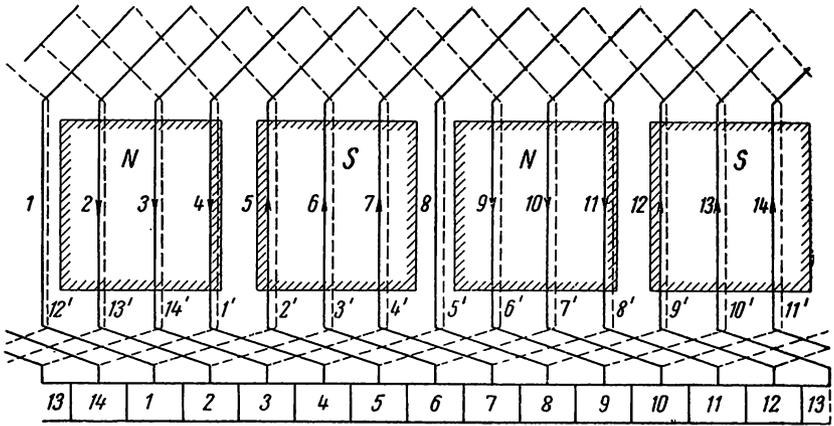
Фиг. 12,1а



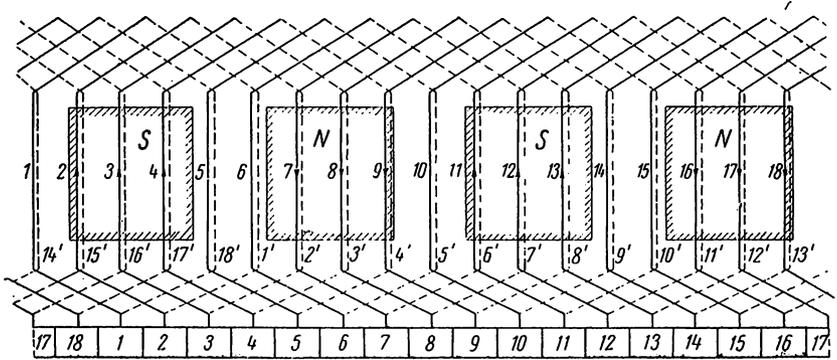
Фиг. 12,16



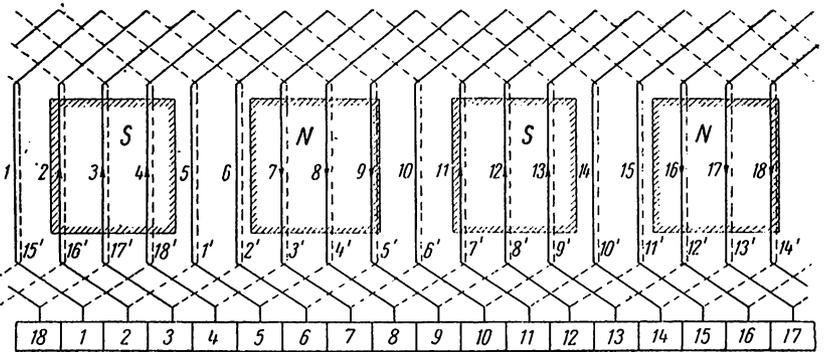
Фиг. 12,2



Фиг. 12,3



Фиг. 12,4a



Фиг. 12,4b

Для простой правой петлевой обмотки результирующий шаг  $y = +1$ .

Следовательно, второй частичный шаг

$$y_2 = y_1 \dots y = 3 - 1 = 2.$$

Одна половина активных проводников обмотки размещается в пазах якоря ближе к его поверхности, а другая — под ними. Проводники, расположенные наверху пазов якоря, обозначены на фиг. 12,2 сплошными прямыми линиями и отмечены цифрами 1, 2, 3 и т. д.

Проводники соответствующих секций, расположенные внизу пазов якоря (под верхними проводниками), обозначены пунктирными линиями и обозначены цифрами 1', 2', 3' и т. д. Коллекторные пластины и элементарные пазы отмечены теми же цифрами (1, 2, 3 и т. д.), которыми отмечены верхние проводники секций обмотки.

Начало первой секции (1) выбрано на геометрической нейтральной (между полюсами). В данном случае первый частичный шаг равен полюсному делению, поэтому конец первой секции (1') располагается также на геометрической нейтральной.

Вычерчивание схемы обмотки начинается с изображения соединения между первой коллекторной пластиной, отмеченной на фиг. 12,2 цифрой 1, и началом первой секции (1). Затем показывается соединение конца этого проводника с началом проводника 1', расположенного в четвертом пазу, после чего изображается соединение конца этого проводника с коллекторной пластиной 2. Затем вторая коллекторная пластина соединяется с началом проводника 2, конец данного проводника с началом второго проводника (2') той же секции и т. д. После соединения всех проводников цепь обмотки оказывается замкнутой.

Отметим, что при обходе каждой секции приходится сдвигаться по коллектору на одну коллекторную пластину ( $y_k = +1$ ) по часовой стрелке. Это положение является основным признаком простой правой петлевой обмотки.

12,3. Число проводников простой левой петлевой обмотки барабанного якоря  $N = 28$ , число полюсов  $2p = 4$ . Количество витков в каждой секции  $w_1 = 1$ .

Определить частичные и общий шаг обмотки и вычертить развернутую схему этой обмотки.

Указание.

Для простой левой петлевой обмотки основным признаком является сдвиг по коллектору при обходе каждой секции обмотки на одну пластину против часовой стрелки. Поэтому в данной задаче необходимо принять  $y_k = y = -1$ .

Ответ.

$$y_1 = 3, \quad y_2 = 4.$$

Развернутая схема обмотки показана на фиг. 12,3.

12,4\* Для одной и той же электрической машины выполнены две простые петлевые обмотки барабанного якоря с различными частичными шагами. На фиг. 12,4а и 12,4б показаны развернутые схемы этих обмоток.

Пользуясь заданными схемами, определить частичные шаги обмоток. Кроме того, требуется показать, что на выполнение обмотки по схеме фиг. 12,4а затрачено больше меди, чем по схеме фиг. 12,4б.

Ответ.

Для схемы фиг. 12,4а  $y_1 = 5$ ,  $y_2 = 4$ .

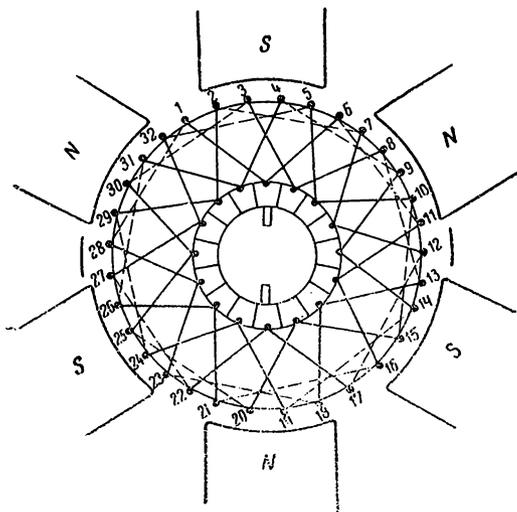
Для схемы фиг. 12,4б  $y_1 = 4$ ,  $y_2 = 3$ .

12,5. На фиг. 12,5а схематически показана обмотка барабанного якоря, где каждый проводник отмечен своим номером.

Установить тип обмотки, вычертить ее развернутую схему и определить частичные шаги и число параллельных ветвей обмотки.

Ответ.

Простая волновая обмотка: частичные шаги  $y_1 = 5$ ,  $y_2 = 5$ , число параллельных ветвей  $2a = 2$ , что является характерным признаком простой волновой обмотки. Развернутая схема обмотки показана на фиг. 12,5б.



Фиг. 12,5а

12,6. Число активных проводников простой волновой обмотки  $N = 42$ , число витков в каждой секции  $w_1 = 1$ , количество полюсов  $2p = 4$ .

Определить частичные и общий шаги обмотки и вычертить ее развернутую схему.

Ответ.

$$y_1 = 5, \quad y = 11, \quad y_2 = 6.$$

Схема обмотки приведена на фиг. 12,6.

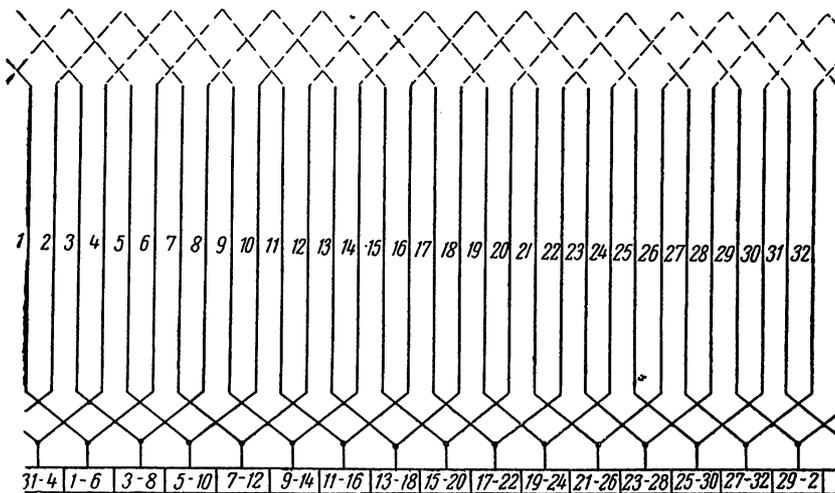
12,7. Генератор постоянного тока с параллельным возбуждением дает напряжение на зажимах  $U = 115$  в при токе нагрузки  $I = 32$  а.

Определить э. д. с. генератора и сопротивление  $r_b$  обмотки возбуждения, если сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии  $r_a = 0,18$  ом, а ток в обмотке возбуждения  $i_b = 1,35$  а.

Падением напряжения в переходном слое контакта щеток пренебрегаем.

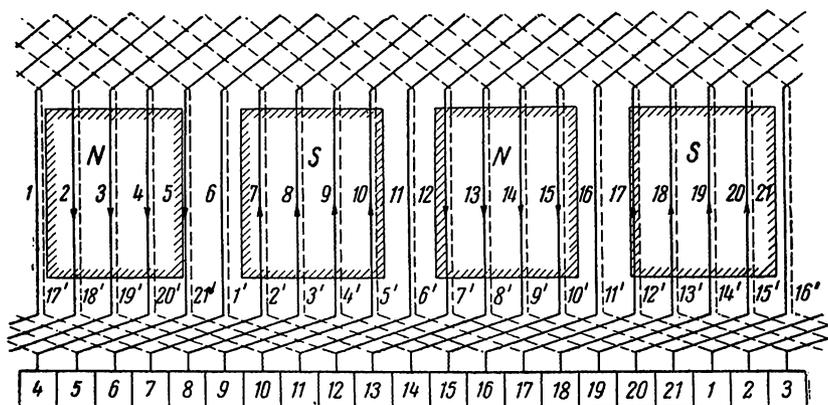
Ответ.  $E = 121$  в,  $r_b = 85,2$  ом.

12.8. Четырехполюсный генератор постоянного тока с параллельным возбуждением развивает номинальную мощность  $P_n = 25$  кВт



Фиг. 12,56

при номинальном напряжении  $U_n = 115$  в и скорости вращения якоря  $n = 1300$  об/мин. Обмотка якоря состоит из 300 провод-



Фиг. 12,6

ников, соединенных в четыре параллельные ветви ( $a=2$ ). Общее сопротивление обмотки возбуждения, включая сопротивление реостата,  $r_b = 12,5$  ом. Сопротивление обмотки якоря  $r_a = 0,0238$  ом.

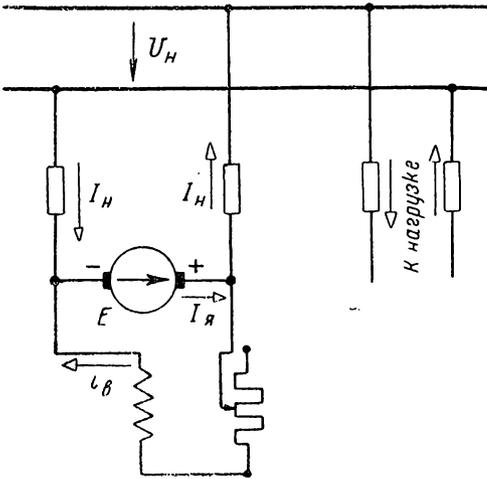
Определить: а) магнитный поток одной пары полюсов, б) сопротивление одной ветви обмотки якоря.

Решение.

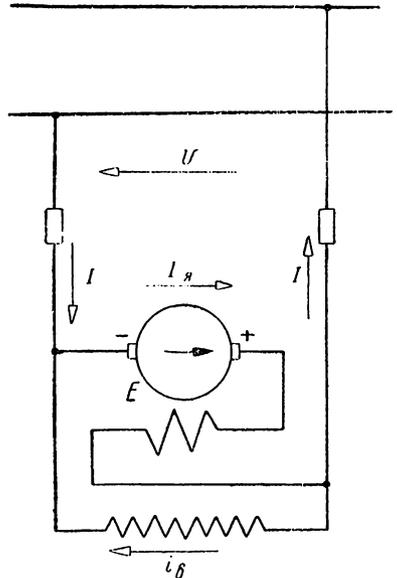
Для определения магнитного потока можно воспользоваться формулой

$$E = \frac{p \cdot n \cdot N}{60 \cdot a} \cdot \Phi.$$

В этой формуле неизвестна величина э. д. с.  $E$  и магнитный поток  $\Phi$ . Найдем э. д. с. генератора по формуле  $E = U_{II} + I_{я} r_{я}$ .



Фиг. 12,8



Фиг. 12,11а

Ток якоря  $I_{я} = I_{II} + i_b = \frac{P_{II}}{U_{II}} + \frac{U_{II}}{r_b} = \frac{25000}{115} + \frac{115}{12,5} = 226 \text{ а}$  (фиг. 12,8).

Тогда  $E = 115 + 226 \cdot 0,0238 = 120 \text{ в.}$

Величина магнитного потока

$$\Phi = \frac{E \cdot 60 \cdot a}{p \cdot n \cdot N} = \frac{120 \cdot 60 \cdot 2}{2 \cdot 1300 \cdot 300} = 1,85 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 1,85 \cdot 10^6 \text{ макс.}$$

Сопротивление одной параллельной ветви обмотки якоря очевидно будет в четыре раза больше суммарного сопротивления  $r_{II}$ , т. е.  $r_{Iя} = 4 \cdot r_{я} = 0,0952 \text{ ом.}$

12,9. В предыдущей задаче (12,8) определить к. п. д. генератора при полной и половинной нагрузках и величину сопротив-

ления внешней цепи, если постоянные потери в генераторе (механические и потери в стали) составляют 3% от  $P_{\text{н}}$ .

Ответ.

При полной нагрузке  $\eta = 0,89$ , а сопротивление внешней цепи  $r = 0,625 \text{ ом}$ .

12,10. Обмотка якоря двухполюсного генератора с параллельным возбуждением имеет число проводников  $N = 250$ ; магнитный поток  $\Phi = 2,19 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 2,19 \cdot 10^6 \text{ мкс}$ . Якорь делает 1250 об/мин. Число пар параллельных ветвей обмотки якоря  $a = 1$ .

Определить напряжение на зажимах генератора, если  $r_{\text{я}} = 0,11 \text{ ом}$ , ток нагрузки  $I = 30 \text{ а}$ , а ток в обмотке возбуждения  $i_{\text{в}} = 1,5 \text{ а}$ .

Ответ.  $U = 115 \text{ в}$ .

12,11. Напряжение  $U$  на зажимах генератора со смешанным возбуждением (фиг. 12,11а) равно  $U = 115 \text{ в}$ . Сопротивление обмотки якоря  $r_{\text{я}} = 0,08 \text{ ом}$ , а сопротивление последовательной обмотки  $r_{\text{п}} = 0,04 \text{ ом}$ .

Определить э. д. с. якоря генератора и сопротивление параллельной обмотки возбуждения, если ток во внешней цепи равен  $I = 51 \text{ а}$ , а ток возбуждения  $i_{\text{в}} = 2 \text{ а}$ .

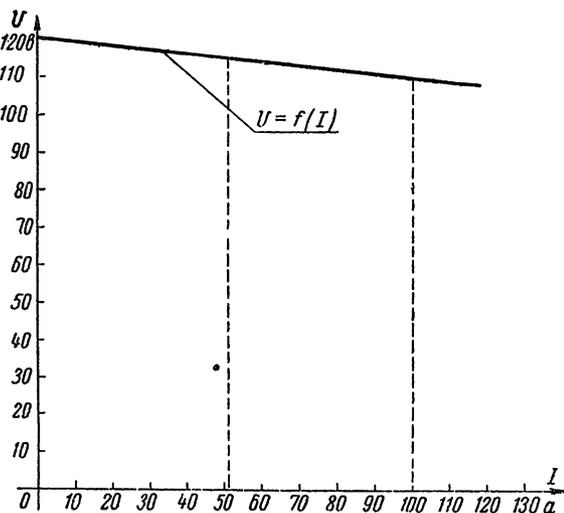
Кроме того, найти зависимость напряжения  $U$  на зажимах от тока нагрузки  $I$  и определить величину напряжения для тока  $I = 100 \text{ а}$ . Реакцией якоря пренебрегаем.

Решение.

Э. д. с. якоря определяется по формуле  $E = I_{\text{я}}(r_{\text{п}} + r_{\text{я}}) + U = 53(0,08 + 0,04) + 115 = 121,4 \text{ в}$ , где ток в якоре  $I_{\text{я}} = i_{\text{в}} + I = 2 + 51 = 53 \text{ а}$ .

Сопротивление параллельной обмотки возбуждения  $r_{\text{в}} = \frac{U}{i_{\text{в}}} = \frac{115}{2} = 57,5 \text{ ом}$ .

Для определения зависимости напряжения  $U$  от тока  $I$  напишем на основании законов Кирхгофа следующие уравнения (фиг. 12,11а):  $I_{\text{я}} = i_{\text{в}} + I$ ,  $E = I_{\text{я}}(r_{\text{я}} + r_{\text{п}}) + U$  и  $r_{\text{в}} i_{\text{в}} = U$ .



Фиг. 19,116

Сопротивление последовательной обмотки  $r_{\text{п}} = 0,04 \text{ ом}$ .

Определить э. д. с. якоря генератора и сопротивление параллельной обмотки возбуждения, если ток во внешней цепи равен  $I = 51 \text{ а}$ , а ток возбуждения  $i_{\text{в}} = 2 \text{ а}$ .

Кроме того, найти зависимость напряжения  $U$  на зажимах от тока нагрузки  $I$  и определить величину напряжения для тока  $I = 100 \text{ а}$ . Реакцией якоря пренебрегаем.

Решение.

Э. д. с. якоря определяется по формуле

$$E = I_{\text{я}}(r_{\text{п}} + r_{\text{я}}) + U = 53(0,08 + 0,04) + 115 = 121,4 \text{ в},$$

где ток в якоре  $I_{\text{я}} = i_{\text{в}} + I = 2 + 51 = 53 \text{ а}$ .

Сопротивление параллельной обмотки возбуждения

$$r_{\text{в}} = \frac{U}{i_{\text{в}}} = \frac{115}{2} = 57,5 \text{ ом}.$$

Для определения зависимости напряжения  $U$  от тока  $I$  напишем на основании законов Кирхгофа следующие уравнения (фиг. 12,11а):  $I_{\text{я}} = i_{\text{в}} + I$ ,  $E = I_{\text{я}}(r_{\text{я}} + r_{\text{п}}) + U$  и  $r_{\text{в}} i_{\text{в}} = U$ .

В результате совместного решения этих уравнений имеем

$$U = E \frac{r_{\text{в}}}{r_{\text{я}} + r_{\text{н}} + r_{\text{в}}} - I \frac{(r_{\text{я}} + r_{\text{н}}) r_{\text{в}}}{r_{\text{я}} + r_{\text{н}} + r_{\text{в}}}.$$

В полученном уравнении переменными являются напряжение  $U$  и ток  $I$ , следовательно, между этими величинами существует линейная зависимость.

Отметим, что первое слагаемое определяет напряжение на зажимах генератора при отсутствии нагрузки (холостой ход), т. е.

$$U_0 = E \frac{r_{\text{в}}}{r_{\text{я}} + r_{\text{н}} + r_{\text{в}}} = 121,4 \frac{57,5}{0,08 + 0,04 + 57,5} = 121 \text{ в.}$$

Поэтому окончательное выражение для напряжения на зажимах может быть написано в следующем виде:

$$U = U_0 - r_{\text{к}} I = 121 - I \cdot 0,1197 \approx 121 - 0,12 I,$$

где 
$$r_{\text{к}} = \frac{(r_{\text{я}} + r_{\text{н}}) r_{\text{в}}}{r_{\text{я}} + r_{\text{н}} + r_{\text{в}}} = \frac{0,12 \cdot 57,5}{57,62} \approx 0,12 \text{ ом.}$$

На основании полученного уравнения построена на фиг. 12,11б зависимость  $U = f(I)$ , имеющая вид прямой линии. Для тока нагрузки  $I = 100 \text{ а}$  напряжение  $U = 109 \text{ в.}$

**12,12.** Якорь четырехполюсного генератора с параллельным возбуждением имеет простую петлевою обмотку из 328 проводников и вращается со скоростью  $n = 840 \text{ об/мин.}$  Ток нагрузки  $I_{\text{н}} = 261 \text{ а.}$

Определить напряжение на зажимах генератора и отдаваемую им мощность, если поток якоря  $\Phi = 2,61 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 2,61 \cdot 10^6 \text{ макс,}$  сопротивление якоря  $r_{\text{я}} = 0,02 \text{ ом,}$  а сопротивление обмотки возбуждения, включая добавочное сопротивление реостата,  $r_{\text{в}} = 100 \text{ ом.}$

Отв.  $U = 115 \text{ в,}$   $P = 30 \text{ квт.}$

**12,13.** Якорь шестиполосного генератора с параллельным возбуждением имеет число пазов  $Z = 65,$  число коллекторных пластин  $K = 325,$  число витков в каждой секции  $w = 1$  и шаг по коллектору  $y_{\text{к}} = 108.$

Определить поток в якоре, если э. д. с.  $E = 468 \text{ в,}$  а скорость вращения якоря  $n = 760 \text{ об/мин.}$

Решение.

Число проводников якоря определяется выражением

$$N = 2 \cdot w \cdot K = 2 \cdot 1 \cdot 325 = 650.$$

Так как шаг по коллектору  $y_{\text{к}} = 108,$  то заключаем, что обмотка волновая.

Число параллельных ветвей в якоре определяется по формуле

$$a = |p \cdot y_k - K| = |3 \cdot 108 - 325| = 1,$$

т. е. обмотка простая волновая.

Величина потока в якоре определяется из формулы

$$E = \frac{p \cdot N \cdot n}{60 \cdot a} \cdot \Phi,$$

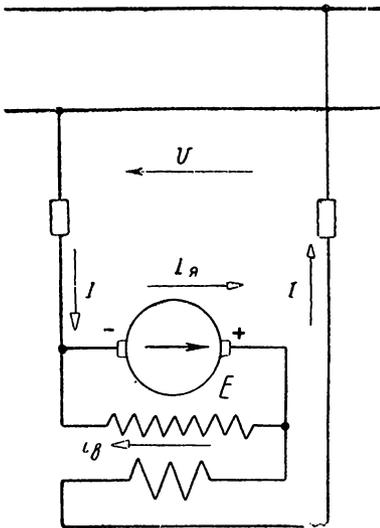
$$\Phi = \frac{468 \cdot 60 \cdot 1}{3 \cdot 650 \cdot 760} = 1,90 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 1,90 \cdot 10^6 \text{ мкс.}$$

12,14. Якорь четырехполюсного генератора имеет число пазов  $Z = 31$ , число коллекторных пластин  $K = 93$ , число витков в каждой секции  $w_a = 6$  и шаг по коллектору  $y_k = 47$ .

Определить э. д. с. генератора, если скорость вращения якоря  $n = 1750$  об/мин. и поток якоря  $\Phi = 3,62 \cdot 10^{-3}$  вб  $= 0,362 \cdot 10^6$  мкс.

Ответ.  $E = 236$  в.

12,15\*. Э. д. с. якоря генератора постоянного тока со смешанным возбуждением  $E = 240$  в (фиг. 12,15).



Фиг. 12,15

Определить напряжение  $U$  на зажимах генератора и сопротивление параллельной обмотки возбуждения, если сопротивление обмотки якоря  $r_a = 0,125$  ом, сопротивление последовательной обмотки  $r_n = 0,025$  ом, ток возбуждения  $i_n = 2$  а, а ток нагрузки  $I = 64$  а.

Кроме того, найти зависимость между напряжением  $U$  и током нагрузки и, пользуясь этой зависимостью, определить напряжение на зажимах генератора при холостом ходе и при токе  $I = 128$  а.

Реакцией якоря пренебрегаем.

Ответ.

$r_b = 115,8$  ом,  $U = 230$  в; зависимость между напряжением и током  $I$  определяется уравнением

$$U = E \frac{r_b}{r_b + r_a} - I \left( r_n + \frac{r_n r_a}{r_b + r_a} \right).$$

12,16. Генератор с параллельным возбуждением имеет следующие данные:  $P_n = 200$  квт,  $U_n = 230$  в и  $n = 500$  об/мин. Сопротивление обмотки якоря, включая сопротивление обмотки допол-

нительных полюсов, равняется в нагретом состоянии  $r_{я} = 0,0123 \text{ ом}$ . Ток возбуждения при указанных условиях  $i_{в} = 22 \text{ а}$ .

Характеристика холостого хода генератора задана в виде следующей таблицы.

$i_{в}, \text{ а}$	5	10	15	20	25	30	35
$E_0, \text{ в}$	38	174	216	238,6	250,4	259	265

Определить графическим способом изменение напряжения при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу при отсутствии регулирования в цепи обмотки возбуждения, а также определить изменение напряжения при сбросе нагрузки для случая питания цепи возбуждения от независимого источника. В обоих случаях пренебречь влиянием реакции якоря.

Решение.

Ток во внешней цепи

$$I_{н} = \frac{P_{н}}{U_{н}} = \frac{200 \cdot 000}{230} = 870 \text{ а.}$$

Величина тока в обмотке якоря

$$I_{я} = I_{н} + i_{в} = 870 + 22 = 892 \text{ а.}$$

Э. д. с. при номинальной нагрузке определяется выражением

$$E_{н} = U_{н} + I_{я} r_{я} + 2\Delta U_{щ} = 230 + 892 \cdot 0,0123 + 2 = 243 \text{ в,}$$

где  $2\Delta U_{щ}$  — падение напряжения в переходном слое контакта щеток, взятое по нормам равным 2 в.

По данным таблицы построим характеристику холостого хода (фиг. 12,16).

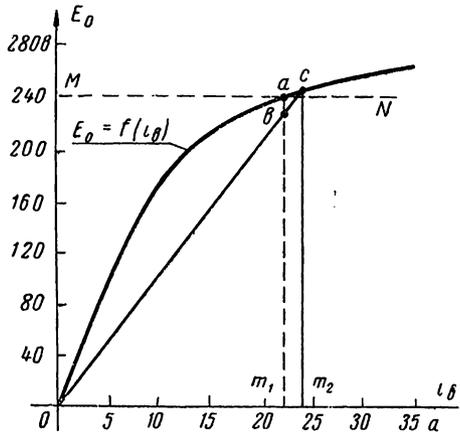
Полученное значение э. д. с. отложим на оси ординат (фиг. 12,16) и проведем прямую  $MN$ , параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой  $E_0 = f(i_{в})$  в точке  $a$ .

Так как  $U_{н} = (E_{н} - I_{я} r_{я} - 2\Delta U_{щ})$ , то отрезок  $m_1 b = m_1 a - ab$  будет соответствовать номинальному напряжению  $U_{н} = 230 \text{ в}$  на зажимах генератора.

Проведем из начала координат прямую  $ob$  и продолжим ее до пересечения с характеристикой холостого хода в точке  $c$ . Опустив из этой точки перпендикуляр на ось абсцисс, получим отрезок  $om_2$ , определяющий ток возбуждения  $i_{в} = 23,5 \text{ а}$ . Этот ток вызывает при сбросе нагрузки напряжение на зажимах генератора  $U_0 = 248 \text{ в}$ .

Напряжение на зажимах генератора при сбросе нагрузки изменится на величину

$$\Delta U \% = \frac{U_0 - U_{н}}{U_{н}} \cdot 100 = \frac{248 - 230}{230} \cdot 100 = 7,8\%.$$



Фиг. 12,16

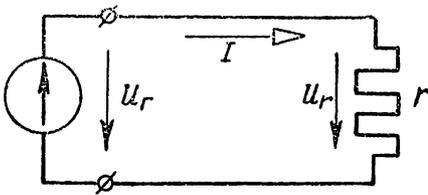
При независимом возбуждении генератора изменение напряжения происходит только за счет падения напряжения в обмотке якоря, т. е.

$$\Delta U\% = \frac{243 - 230}{230} \cdot 100 = 5,65\%.$$

12.17. Внешняя характеристика генератора последовательного возбуждения определяется данными следующей таблицы:

$U_r, \text{ в}$	0	30	60	90	120	140	160	180	200	220	240
$I, \text{ а}$	0	5	10	15	22	27,5	35	43	54	69	100

Генератор замкнут на сопротивление  $r = 3 \text{ ом}$  (фиг. 12,17а). Определить ток в цепи и напряжение на зажимах генератора.

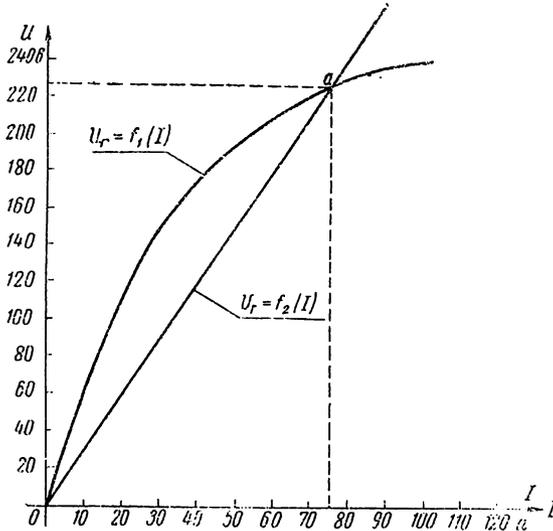


Фиг. 12,17а

Решение.

Эта задача решается графическим методом. По данным таблицы, приведенной в условии задачи, на фиг. 12,17б построена кривая изменения напряжения на зажимах генератора от тока  $I$ . На этом же чертеже построена прямая  $U_r =$

$= f_2(I)$ , характеризующая изменение напряжения на зажимах сопротивления нагрузки от изменения тока  $I$ . Так как напря-



Фиг. 12,17б

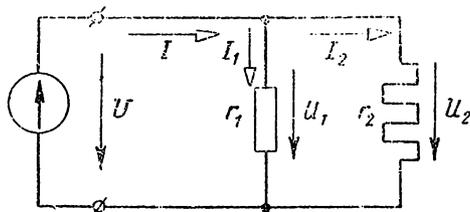
жение на зажимах генератора должно равняться напряжению на сопротивлении приемника  $U_r = rI$ , то ордината точки пересече-

чения этих кривых определяет искомое напряжение  $U_r = 226$  в. Опуская перпендикуляр из точки  $a$  на ось абсцисс, получим ток в цепи

$$I = 75,4 \text{ а.}$$

12,18. Внешняя характеристика генератора параллельного возбуждения определяется данными следующей таблицы:

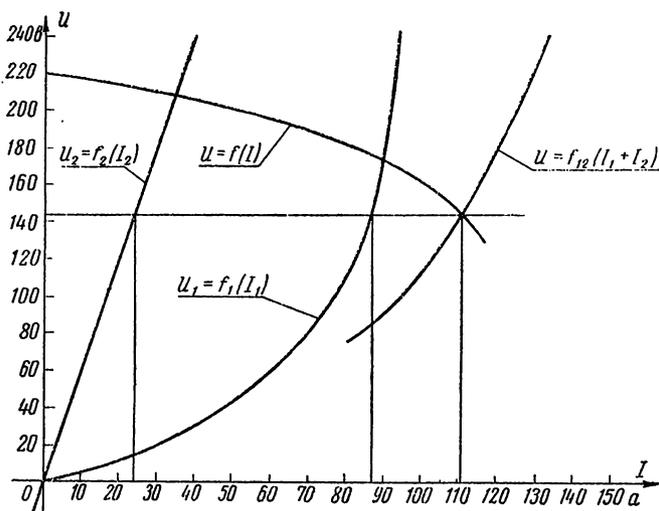
$U, \text{ в}$	220	212	208	204	200	195	188	180	172	160	145	143
$I, \text{ а}$	0	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	115



Фиг. 12,18а

Нелинейный элемент  $r_1$  (фиг. 12,18 а) характеризуется следующей вольтамперной характеристикой:

$U_1, \text{ в}$	0	10	25	60	110	180	260
$I_1, \text{ а}$	0	20	40	60	80	90	95



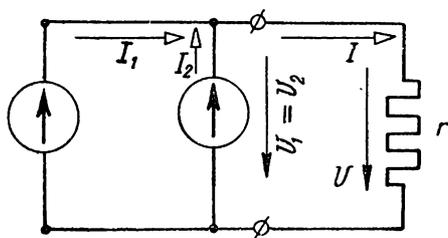
Фиг. 12 18б

Сопротивление  $r_2 = 6 \text{ ом}$  не зависит от тока. Определить токи во всех ветвях схемы, показанной на фиг. 12,18а.

Ответ.

На фиг. 12,18б построены все необходимые характеристики, из которых находятся искомые величины:  $I = 111 \text{ а}$ ,  $I_1 = 87 \text{ а}$ ,  $I_2 = 24 \text{ а}$ ,  $U = 144 \text{ в}$ .

12,19\*. На фиг. 12,19а показана схема параллельного соединения двух генераторов, посылающих ток в нагрузку с сопротивлением  $r = 1,5 \text{ ом}$ . Напряжение на зажимах первого генератора  $U_1$  изменяется в зависимости от тока  $I_1$  по кривой, определяемой



Фиг. 12,19а

данными таблицы в задаче 12,17, а напряжение на зажимах второго генератора определяется данными таблицы в задаче 12,18.

Определить напряжение на зажимах нагрузки и токи во всех ветвях.

Решение.

Основными уравнениями, определяющими режим рассматриваемой цепи, являются

$$U_1 = U_2 = rI \text{ и } I_1 + I_2 = I.$$

Эти уравнения решаются графическим способом. На фиг. 12,19б построены три вольтамперные характеристики  $U_1 = f_1(I_1)$ ,  $U_2 = f_2(I_2)$  и  $U = f(I)$ . По первым двум характеристикам построена вспомогательная кривая, устанавливающая зависимость напряжения  $U_{12} = f_{12}(I_1 + I_2)$  на зажимах генераторов от суммарного тока  $I = I_1 + I_2$ . Эта кривая построена по точкам путем суммирования токов для одних и тех же значений напряжений  $U_1$  и  $U_2$ . Для точки пересечения  $a$  кривой  $U_{12} = f_{12}(I_1 + I_2)$  с прямой  $U = f(I)$  справедливы основные уравнения. Суммарный ток  $I$  определяется в некотором масштабе отрезком  $ob$ , токи в генераторах — отрезками  $oc$  и  $od$ , а напряжение на зажимах — ординатой  $ba$ . Из кривых, приведенных на фиг. 12,19б, имеем  $I = 122 \text{ а}$ ,  $I_1 = 44 \text{ а}$ ,  $I_2 = 78 \text{ а}$ ,  $U = 183 \text{ в}$ .

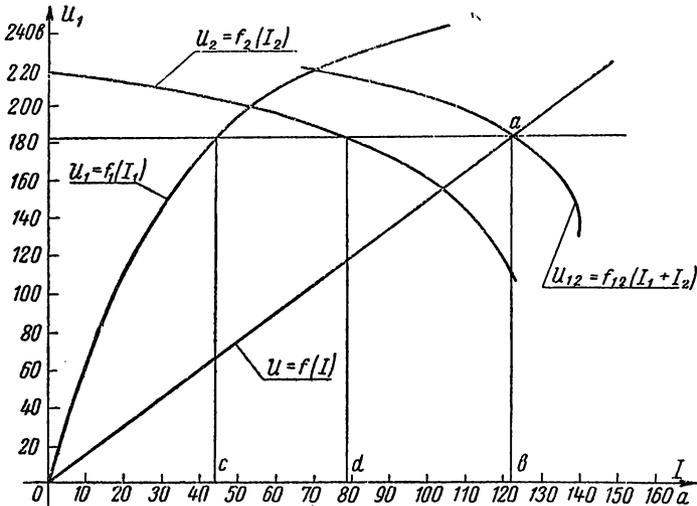
Задача имеет теоретический интерес, так как практически включать на параллельную работу генераторы с параллельным и последовательным возбуждением нельзя (не представляется возможным получить устойчивую работу в течение сколько-нибудь длительного времени).

12,20\*. В условиях предыдущей задачи (12,19) определить токи в ветвях, напряжение на зажимах и сопротивление нагрузки, при котором токи в обоих генераторах будут одинаковы.

Ответ.

$$r = 1,85 \text{ ом}, U = 198 \text{ в}, I = 107 \text{ а}, I_1 = I_2 = 53,5 \text{ а}.$$

12,21. На фиг. 12,21 показаны два генератора с параллельным возбуждением, работающие параллельно на общую нагрузку. Сопротивления обмоток якорей генераторов  $r_{1я} = 0,01 \text{ ом}$  и  $r_{2я} = 0,05 \text{ ом}$ . При помощи реостатов, включенных в обмотки возбуждения, произведена регулировка э. д. с. генераторов таким образом, что каждый из генераторов посылает в сеть ток  $I_1 = I_2 = 200 \text{ а}$  при напряжении на зажимах  $U = 115 \text{ в}$ .



Фиг. 12,196

-Найти распределение нагрузки между генераторами, если при уменьшении сопротивления внешней цепи ток в сети увеличится в два раза.

Решение.

Для схемы фиг. 12,21 напишем уравнения в следующем виде:

$$E_1 - r_{1я} I_{1я} = E_2 - r_{2я} I_{2я} = U \text{ и } I_1 + I_2 = I = \frac{U}{r},$$

где  $r$  — сопротивление нагрузки.

Если пренебречь токами возбуждения, то полученные уравнения можно переписать в следующем виде:

$$E_1 - r_{1я} I_1 = E_2 - r_{2я} I_2 = U \text{ и } I = \frac{U}{r} = I_1 + I_2.$$

В результате совместного решения этих уравнений имеем

$$I_1 = \frac{E_1(r + r_{2я}) - E_2 r}{r(r_{1я} + r_{2я}) + r_{1я} r_{2я}}, \quad I_2 = \frac{E_2(r + r_{1я}) - E_1 r}{r(r_{1я} + r_{2я}) + r_{1я} r_{2я}},$$

$$U = \frac{r(E_1 r_{2я} + E_2 r_{1я})}{r(r_{1я} + r_{2я}) + r_{1я} r_{2я}}.$$

Величины э. д. с. определим из выражений:

$$E_1 = U + r_{1я} I_1 = 115 + 0,01 \cdot 200 = 117 \text{ в,}$$

$$E_2 = U + r_{2я} I_2 = 115 + 0,05 \cdot 200 = 125 \text{ в.}$$

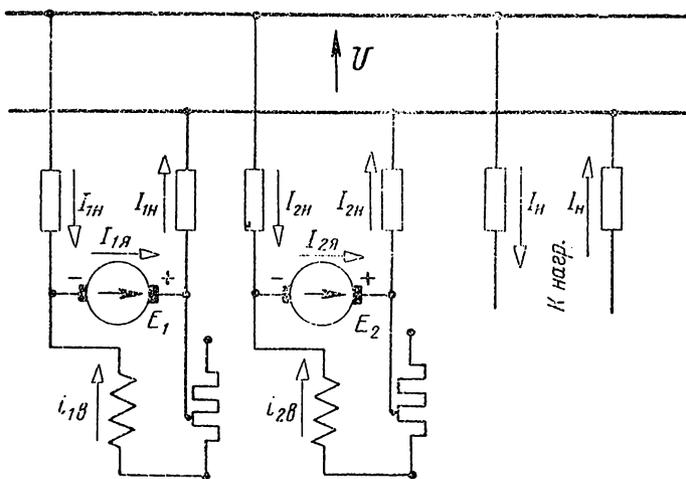
Для случая, когда ток нагрузки возрастет до 800 а, имеем уравнения

$$117 - 0,01 I_1 = 125 - 0,05 I_2, \quad I_1 + I_2 = 800,$$

откуда

$$I_1 = 533 \text{ а и } I_2 = 267 \text{ а.}$$

Благодаря неравенству сопротивлений обмоток якорей нагрузка распределяется не поровну, причем один генератор оказывается перегруженным, а другой недогруженным. Выравнивание нагру-



Фиг. 12,21

зок можно осуществить путем соответствующего изменения токов возбуждения и воздействия на первичные двигатели.

12,22\*. Два генератора с параллельным возбуждением включены параллельно на общие шины (фиг. 12,21) и питают нагрузку, потребляющую мощность 92 кВт при напряжении на зажимах, равном 230 в, при этом первый генератор загружен на свою номинальную мощность.

Генераторы характеризуются следующими данными:  $P_{1н} = 23 \text{ кВт}$ ,  $U_{1н} = 230 \text{ в}$ ,  $i_{1я} = 3 \text{ а}$ , сопротивление обмотки якоря, включая сопротивление дополнительных полюсов, в нагретом состоянии  $r_{1я} = 0,1 \text{ ом}$ ;  $P_{2н} = 92 \text{ кВт}$ ,  $U_{2н} = 230 \text{ в}$ , номинальный ток обмотки возбуждения  $i_{2я} = 6 \text{ а}$ , сопротивление обмотки якоря, включая сопротивление

дополнительных полюсов, в нагретом состоянии  $r_{2я} = 0,045 \text{ ом}$ . Характеристики холостого хода для обоих генераторов одинаковы и заданы в относительных единицах следующей таблицей:

$\frac{i_{1в}}{i_{0*}}$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$\frac{E_0}{U_{н}}$	0,58	1,0	1,21	1,33	1,4

Определить токи возбуждения обоих генераторов при переводе нагрузки с первого генератора на второй, если напряжение сети остается при этом неизменным. Размагничивающим действием реакции якоря пренебрегаем.

Решение.

Для первого генератора имеем:  
номинальный ток нагрузки

$$I_{1н} = \frac{P_{1н}}{U_{н}} = \frac{23\,000}{230} = 100 \text{ а},$$

ток в обмотке якоря  $I_{1я} = I_{1н} + i_{1в} = 100 + 3 = 103 \text{ а}$ ;

падение напряжения в цепи якоря

$$\Delta U_{1я} = I_{1я} r_{1я} + \Delta U_{1ц} = 103 \cdot 0,1 + 2 = 12,3 \text{ в},$$

что в относительных единицах составляет

$$\Delta U_{1я} = \frac{12,3}{230} = 0,0535.$$

Для второго генератора получим:

мощность  $P_2 = 92 - 23 = 69 \text{ квт}$ , что составляет 0,75 от  $P_{2н}$ ;

$$I_2 = 0,75 \frac{P_{2н}}{U_{н}} = 0,75 \frac{92\,000}{230} = 300 \text{ а},$$

$$I_{2я} \approx I_2 + i_{2в} = 300 + 6 = 306 \text{ а},$$

где ток возбуждения принят равным номинальному значению.

Падение напряжения в цепи якоря второго генератора равняется

$$\Delta U_{2я} = I_{2я} r_{2я} + \Delta U_{2ц} = 306 \cdot 0,045 + 2 = 15,8 \text{ в},$$

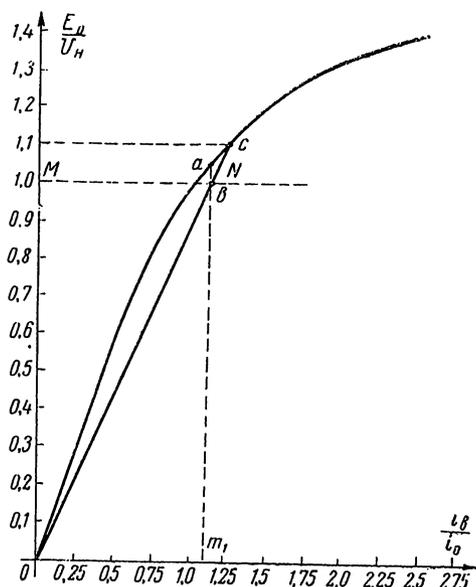
что в относительных единицах составляет

$$\Delta U_{2я} = \frac{15,8}{230} = 0,0687.$$

---

\* В этой таблице  $i_0$  обозначает ток в обмотке возбуждения, при наличии которого создается на зажимах генератора напряжение холостого хода, равное номинальному напряжению.

На характеристиках холостого хода для генераторов (фиг. 12,22а и 12,22б) проводим через точки  $\frac{E_0}{U_H} = 1$  прямые  $MN$ , параллельные оси абсцисс, до пересечения с кривыми холостого хода. Для определения тока возбуждения первого генератора откладываем на характеристике холостого хода (фиг. 12,22а)



Фиг. 12,22а

отрезок  $ab$  равный 0,0535 таким образом, чтобы точка  $b$  лежала на линии  $MN$ , а точка  $a$  — на кривой холостого хода. Ток возбуждения при нагрузке определяется отрезком  $om_1$  и равен  $i'_{1B} = 1,09$ . Аналогичными построениями (фиг. 12,22б) находим ток возбуждения второго генератора, измеряемый отрезком  $om_2$ , равным  $i'_{2B} = 1,150$ .

Так как при переводе нагрузки с первого генератора на второй напряжение сети должно остаться неизменным, то ток возбуждения первого генератора должен быть снижен до величины, при которой э. д. с. этого генератора будет равна напряжению на зажимах  $U_H = 230 \text{ в} = E_1$ , т. е.  $\frac{i_0}{i'_{1B}} = \frac{1}{1,09} = 0,917$ . Величина тока возбуждения будет равна

$$i''_{1B} = 0,917 i_{1B} = 0,917 \cdot 3 = 2,75 \text{ а.}$$

Второй генератор принимает на себя весь ток нагрузки:

$$I_{2н} = 100 + 300 = 400 \text{ а.}$$

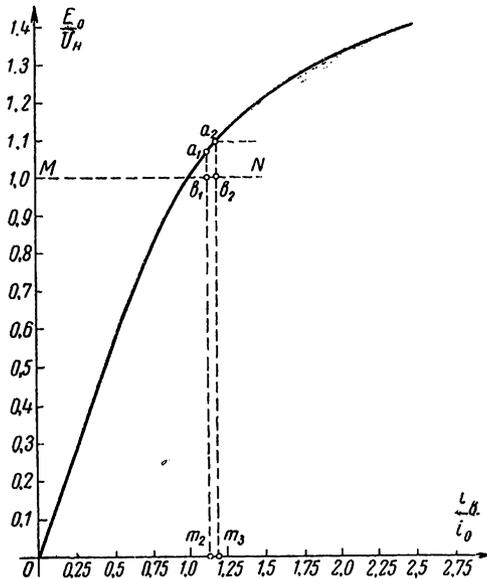
Ток в якоре этого генератора будет равен

$$I'_{2я} = 400 + 6 = 406 \text{ а.}$$

В соответствии с новым значением тока падение напряжения в якоре второго генератора составит

$$I'_{2я} r_{2я} + 2 \Delta U_{2ц} = 406 \cdot 0,045 + 2 = 20,3 \text{ в,}$$

что в относительных единицах дает  $\frac{20,3}{230} = 0,0882$ .



Фиг. 12,226

Так как напряжение на зажимах сети должно остаться неизменным и равным 230 в, то ток возбуждения второго генератора необходимо повысить до такой величины, при которой его э. д. с. будет определяться отрезком  $m_2 a_2$ , при этом отрезок  $b_2 a_2$  должен быть равен величине падения напряжения 0,0882.

В этом случае ток возбуждения второго генератора будет равен номинальному значению, т. е.  $i''_{2в} = 1,190$  или  $i''_{2в} = 6 \text{ а}$ , тогда как при неполной нагрузке ток возбуждения  $i'_{2в} = 6 \frac{1,150}{1,190} = 5,8 \text{ а}$ .

12,23\*. В предыдущей задаче (12,22) определить изменение напряжения сети и изменения токов возбуждения обоих генера-

торов, если перевод нагрузки с первого на второй генератор осуществляется с помощью регулировки тока возбуждения только одного второго генератора.

О т в е т.

$$U''_{11} \approx 1,1 \text{ или } U''_{11} = 253 \text{ в;}$$

$$i''_{1B} = 3,66 \text{ а, } i''_{2B} = 7,05 \text{ а.}$$

12,24. Двухполюсный двигатель с параллельным возбуждением присоединен к сети с напряжением  $U = 110 \text{ в}$ ; ток, поступающий в двигатель,  $I = 55,5 \text{ а}$ . Число проводников якоря двигателя  $N = 300$ , магнитный поток якоря  $\Phi = 2 \cdot 10^{-2} \text{ вб} = 2 \cdot 10^6 \text{ мкс}$ , сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии равно  $r_{я} = 0,1 \text{ ом}$ , ток в обмотке возбуждения  $i_{в} = 5,5 \text{ а}$  и к. п. д. двигателя  $\eta = 0,82$ . Число пар параллельных ветвей  $a = 1$ .

Определить скорость вращения якоря двигателя и его вращающий момент. Реакцией якоря пренебрегаем.

Р е ш е н и е.

Мощность, потребляемая двигателем,  $P = UI = 110 \cdot 55,5 = 6100 \text{ вт}$ ; мощность, отдаваемая двигателем,  $P_{м} = P \cdot \eta = 6100 \cdot 0,82 = 5000 \text{ вт}$ .

Ток в якоре  $I_{я} = I - i_{в} = 55,5 - 5,5 = 50 \text{ а}$ .

Противодействующая э. д. с. в обмотке якоря определяется выражением

$$E = U - I_{я} r_{я} = 110 - 50 \cdot 0,1 = 105 \text{ в.}$$

Скорость вращения якоря при заданной нагрузке находится из выражения э. д. с., т. е.

$$E = \frac{p \cdot n}{60} \cdot \frac{N}{a} \cdot \Phi,$$

откуда  $n = \frac{E \cdot 60 \cdot a}{\Phi \cdot p \cdot N} = \frac{105 \cdot 60}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 300} = 1050 \text{ об/мин.}$

Вращающий момент двигателя

$$M = \frac{P_{2}}{\omega} = \frac{P_{2}}{2\pi \frac{n}{60}} = \frac{5000 \cdot 60}{2\pi \cdot 1050} = 45,3 \text{ джс} = 4,62 \text{ кгм.}$$

12,25. В предыдущей задаче (12,24) определить скорость вращения якоря двигателя при токе в якоре равном  $I_{я} = 100 \text{ а}$ , а также в случае, когда пусковой реостат не выведен полностью и оставшаяся в цепи якоря часть сопротивления реостата равна  $r_{р} = 0,9 \text{ ом}$ .

Кроме того, определить величину тока, который возникает в якоре двигателя, если при его пуске был случайно выключен пусковой реостат.

О т в е т.  $n_1 = 100 \text{ об/мин}$ ;  $I = 1100 \text{ а}$ .

12,26. Для двигателя с параллельным возбуждением заданы следующие номинальные величины:  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$ ,  $I_{\text{н}} = 45,5 \text{ а}$ ,  $n = 1040 \text{ об/мин}$  и  $i_{\text{н}} = 1,2 \text{ а}$ .

Сопротивление обмотки якоря, включая сопротивление дополнительных полюсов, в нагретом состоянии равно  $r_{\text{я}} = 0,5 \text{ ом}$ .

Определить скорость вращения якоря двигателя при холостом ходе, если током холостого хода в якоря и размагничивающим действием реакции якоря можно пренебречь. Падение напряжения на щетках двигателя принять равным  $2 \text{ в}$ .

Отв.  $n_0 = 1160 \text{ об/мин}$ .

12,27. Для двигателя с параллельным возбуждением известны следующие номинальные величины:  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$ ,  $I_{\text{н}} = 45,5 \text{ а}$ ,  $n = 1040 \text{ об/мин}$ . Сопротивление обмотки якоря и дополнительных полюсов в нагретом состоянии равно  $r_{\text{я}} = 0,5 \text{ ом}$ , а сопротивление обмотки возбуждения  $r_{\text{в}} = 183,3 \text{ ом}$ .

Определить скорость вращения якоря двигателя, если напряжение, подведенное к обмотке якоря, понизится до  $170 \text{ в}$ , а тормозной момент и ток возбуждения останутся при этом неизменными.

Решение.

Ток в обмотке якоря при номинальном режиме

$$I_{\text{ян}} = I_{\text{н}} - i_{\text{н}} = 45,5 - \frac{220}{183,3} = 45,5 - 1,2 = 44,3 \text{ а}$$

Вращающий момент двигателя при номинальном напряжении  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$  определяется выражением

$$M_{\text{н}} = k\Phi I_{\text{ян}}$$

Вращающий момент двигателя при пониженном напряжении  $U = 170 \text{ в}$  будет равен

$$M = k\Phi_1 I_{\text{я}}$$

По условию  $M_{\text{н}} = M$  и  $i_{\text{н}} = \text{пост.}$ , следовательно,  $\Phi = \Phi_1$ , откуда  $I_{\text{ян}} = I_{\text{я}} = 44,3 \text{ а}$ .

Скорость вращения якоря двигателя при  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$ :

$$n = \frac{U_{\text{н}} - I_{\text{ян}} r_{\text{я}} - 2\Delta U_{\text{ш}}}{c\Phi},$$

а скорость вращения якоря при пониженном напряжении  $U = 170 \text{ в}$  будет равна

$$n_1 = \frac{U - I_{\text{ян}} r_{\text{я}} - 2\Delta U_{\text{ш}}}{c\Phi_1},$$

где  $\Phi_1 = \Phi$ .

Из этих уравнений имеем

$$\frac{n_1}{n} = \frac{U - I_{ян} r_{я} - 2\Delta U_{щ}}{U_n - I_{ян} r_{я} - 2\Delta U_{щ}} = \frac{170 - 44,3 \cdot 0,5 - 2}{220 - 44,3 \cdot 0,5 - 2} \approx 0,745,$$

откуда

$$n_1 = 0,745 \cdot n = 775 \text{ об/мин.}$$

12,28. В условиях предыдущей задачи принять ток в обмотке возбуждения двигателя изменяющимся пропорционально приложенному напряжению.

Определить скорость вращения якоря двигателя и ток в обмотке якоря, если характеристика холостого хода может быть построена по следующим данным:

$i_b, a$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3
$E_0, e$	83	120,5	158	182	191	198,6	204

Размагничивающим действием реакции якоря пренебречь.

Решение.

Ток в якоре двигателя при  $U_n = 220 e$  равен

$$I_{ян} = 45,5 - 1,2 = 44,3 a.$$

Вращающие моменты двигателя при напряжении  $U_n = 220 e$  и  $U = 170 e$  определяются, соответственно, выражениями

$$M_n = k\Phi I_{ян} \quad \text{и} \quad M = k\Phi_1 I_a.$$

Так как по условию эти моменты должны быть равны между собой, то

$$I_a = I_{ян} \frac{\Phi}{\Phi_1}.$$

При уменьшении напряжения с  $220 e$  до  $170 e$  величина тока в обмотке возбуждения уменьшится до значения, определяемого равенством

$$i_b = i_{бн} \frac{U}{U_n} = 1,2 \frac{170}{220} = 0,927 a.$$

Пользуясь характеристикой холостого хода (фиг. 12,28), находим, что току возбуждения  $i_{бн}$  (поток  $\Phi$ ) соответствует э. д. с.  $E_{0н} = 198,6 e$ , а току возбуждения  $i_b = 0,927$  (поток  $\Phi_1$ ) соответствует э. д. с.  $E_0 = 176 e$ .

Отношение потоков  $\frac{\Phi}{\Phi_1}$  можно принять равным отношению

$$\text{э. д. с. } \frac{E_{0н}}{E_0}, \text{ т. е.}$$

$$\frac{\Phi}{\Phi_1} = \frac{198,6}{176} = 1,13 \quad \text{или} \quad I_{я} = I_{ян} \frac{\Phi}{\Phi_1} = 44,3 \cdot 1,13 = 50 \text{ а.}$$

Скорость вращения якоря двигателя при  $U_{н} = 220 \text{ в}$ :

$$n = \frac{U_{н} - I_{ян} r_{я} - 2\Delta U_{ш}}{c\Phi}$$

Скорость вращения якоря при  $U = 170 \text{ в}$ :

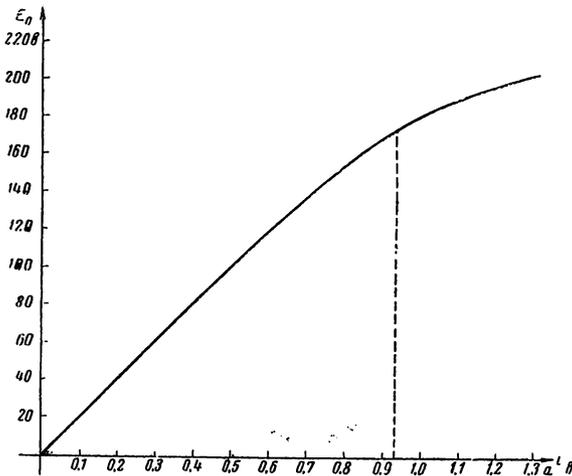
$$n_1 = \frac{U - I_{я} r_{я} - 2\Delta U_{ш}}{c\Phi_1}$$

Из этих уравнений имеем

$$\frac{n_1}{n} = \frac{U - I_{я} r_{я} - 2\Delta U_{ш}}{U_{н} - I_{ян} r_{я} - 2\Delta U_{ш}} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_1} = \frac{170 - 50 \cdot 0,5 - 2}{220 - 44,3 \cdot 0,5 - 2} \cdot 1,13 = 0,826$$

или

$$n_1 = 0,826 \cdot 1040 = 860 \text{ об/мин.}$$



Фиг. 12,28

**12,29\*.** Для генератора с параллельным возбуждением заданы следующие номинальные величины: мощность  $P_{нг} = 29 \text{ квт}$ , напряжение  $U_{нг} = 115 \text{ в}$ , скорость вращения якоря  $n_{г} = 1000 \text{ об/мин}$ , ток в обмотке возбуждения  $i_{в} = 5 \text{ а}$ , к. п. д. при номинальной нагрузке  $\eta_{г} = 0,86$ . Сопротивление обмотки якоря вместе с сопротивлением дополнительных полюсов в нагретом состоянии  $r_{я} = 0,024 \text{ ом}$ .

Определить скорость вращения якоря этой машины, работающей в режиме двигателя, при напряжении на зажимах  $U_{нд} = 110 \text{ в}$  и мощности  $P_{нд} = 25 \text{ квт}$ , если насыщение стали и к. п. д. двигателя будут такими же, как у генератора.

Решение.

Ток в обмотке якоря при генераторном режиме определяется выражением

$$I_{яг} = I_n + i_n = \frac{P_{нг}}{U_{нг}} + i_n = \frac{29 \cdot 10^3}{115} + 5 = 252 + 5 = 257 \text{ а.}$$

Ток в якоре при работе машины в качестве двигателя равен

$$I_{яд} = I_n - i_n = \frac{P_{нд}}{U_{нд} n_d} - i_n = \frac{25 \cdot 10^3}{110 \cdot 0,86} - 5 = 264 - 5 = 259 \text{ а.}$$

Э. д. с. генератора при номинальном режиме определяется из уравнения

$$E_g = U_{нг} + I_{яг} r_{я} + 2\Delta U_{ш} = 115 + 257 \cdot 0,024 + 2 = 123,2 \text{ в.}$$

Э. д. с. в обмотке якоря для двигательного режима находится из выражения

$$E_d = U_{нд} - I_{яд} r_{я} - 2\Delta U_{ш} = 110 - 259 \cdot 0,024 - 2 = 101,8 \text{ в.}$$

Так как э. д. с. в машинах постоянного тока в общем случае определяется через магнитный поток уравнением  $E = cn\Phi$ , то для генераторного и двигательного режимов, соответственно, имеем выражения:

$$E_g = cn_g \Phi_g \quad \text{и} \quad E_d = cn_d \Phi_d,$$

где  $c$  — постоянная машины.

По условию задачи магнитные потоки должны иметь одинаковые значения для обоих режимов, т. е.  $\Phi_g = \Phi_d$ . Тогда из уравнений для э. д. с. имеем

$$\frac{E_g}{E_d} = \frac{n_g}{n_d},$$

откуда

$$n_d = n_g \cdot \frac{E_d}{E_g} = 1000 \frac{101,8}{123,2} = 827 \text{ об/мин.}$$

**12,30\*.** В условиях предыдущей задачи (12,29) определить изменение скорости двигателя при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу, при этом током в якоре двигателя при холостом ходе пренебречь.

Кроме того, пренебречь размагничивающим действием реакции якоря.

О т в е т.  $\Delta n \% = 8\%$ .

**12,31\*.** Для двигателя с параллельным возбуждением заданы следующие величины:  $P_n = 9,5 \text{ квт}$ ,  $U_n = 220 \text{ в}$ ,  $i_n = 2 \text{ а}$ . Ток, поступающий в двигатель из сети,  $I = 49,7 \text{ а}$ , скорость вращения якоря двигателя  $n_d = 850 \text{ об/мин.}$ , сопротивление якоря, включая сопротивление дополнительных полюсов при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ ,

$r_{\text{я}} = 0,28 \text{ ом}$ . Этот двигатель нужно использовать в качестве генератора, дающего напряжение  $U_{\text{г}} = 230 \text{ в}$  при токе в якоре равном току в якоре двигателя.

Определить скорость вращения якоря генератора, если насыщение стали машины останется одним и тем же для обоих режимов.

Сопротивление  $r_{\text{я}}$  необходимо привести к температуре равной  $75^{\circ}\text{C}$  по формуле

$$r_t = r_0 \frac{234,5 + t}{234,5 + t_0}$$

где:

$r_0$  — сопротивление обмотки при температуре равной  $t_0$ ;  
 $t$  — температура обмотки машины в нагретом состоянии (принимается равной  $75^{\circ}\text{C}$ ).

О т в е т.  $n_{\text{г}} = 1045 \text{ об/мин}$ .

**12,32.** Двигатель с последовательным возбуждением работает при напряжении на зажимах равном  $110 \text{ в}$  и токе  $I = 10 \text{ а}$ . Якорь двигателя вращается со скоростью  $1700 \text{ об/мин}$  и развивает на шкиве силу тяги  $F = 5,2 \text{ кг}$ . Диаметр шкива  $D = 16 \text{ см}$ , сопротивление обмотки якоря и обмотки возбуждения  $r_{\text{я}} + r_{\text{в}} = 2 \text{ ом}$ .

Определить э. д. с. якоря, отдаваемую якорем мощность, полезную мощность, развиваемую двигателем на валу, и к. п. д.

Решение.

Э. д. с. якоря  $E = U - I (r_{\text{я}} + r_{\text{в}}) = 110 - 10 \cdot 2 = 90 \text{ в}$ .

Мощность, отдаваемая якорем:

$$P_{\text{я}} = EI = 90 \cdot 10 = 900 \text{ вт}$$

Полезная мощность двигателя определяется из уравнения

$$M = \frac{P_2}{\omega},$$

откуда

$$P_2 = \omega M = \frac{2\pi n}{60} \cdot M.$$

Если тормозной момент выразить в килограммометрах, то мощность определяется по формуле

$$P_2 = \frac{2\pi}{60} \cdot 9,81 \cdot n \cdot M = 1,03 n \cdot M.$$

В нашем случае величина тормозного момента

$$M = F \cdot \frac{D}{2} = 5,2 \cdot \frac{0,16}{2} = 0,416 \text{ кгм}$$

$$P_2 = 1,03 \cdot 0,416 \cdot 1700 = 730 \text{ вт}$$

Мощность, потребляемая двигателем из сети, определяется выражением

$$P_1 = U \cdot I = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ вт.}$$

Мощность, теряемая в обмотках,  $P_{об} = P_1 - P_{я} = 1100 - 900 = 200 \text{ вт}$ , а мощность, теряемая на гистерезис, вихревые токи и механическое трение, равняется

$$P_{я} - P_2 = 900 - 730 = 170 \text{ вт.}$$

К. п. д. двигателя равен

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{730}{1100} = 0,663.$$

12,33. В условиях предыдущей задачи (12,32) определить скорость вращения якоря двигателя, мощность  $P_2$  и к. п. д., если при неизменной силе тяги  $F = 5,2 \text{ кг}$  напряжение на зажимах двигателя будет снижено до величины  $U = 100 \text{ в}$ .

О т в е т.  $n = 1510 \text{ об/мин}$ ,  $P_2 = 647 \text{ вт}$ ,  $\eta = 0,647$ .

12,34. Для двигателя с последовательным возбуждением заданы следующие величины: напряжение на зажимах  $U = 220 \text{ в}$ , ток, поступающий в двигатель из сети,  $I = 64 \text{ а}$ , скорость вращения якоря двигателя  $n = 756 \text{ об/мин}$ , сопротивление обмоток якоря, дополнительных полюсов и обмотки возбуждения в нагретом состоянии  $r_{я} + r_{в} + r_{п} = 0,25 \text{ ом}$ .

Определить величину тока в обмотке якоря и скорость его вращения, если, не изменяя тормозного момента, уменьшить напряжение на зажимах двигателя в два раза.

Р е ш е н и е.

Для двигателя с последовательным возбуждением ток якоря является током возбуждения. Поэтому при неизменном тормозном моменте величина тока и величина магнитного потока остаются также неизменными.

Скорость вращения якоря двигателя определяется выражением

$$n = \frac{U - Ir - 2 \Delta U_{щ}}{c \Phi} = \frac{E}{c \Phi},$$

где  $c$  — постоянная двигателя, а  $r = r_{я} + r_{в} + r_{п}$ .

Подставляя в это выражение числовые значения величин, получим

$$n = \frac{220 - 64 \cdot 0,25 - 2}{c \Phi} = \frac{202}{c \Phi} \quad \text{и} \quad n_1 = \frac{110 - 64 \cdot 0,25 - 2}{c \Phi} = \frac{92}{c \Phi},$$

откуда имеем

$$n_1 = \frac{92 \cdot n}{202} = \frac{92 \cdot 756}{202} = 344 \text{ об/мин.}$$

12,35. В условиях предыдущей задачи определить скорость вращения якоря и вращающий момент, если ток в обмотке якоря  $I_a = 40$  а, а напряжение на зажимах двигателя  $U = 220$  в, предполагая при этом сталь двигателя ненасыщенной.

Ответ.  $n_1 = 1560$  об/мин,  $M_1 = 0,39 M_n$ ,  
где  $M_n$  — вращающий момент двигателя при номинальном режиме.

12,36. Тяговый двигатель с последовательным возбуждением при напряжении на зажимах  $U = 550$  в развивает на валу полезный момент  $M = 10$  кгм при токе  $I = 27$  а и скорости вращения якоря  $n = 1120$  об/мин.

Тот же двигатель и при том же напряжении развивает полезный момент  $M' = 60$  кгм при токе  $I' = 82$  а и скорости вращения  $n' = 600$  об/мин.

Определить отношение потребляемых двигателем мощностей, полезных мощностей, токов и к. п. д.

Ответ.

$$\frac{P'_1}{P_1} \approx 3, \quad \frac{P'_2}{P_2} \approx 3,2, \quad \frac{I'}{I} \approx 3, \quad \frac{\eta'}{\eta} \approx 1,04.$$

---

### 13. ЭЛЕКТРОНИКА

13.1. Известно, что скорость, с которой электрон подходит к конечной точке, имеющей потенциал  $U_a$  относительно точки вылета электрона, определяется уравнением

$$v = \sqrt{\frac{q}{m_e} 2U_a} \text{ см/сек},$$

если заряд  $q$  и потенциал  $U_a$  взяты в единицах CGSE и

$$v = \sqrt{\frac{q}{m_e} 2 \cdot 10^7 U_a} \text{ см/сек},$$

если  $q$  измерять в кулонах и  $U_a$  — в вольтах.

Масса электрона  $m_e$  в обоих случаях измеряется в граммах.

Для удобства расчетов скорость электронов часто измеряют в вольтах пробегаемого ими напряжения.

Определить скорость электрона, если он пробегает напряжения

а)  $U_a = 1 \text{ в}$ , б)  $U_a = 9 \text{ в}$ .

Заряд электрона  $q = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ к}$ , масса электрона  $m_e = 8,89 \cdot 10^{-28} \text{ г}$ .

Ответ.

а)  $v = 0,59 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ , б)  $v = 1,77 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ .

13.2. За какой промежуток времени электроны пробегают путь с катода на анод выпрямительной лампы типа 30 ВД1 при напряжении на аноде  $U_a = 100 \text{ в}$ , если расстояние от катода до анода лампы  $l = 1 \text{ мм}$ ?

Примечание. На первом месте обозначения типа кенотрона указывается напряжение накала в вольтах округленно. На втором месте стоит буква В (выпрямительная). На третьем месте ставится буква русского алфавита, указывающая конструктивные особенности лампы (Д — диод).

Тип 30-ВД1 означает выпрямительный диод с одним анодом и напряжением накала 30 в.

Решение.

Считая электрическое поле между анодом и катодом однородным, предполагаем движение электрона равноускоренным, для которого

$$l = \frac{at^2}{2} \quad \text{и} \quad v = at.$$

Работа переноса электрона от катода к аноду равна приобретенной электроном кинетической энергии:

$$10^{-7} \cdot \frac{m_e v^2}{2} = q U_a,$$

где:

$q$  — заряд в кулонах;

$U_a$  — потенциал в вольтах.

Решая полученную систему трех уравнений относительно  $t$ , находим

$$t = l \sqrt{\frac{2m_e}{qU_a}} 10^{-7} \text{ сек.}$$

После подстановки в эту формулу числовых значений получаем

$$t = 0,1 \sqrt{\frac{2 \cdot 8,89 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-7}}{1,59 \cdot 10^{-19} \cdot 100}} = 0,335 \cdot 10^{-9} \text{ сек.}$$

13.3. Определить предельное значение частоты тока, при которой в лампе предыдущей задачи еще не будет несоответствия между анодным напряжением и анодным током.

Решение.

За время полного периода  $T$  колебания напряжения потенциал анода меняет свой знак два раза и анод будет заряжен только положительно или только отрицательно в течение времени  $T/2$ . Если время пробега электрона от катода к аноду меньше  $T/2$ , то электроны будут «успевать» следовать за изменением потенциала анода.

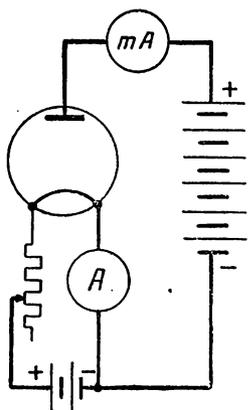
Поэтому между напряжением и током анода будет полное соответствие.

Наименьший период колебания  $T$  может быть равен только удвоенному времени пробега, т. е.  $T = 2t = 0,67 \cdot 10^{-9}$  сек., и предельное значение частоты  $f = 1/T = \frac{1}{0,67} \cdot 10^9 = 1,5 \cdot 10^9$  гц.

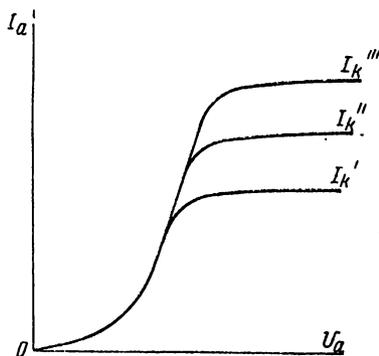
13.4. На фиг. 13,4а показана нормальная схема соединения батареи накала катода и анодной батареи двухэлектродной лампы, а на фиг. 13,4б ее характеристика, выражающая зависимость анод-

ного тока от изменения анодного напряжения при нескольких значениях неизменного для каждой кривой тока накала катода.

Объяснить, почему эта кривая теоретически берет свое начало в точке  $O$  (начало координат).

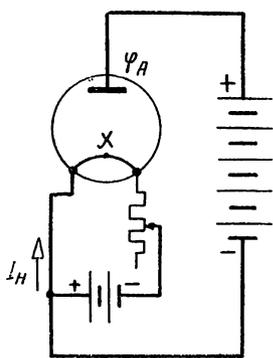


Фиг. 13,4а

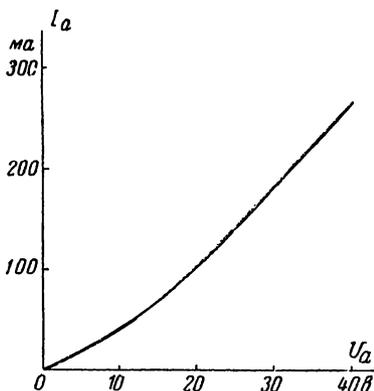


Фиг. 13,4б

Изменится ли положение точки начала характеристики, если минус анодной батареи приключить к плюсу батареи накала, как указано на схеме фиг. 13,4 в?



Фиг. 13,4в



Фиг. 13,5

Ответ.

В нормальной схеме при  $U_a=0$  все точки катода имеют потенциал выше потенциала анода, электрическое поле направлено от катода к аноду и электроны катода не могут попасть на анод.

Во втором случае при  $U_a=0$  любая точка  $x$  катода будет иметь потенциал  $\varphi_x = \varphi_A - I_n \cdot r_x$ , т. е. ниже, чем потенциал анода

$\varphi_A$ , на величину падения напряжения на участке катода, сопротивление которого равно  $r_x$  (другими словами, на падение напряжения от точки присоединения анодной батареи до рассматриваемой точки  $x$ ). В этом случае при отсутствии анодного напряжения анодный ток уже не будет равен нулю и характеристика начнется в точке, лежащей левее начала координат.

13,5. Определить крутизну и внутреннее сопротивление кенотрона 5Ц4, если характеристика  $I_a = f(U_a)$  задана кривой фиг. 13,5. Решение.

Крутизна характеристики лампы определяется уравнением

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a} = \frac{I_{a1} - I_{a2}}{U_{a1} - U_{a2}}.$$

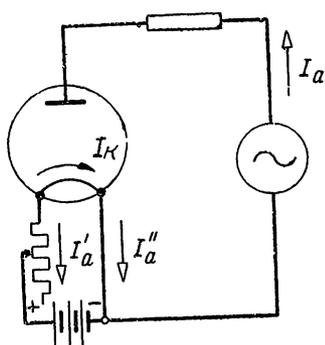
Для определения ее берут на прямолинейной части характеристики две точки. Например, одну при  $U_{a1} = 30$  в и другую при  $U_{a2} = 25$  в. Анодный ток при выбранных напряжениях будет равен

$$I_{a1} = 180 \text{ ма}, \quad I_{a2} = 145 \text{ ма} \quad \text{и} \quad S = \frac{180 - 145}{30 - 25} = 7 \text{ ма/в};$$

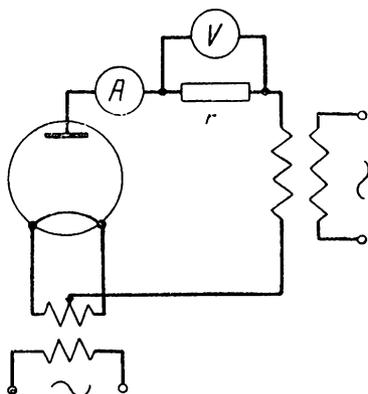
внутреннее сопротивление лампы

$$r_l = \frac{1}{S} = \frac{1}{7 \cdot 10^{-3}} = 143 \text{ ом}.$$

13,6. При однополупериодном выпрямлении нить накала катода кенотрона можно включить или в цепь постоянного тока (фиг. 13,6а), или в цепь переменного тока (фиг. 13,6б). В последнем случае про-



Фиг. 13,6а



Фиг. 13,6б

вод, идущий к аноду, присоединяется к средней точке вторичной обмотки трансформатора накала.

Проследить цепь анодного тока в том и другом случае и указать наиболее благоприятный случай с точки зрения возможной равномерности нагрева катода и более длительного срока службы лампы.

Ответ.

При накале от аккумулятора токи анода и катода будут проходить, как указано на фиг. 13,6а. Обе половины катода в этом случае будут нагружены неодинаково и все точки катода нагреты неравномерно, что влечет за собой сокращение срока службы катода.

Во втором случае явление неравномерного нагрева катода ослабляется и срок службы катода увеличивается.

13,7. Кенотрон типа 2ВД8 включен в схему однополупериодного выпрямителя, согласно фиг. 13,6б.

Определить амплитуду выпрямленного тока, показание магнитоэлектрического миллиамперметра, включенного в цепь анодного тока, и мощность, поглощаемую потребителем, если магнитоэлектрический вольтметр, включенный на зажимы потребителя, имеющего активное сопротивление  $r = 1670 \text{ ом}$ , показал 159 в.

Решение.

Магнитоэлектрический вольтметр показывает среднее значение выпрямленного напряжения.

Амплитудное значение выпрямленного напряжения в  $\pi$  раз больше среднего, т. е.

$$U_{вм} = \pi \cdot U_{вср} = \pi \cdot 159 = 500 \text{ в.}$$

Зная амплитуду выпрямленного напряжения, находим амплитуду выпрямленного тока:

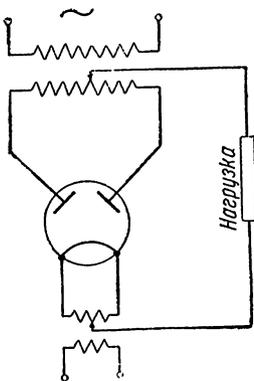
$$I_{вм} = \frac{U_{вм}}{r} = \frac{500 \cdot 10^3}{1670} = 300 \text{ ма.}$$

Магнитоэлектрический амперметр покажет среднее значение выпрямленного тока:

$$I_{вср} = \frac{I_{вм}}{\pi} = \frac{300}{\pi} = 95,5 \text{ ма.}$$

Мощность, поглощаемая потребителем:

$$P = U_{вср} I_{вср} = 159 \cdot 95,5 \cdot 10^{-3} = 15,2 \text{ вт.}$$



Фиг. 13,8

13,8. Двухполупериодный выпрямитель на лампе типа 5ВХ3 (выпрямительный диод с двумя анодами и напряжением накала 5 в) работает на потребителя, присоединенного к средним точкам трансформатора накала и питающего трансформатора (фиг. 13,8).

Найти наибольшее среднее значение выпрямленного тока, среднее значение выпрямленного напряжения и мощность потребителя

По заводским данным наибольшее значение обратного напряжения между катодом и анодом  $U_{обр} = 1550$  в и амплитуда тока анода при этом напряжении  $I_{ам} = 675$  ма.

Потерями в лампе пренебречь.

Ответ.  $I_{ср} = 430$  ма,  $U_{ср} = 988$  в и  $P = 425$  вт.

**13.9.** Двухполупериодный выпрямитель без фильтра должен дать выпрямленное напряжение  $U_{ср} = 500$  в у потребителя с сопротивлением  $r = 5000$  ом.

Подобрать кенотрон, обеспечивающий этот режим и определить коэффициент трансформации силового трансформатора, если напряжение питающей сети  $U = 127$  в.

Найти мощность, потребляемую этим кенотроном из сети.

Решение.

Среднее значение выпрямленного тока:

$$I_{ср} = \frac{U_{ср}}{r} = \frac{500}{5000} = 0,1 \text{ а.}$$

Амплитуда выпрямленного тока:

$$I_{ам} = \frac{\pi}{2} I_{ср} = \frac{\pi}{2} \cdot 0,1 = 0,157 \text{ а} = 157 \text{ ма.}$$

Амплитуда выпрямленного напряжения:

$$U_{ам} = \frac{\pi}{2} U_{ср} = \frac{\pi}{2} \cdot 500 = 750 \text{ в.}$$

Полученным значениям  $I_{ам}$  и  $U_{ам}$  удовлетворяют кенотроны типа 5ВХ1 ( $I_{ам} = 200$  ма и  $U_{обр} = 1250$  в) или 30ВХ1 ( $U_{обр} = 700$  в и  $I_{ам} = 250$  ма).

Коэффициент трансформации силового трансформатора:

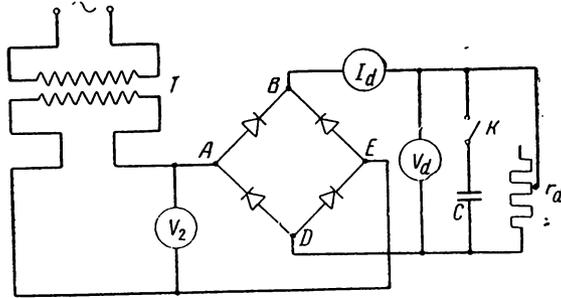
$$k = \frac{U_{ам}}{U_m} = \frac{750}{\sqrt{2} \cdot 127} = 4,2.$$

Потребляемая из сети мощность равна мощности потребителя ( $P$ ):

$$P_{сетн} = P = U_{ср} \cdot I_{ср} = 500 \cdot 0,1 = 50 \text{ вт.}$$

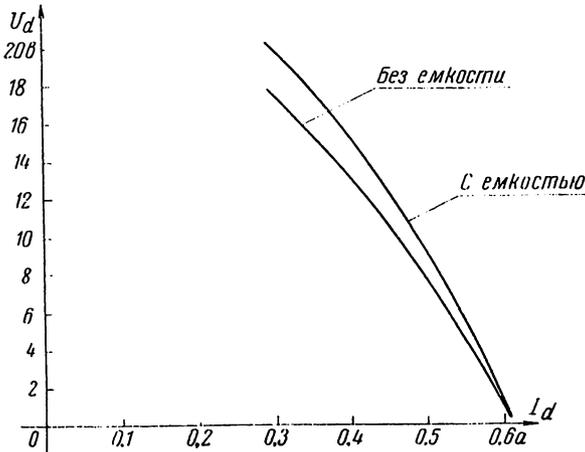
**13.10.** В схеме А. Н. Ларионова (фиг. 13,10а) четыре выпрямителя соединены таким образом, что в течение одной полуволны ток проходит по направлению от А к В, через нагрузку к D и далее от D к E. В течение другой полуволны ток идет от E к B, затем через нагрузку к D и от D к А. Таким образом, в течение всего периода по нагрузке ток идет в одном и том же направлении. Параллельно нагрузке присоединен конденсатор, цепь кото-

рого замыкается ключом  $K$ . Питание схемы осуществляется от сети через трансформатор.



Фиг. 13,10а

Были проведены два опыта: а) при отключенном конденсаторе и б) при включенном конденсаторе. В обоих случаях, изменяя на-



Фиг. 13,10б

пряжение  $U_2$ , отмечали показания магнитоэлектрических приборов, включенных в цепь потребителя ( $U_d$  и  $I_d$ ). Результаты наблюдений сведены в следующие таблицы:

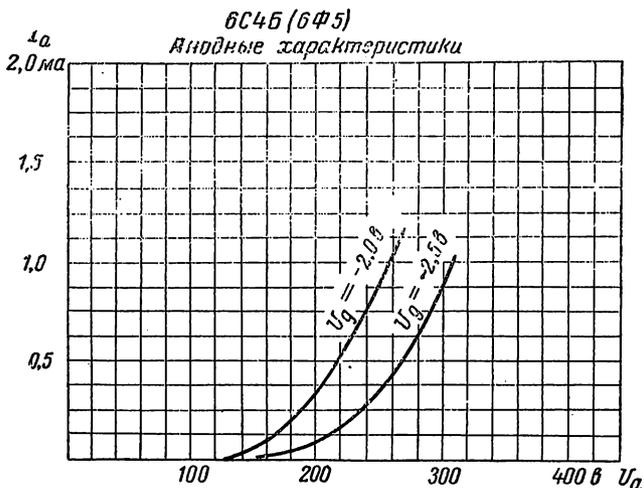
а) Конденсатор отключен				
$U_d, в$	17,5	13	7,6	1
$I_d, а$	0,3	0,4	0,5	0,6
б) Конденсатор включен				
$U_d, в$	20	15	9	1
$I_d, а$	0,3	0,4	0,5	0,6

Построить вольтамперные характеристики выпрямителя и объяснить действие конденсатора в этой схеме.

Ответ.

Кривые приведены на фиг. 13,10б. Конденсатор сглаживает кривые тока и напряжения потребителя.

13,11. Трехэлектродная усилительная лампа типа 6С4Б при напряжении сетки  $U_g = -2,5$  в и  $U_g = -2$  в имеет анодные характеристики, показанные на фиг. 13,11. Пользуясь этими характе-



Фиг. 13,11

ристиками, определить внутреннее сопротивление ( $r_i$ ) лампы в прямолинейной части характеристики при  $U_g = -2,5$  в, коэффициент усиления лампы при анодном напряжении  $U_a = 300$  в и крутизну характеристики лампы.

Решение.

Для определения  $r_i$  возьмем два напряжения  $U_{a1} = 300$  в и  $U_{a2} = 280$  в и по характеристике для  $U_g = -2,5$  в найдем соответствующие этим напряжениям токи  $I_{a1} = 0,875$  ма и  $I_{a2} = 0,625$  ма. Внутреннее сопротивление равно

$$r_i = \frac{U_{a1} - U_{a2}}{I_{a1} - I_{a2}} = \frac{300 - 280}{(0,875 - 0,625) \cdot 10^{-3}} = 80\,000 \text{ ом.}$$

Коэффициент усиления лампы:

$$\mu = \frac{dU_a}{dU_g} = \frac{U_{a1} - U_{a2}}{U_{g1} - U_{g2}} \text{ при } I_a = \text{пост.}$$

Поэтому для определения  $\mu$  воспользуемся двумя анодными характеристиками лампы для  $U_{g1} = -2$  в и  $U_{g2} = -2,5$  в.

При токе  $I_a = 0,875 \text{ ма}$  напряжения на аноде будут  $U_{a1} = 300 \text{ в}$  и  $U_{a2} = 250 \text{ в}$ . Подставляя числовые значения в формулу для  $\mu$ , имеем

$$\mu = \frac{300 - 250}{2,5 - 2} = 100.$$

Крутизна характеристики связана с внутренним сопротивлением и коэффициентом усиления лампы следующим уравнением:

$$\mu = S \cdot r_i,$$

откуда

$$S = \frac{\mu}{r_i} = \frac{100}{80\,000} = 0,125 \cdot 10^{-2} \text{ а/в} = 1,25 \text{ ма/в}.$$

Эту же величину  $S$  можно определить по характеристикам лампы фиг. 13,11, пользуясь уравнением  $S = \left( \frac{dI_a}{dU_g} \right)_{U_a = \text{пост.}}$ . При  $U_a = 260 \text{ в}$  значения  $dU_g = 0,5 \text{ в}$  и  $dI_a = 0,625 \text{ ма}$ . Следовательно,  $S = \frac{0,625}{0,5} = 1,25 \text{ ма/в}$ .

**13.12.** Найти динамический коэффициент усиления лампы 6С5Б при нагрузке в анодной цепи  $r_a = 40\,000 \text{ ом}$ , если статический коэффициент усиления лампы  $\mu = 20$  и крутизна характеристики лампы  $S = 2 \text{ ма/в}$ .

Решение.

Внутреннее сопротивление лампы

$$r_i = \frac{\mu}{S} = \frac{20}{2 \cdot 10^{-2}} = 10\,000 \text{ ом}.$$

Динамический коэффициент усиления

$$\mu_d = \frac{\mu}{1 + \frac{r_i}{r_a}} = \frac{20}{1 + \frac{10\,000}{40\,000}} = 16.$$

**13.13.** Найти напряжение на выходе  $U_{\text{вых}}$  однокаскадного усилителя, построенного на лампе 2С2, имеющей внутреннее сопротивление  $r_i = 13\,000 \text{ ом}$  и коэффициент усиления  $\mu = 22$ , если в анодную цепь включено активное нагрузочное сопротивление  $r_a = 25\,000 \text{ ом}$ , а на сетку лампы подано напряжение переменного тока  $U_{\text{вх}} = 0,2 \text{ в}$ .

Указание.

Выходное напряжение усилителя

$$U_{\text{вых}} = \mu_d U_{\text{вх}}.$$

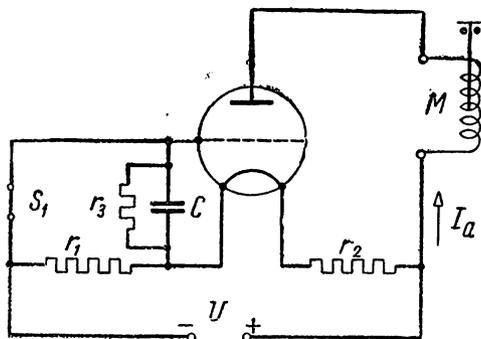
Ответ.  $U_{\text{вых}} = 2,92 \text{ в}$ .

**13.14.** Какое входное напряжение надо подвести к сетке усилителя каскада лампы 2С2, если на нагрузочном сопротивлении в цепи анода  $r_a = 50\,000 \text{ ом}$  необходимо получить напряжение

$U_{\text{вых}} = 8,35 \text{ в}$  при крутизне характеристики лампы  $S = 1,4 \text{ ма/в}$  и коэффициенте усиления  $\mu = 22$ ?

Ответ.  $U_{\text{вх}} = 0,5 \text{ в}$ .

13,15. На фиг. 13,15а приведена принципиальная схема электрического реле времени, построенного на лампе 2С2. Питание анодной цепи и цепи накала производится от одного и того же источника постоянного напряжения  $U$ . Положительный потенциал анода создается здесь за счет падения напряжения на сопротивлении  $r_2$ ; отрицательный потенциал сетки связан с падением напряжения на сопротивлении  $r_1$ . Имея отрицательный потенциал, сетка почти не пропускает тока. Конденсатор в это время заря-



Фиг. 13,15а

жен полностью. При размыкании контакта  $S_1$  конденсатор начинает разряжаться на сопротивление  $r_3$ . Сетка отпирается, и ток в цепи анода начинает увеличиваться. Выключение рабочего элемента произойдет при определенном токе анода, скорость нарастания которого можно регулировать изменением величин  $r_3$  и  $C$ .

Найти величину емкости  $C$ , если  $r_2 = 12\,000 \text{ ом}$ ,  $r_1 = 450 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 10^6 \text{ ом}$ ,  $U = 127 \text{ в}$ , рабочий механизм  $M$  должен срабатывать при токе  $I_a = 5 \text{ ма}$  через  $t = 0,01 \text{ сек}$ . после размыкания контакта  $S_1$ .

Решение.

Ток в сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$ :

$$I = \frac{U}{r_1 + r_2} = \frac{127 \cdot 10^3}{450 + 12\,000} = 10,2 \text{ ма.}$$

Напряжение на аноде:

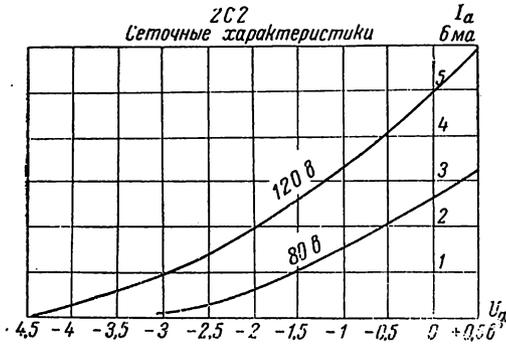
$$U_a = I r_2 = 10,2 \cdot 10^{-3} \cdot 12\,000 = 122,4 \text{ в.}$$

Напряжение на сетке (на конденсаторе) при замкнутом контакте  $S_1$  будет равно падению напряжения в сопротивлении  $r_1$ :

$$U_1 = -I r_1 = -10,2 \cdot 10^{-3} \cdot 450 = -4,6 \text{ в.}$$

Это напряжение полностью гарантирует отсутствие анодного тока в цепи, так как из продолжения кривой сеточной характеристики этой лампы при  $U_a = 120 \text{ в}$  (фиг. 13,15б) видно, что при напряжении на сетке  $U_g = -4,5 \text{ в}$  лампа анодного тока практически не пропускает.

По сеточной же характеристике определяем и напряжение, которое должно быть на сетке при заданном токе рабочего элемента



Фиг. 13,15б

$I_a = 5 \text{ ма}$ . Этому току соответствует при  $U_a = 120 \text{ в}$  напряжение  $U_g = 0$ . Следовательно, рабочий механизм работает только при полном разряде конденсатора  $C$ . Как известно, полный разряд конденсатора практически произойдет за время  $t$ , равное  $(4-5) \cdot \tau$ , где  $\tau$  — постоянная времени:  $\tau = r_3 C$ . Это позволяет определить величину емкости конденсатора

$$t = 5 \tau = 5 r_3 C = 5 \cdot 10^6 \cdot C = 0,01 \text{ сек.},$$

откуда

$$C = \frac{0,01}{5 r_3} = \frac{0,01}{5 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ ф} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ мкф.}$$

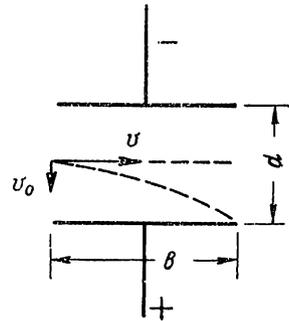
**13,16.** Поток электронов проходит между электродами плоского конденсатора в вакууме узким пучком (фиг. 13,16), обладая энергией в 2000 электрон-вольт. Расстояние между электродами  $d = 1 \text{ см}$ , а длина электродов  $b = 4 \text{ см}$ .

Какое напряжение надо подвести к электродам, чтобы пучок электронов не выходил за пределы пластин?

Решение.

На поток электронов, проходящий между электродами плоского конденсатора, действует отклоняющая сила, обусловленная подведенным к конденсатору напряжением  $U_0$ . Пренебрегая искажением электрического поля у краев электродов, можно написать, что эта сила, действующая на каждый электрон между электродами конденсатора, равна

$$f = Ee = \frac{U_0}{d} e,$$



Фиг. 13,16

где:

$U_0$  — напряжение, подведенное к конденсатору;

$e$  — заряд электрона;

$d$  — расстояние между электродами.

Действие этой силы приводит к изменению направления движения электрона, или, иными словами, к появлению составляющей скорости, которая направлена к положительному электроду. Эта скорость — переменная величина, она возрастает со временем и достигает наибольшего значения, когда электрон доходит до края электродов, пройдя между ними расстояние  $b$ .

Конечное значение скорости ( $v_{ок}$ ) равно:

$$v_{ок} = at,$$

где:

$t$  — время движения электрона между электродами;

$a$  — ускорение.

В свою очередь ускорение равно:

$$a = \frac{f}{m} = \frac{U_0}{d} \cdot \frac{e}{m},$$

где  $m$  — масса покоящегося электрона.

Тогда

$$v_{ок} = \frac{U_0}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot t = \frac{U_0}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{b}{v}, \quad (1)$$

так как время движения электрона между электродами

$$t = \frac{b}{v};$$

здесь  $v$  — скорость, с которой электрон входит в пространство между электродами конденсатора.

Для равномерно ускоренного движения справедливы соотношения

$$v = at \text{ и } S = \frac{at^2}{2} \text{ или } S = \frac{vt}{2},$$

где  $S$  — пройденный путь.

В рассматриваемом случае путь, пройденный за время  $t$ , должен быть не менее  $\frac{d}{2}$ , чтобы электроны не выходили за пределы электродов. Тогда можно написать, что

$$d = v_{ок} t.$$

За то же время  $t$  электрон проходит путь  $b$ , перемещаясь вдоль электродов со скоростью  $v$ , причем для вакуума можно написать

$$b = vt.$$

Из последних соотношений вытекает, что

$$\frac{v_{ок}}{v} = \frac{d}{b} \text{ или } v_{ок} = v \frac{d}{b}. \quad (2)$$

Сопоставляя формулы (1) и (2), находим, что

$$U_0 = v^2 \frac{d^2}{b^2 \frac{e}{m}}. \quad (3)$$

Скорость  $v$  можно выразить через число электрон-вольт, исходя из соотношения

$$\frac{mv^2}{2} = Ue, \quad (4)$$

где:

$U$  — напряжение, «пройденное» электроном перед вступлением в конденсатор;

$Ue$  — число электрон-вольт.

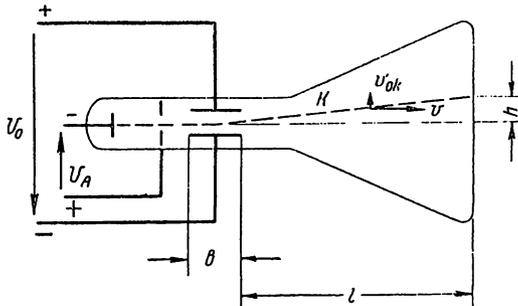
Сопоставляя уравнения (4) и (3), находим окончательно

$$U_0 = \frac{2Ud^2}{b^2}.$$

В данном случае

$$U_0 = \frac{2 \cdot 2000 \cdot 1}{16} = 250 \text{ в.}$$

**13,17.** Определить величину отклонения ( $h$ ) луча на экране катодного осциллографа (фиг. 13,17), если анодное напряжение



Фиг. 13,17

$U_A = 2000$  в, отклоняющее напряжение  $U_0 = 125$  в,  $b = 4$  см и  $l = 14$  см.

Расстояние между отклоняющими электродами  $d = 1$  см.

Указание.

При равномерно ускоренном движении пройденный путь ( $S$ ), время ( $t$ ) и конечная скорость ( $v$ ) связаны соотношением

$$S = \frac{vt}{2}.$$

Отклонение пучка электронов при выходе из отклоняющего конденсатора будет таким же, как если бы электроны перемещались с постоянной скоростью  $v_{ок}$  за время  $\frac{t}{2}$ , в течение которого они пробегают участок  $b/2$ . Поэтому луч  $k$  на фиг. 13,17 имеет начало в середине отклоняющего конденсатора.

Ответ.

$$h = \frac{U_0 b}{2U_A d} \left( \frac{b}{2} + l \right) = \frac{125 \cdot 4 \cdot 16}{2 \cdot 2000} = 2 \text{ см.}$$

13,18. Определить скорость (в сантиметрах в секунду) электронов при входе их в отклоняющий конденсатор предыдущей задачи.

Указание.

Скорость  $v$  определяется из соотношения  $\frac{mv^2}{2} = U_A e$ .

Если скорость нужно выразить в сантиметрах в секунду, то следует учесть размерность подкоренного выражения в окончательной формуле, определяющей скорость  $v$ , чтобы получить правильное числовое значение.

Ответ.

Приблизительно  $2,65 \cdot 10^9$  см/сек.

---

---

---

## 14. РАСЧЕТ ПРОВОДОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

**14,1.** Определить сечение подводящих медных проводов к лампе мощностью 200 *вт* при напряжении 110 *в*, если расстояние от группового щитка квартиры до лампы  $l=20$  *м*, а допускаемая потеря напряжения в этих проводах  $\Delta U=2$  *в*.

Подобрать плавкие вставки предохранителя.

**Решение.**

Определим ток лампы:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{200}{110} = 1,82 \text{ а.}$$

При заданной потере напряжения сечение медных проводов будет равно

$$S = \frac{2lI}{\gamma \cdot \Delta U} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 1,82}{57 \cdot 2} = 0,64 \text{ мм}^2.$$

Однако рекомендуется внутреннюю проводку осуществлять лишь шнуром минимального сечения 1 *мм*<sup>2</sup>.

Выбираем это сечение и по приложению 8 г находим, что плавкий предохранитель, защищающий данные провода, должен быть рассчитан на номинальный ток  $I_{\text{в}}$ , равный 6 *а*.

**14,2.** Подобрать сечение медных проводов и плавкие вставки предохранителя для ламп накаливания, включенных в сеть согласно схеме фиг. 14,2, если длина проводки  $l=6$  *м*, а ток в лампах  $I=22$  *а*. Провода должны быть проложены в газовых трубах.

**Решение.**

Ввиду малой длины подводящих проводов потеря напряжения в них будет незначительна и сечение проводов будем подбирать, исходя из условий допустимого нагрева. По приложению 8 д допускаемых нагрузок на изолированные медные провода находим, что рабочему току 25 *а* (провод марки ПРТО в газовых

трубах) соответствует сечение провода равное  $4 \text{ мм}^2$ . Плавкая вставка предохранителя, защищающего провода данного сечения, имеет номинальный ток  $I_n = 20 \text{ а}$  (приложение 8 ж).

Плавкая вставка этого предохранителя будет длительное время находиться под током, превышающим номинальный, и станет перегреваться. С течением времени под влиянием перегрева плавкая вставка начнет усиленно окисляться и может расплавиться при токе меньше нагрузочного. Чтобы не было «ложного» отключения потребителя, номинальный ток плавкой вставки предохранителя должен быть больше или равен рабочему току нагрузки, т. е. должно соблюдаться условие

$$I_n > I_p.$$

В нашем случае ток  $I_n$  должен быть больше  $22 \text{ а}$ . По приложению 8г выбираем предохранитель с плавкой вставкой на номинальный ток  $I_n = 25 \text{ а}$ , защищающий провод сечения  $6 \text{ мм}^2$  марки ПРТО, проложенный в газовых трубах. Останавливаемся на сечении  $6 \text{ мм}^2$ . Такое сечение согласно приложению 8д допускает длительный ток более  $35 \text{ а}$ , тем самым удовлетворяются условия, при которых температура проводника в эксплуатации не должна достигать величин, вызывающих порчу изоляции, опасность пожара или нарушение механической прочности проводника. Это условие обеспечивается для того, чтобы длительно допустимый (ток  $I_d$ ) провода по условиям нагрева был всегда больше рабочего тока или равен ему:

$$I_d \geq I_p.$$

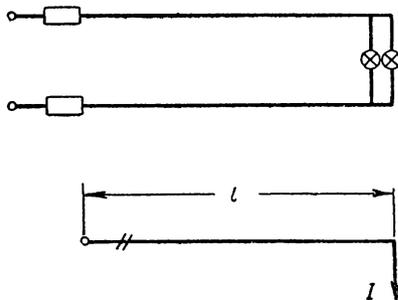
Потеря напряжения в проводах при выбранном сечении будет равна

$$\Delta U = \frac{2l}{\gamma S} I = \frac{2 \cdot 6}{57 \cdot 6} \cdot 22 = 0,77 \text{ в},$$

что составляет в процентах  $\frac{0,77}{110} \cdot 100\% = 0,7\%$  от напряжения на лампах.

**14.3.** Осветительная нагрузка  $11,5 \text{ кВт}$  подключается тремя проводами к щитку трехфазного тока с напряжением  $220 \text{ в}$ .

Рассчитать сечение проводов по условиям нагрева и подобрать соответствующие плавкие вставки предохранителей, если потребитель находится в сухом теплом помещении и проводку предложено провести открытой на роликах.



Фиг. 14,2

Решение.

Определим рабочий ток нагрузки:

$$I_p = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{11,5}{\sqrt{3} \cdot 0,22} = 30 \text{ а.}$$

Номинальный ток плавкой вставки должен быть больше рабочего тока  $I_n > I_p$ . По приложению 8г выбираем плавкую вставку с  $I_n = 35 \text{ а}$ . По приложению 8ж находим, что этому току  $I_n$  соответствует наименьшее сечение проводов марок ШР, ПР и др., равное  $6 \text{ мм}^2$ . По приложению 8д мы видим, что этому сечению соответствует длительно допустимый ток по условиям нагрева  $I_n = 46 \text{ а}$ . Таким образом соблюдается условие  $I_n > I_p$ . Поэтому можно окончательно остановиться на  $S = 6 \text{ мм}^2$  и  $I_n = 35 \text{ а}$ .

14.4. Осветительная нагрузка четырехпроводной линии трехфазного тока составляет  $30 \text{ квт}$ . Лампы включены по фазам равномерно. Напряжение равно  $220 \text{ в}$ . Проводку предположено выполнить медными проводами марки ПР открыто на роликах.

Определить сечение и подобрать плавкие вставки предохранителей.

Ответ.

$I_n = 60 \text{ а}$ , сечение фазных проводов  $S = 10 \text{ мм}^2$  и сечение нулевого провода  $S_0 = 6 \text{ мм}^2$ .

14.5. Электродвигатель постоянного тока при номинальном режиме работы потребляет ток  $27 \text{ а}$ .

Определить сечение проводов и выбрать плавкие вставки предохранителей, если пусковой ток двигателя в 1,5 раза больше номинального и коэффициент одновременности загрузки равен 1.

Проводку предположено осуществить проводом марки ПР, проложенным открыто на роликах.

Решение.

Сечение проводов и плавкие вставки должны быть выбраны так, чтобы не было «ложных» выключений ( $I_n > I_p$ ) и чтобы плавкая вставка не расплавилась за время пуска двигателя ( $I_n \geq \frac{I_{\text{макс}}}{2,5}$ ). В нашем случае  $I_p = 27 \text{ а}$  и  $I_{\text{макс}} = 1,5 I_p$ .

Тогда

$$I_n > \frac{1,5 I_p}{2,5}$$

или

$$I_n > \frac{1,5 \cdot 27}{2,5},$$

или

$$I_n > 14,2 \text{ а,}$$

т. е. по условиям пуска мы можем взять плавкую вставку на номинальный ток меньший, чем мы бы взяли по рабочему току.

Выбираем (по приложению 8г) плавкую вставку по рабочему току  $I_{\text{в}} = 35 \text{ а}$ . По приложению 8ж находим сечение провода  $S = 6 \text{ мм}^2$ , а по приложению 8д определяем для него  $I_{\text{д}} = 46 \text{ а}$ , что вполне соответствует условию  $I_{\text{д}} > I_{\text{р}}$ .

**14.6.** Электродвигатель постоянного тока мощностью  $5,5 \text{ кВт}$  при напряжении на его зажимах  $U = 110 \text{ в}$  работает с к. п. д.  $\eta = 0,77$ . Пусковой ток двигателя в 1,5 раза превышает номинальный ток. Коэффициент одновременности двигателя равен 1.

Определить сечение подводящих медных изолированных проводов, если длина проводки (в один конец) равна  $30 \text{ м}$ , а допустимая потеря напряжения в проводах не должна превышать 3,5% от номинального напряжения на зажимах электродвигателя. Проводка осуществляется проводом ПР открыто на роликах.

О т в е т.

$S = 25 \text{ мм}^2$  и плавкая вставка предохранителя на  $I_{\text{в}} = 80 \text{ а}$ .

**14.7.** Трехфазный электродвигатель с короткозамкнутым ротором мощностью  $10 \text{ кВт}$  и напряжением  $U = 380 \text{ в}$  имеет кратность пускового тока равную 7,5, коэффициент полезного действия 0,87, коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,86$  и коэффициент загрузки 0,9.

Определить сечение медных изолированных проводов типа ПР для проводки, выполненной открыто на роликах, и подобрать соответствующие плавкие вставки предохранителей.

Р е ш е н и е.

Определим номинальный ток электродвигателя:

$$I_{\text{н}} = \frac{10}{\sqrt{3} \cdot 0,38 \cdot 0,86 \cdot 0,87} = 20 \text{ а}.$$

Рабочий ток потребителя

$$I_{\text{р}} = 0,9 I_{\text{н}} = 0,9 \cdot 20 = 18 \text{ а}.$$

Номинальный ток плавкой вставки определяем из условий

$$I_{\text{в}} > I_{\text{р}} \text{ и } I_{\text{в}} > \frac{I_{\text{макс}}}{2,5}.$$

Первое условие дает  $I_{\text{в}} > 18 \text{ а}$ , а второе  $I_{\text{в}} \geq 60 \text{ а}$ .

Плавкая вставка должна быть выбрана на номинальный ток  $60 \text{ а}$ . Эта вставка защищает провод сечением  $10 \text{ мм}^2$ , длительная токовая нагрузка которого  $I_{\text{д}} = 68 \text{ а}$ .

**14.8.** Определить сечение токоподводящих проводов и подобрать плавкие вставки предохранителя для трехфазного электродвигателя с реостатным пуском, если мощность двигателя  $P = 10 \text{ кВт}$ , кратность пускового тока равна 2, коэффициент полезного действия  $\eta = 0,87$ ,  $\cos \varphi = 0,87$ , коэффициент загрузки

равен 1, напряжение сети  $U = 380$  в и проводка будет осуществлена медным проводом ПР открыто на роликах.

Ответ.  $S = 4$  мм<sup>2</sup> и  $I_B = 25$  а.

14,9. От трансформаторной установки, понижающей напряжение с 6 кв до 380/220 в, к распределительному щитку цеха должна быть подведена четырехпроводная кабельная линия и подобраны соответствующие вставки плавких предохранителей.

Рассчитать сечение жил кабеля, если рабочий ток приключенных к щитку потребителей равен  $I_p = 110$  а, а максимальное значение тока этих потребителей с учетом пусковых токов электродвигателей  $I_{\max} = 240$  а.

Кабель прокладывается по стенам помещения с температурой 25° С.

Решение.

Из условий  $I_B > I_p$  и  $I_B > \frac{I_{\max}}{2,5}$  соответственно имеем

$$I_B > 110 \text{ а и } I_B > \frac{240}{2,5}, \text{ т. е. } I_B > 96 \text{ а.}$$

По приложению 8г выбираем  $I_B = 125$  а. По приложению 8д находим сечение жилы кабеля  $S = 35$  мм<sup>2</sup>, так как этот четырехжильный кабель при напряжениях до 1 кв допускает длительный ток  $I_d = 120$  а. Условия  $I_d > I_p$  здесь выполняются и для проводки можно остановиться на кабеле типа  $CP3 \times 35 + 1 \times 16$ .

14,10. На фиг. 14,10 изображена схема включения двух групп ламп в сеть постоянного тока с напряжением  $U = 110$  в. Допускаемая потеря напряжения в подводящих проводах  $\Delta U = 3$  в.

Определить сечение магистральных проводов этой схемы, исходя из предположения, что сечение этих проводов по всей длине одинаково.

Сравнить это сечение с его величиной, найденной из условий минимума затраченной меди.

Решение.

Для первого случая сечение провода определяется формулой

$$S = \frac{2}{\gamma \cdot \Delta U} (I_1 l_1 + I_2 l_2).$$

Подставляя в это выражение числовые значения величин, получим

$$S = \frac{2}{57 \cdot 3} (30 \cdot 35 + 12 \cdot 55) = 20 \text{ мм}^2.$$

Округляя до ближайшего большего нормированного сечения берем  $S = 25$  мм<sup>2</sup>.

В том случае, когда сечение провода по всей длине не остается постоянным, необходимо выяснить, как распределится допустимая потеря напряжения  $\Delta U$  между отдельными участками схемы. Для этого предположим, что потеря напряжения на первом участке ( $l_1$ ) будет  $\Delta U_1$ ; тогда на втором участке  $l_2' = l_2 - l_1$  можно допустить потерю напряжения  $\Delta U_2 = \Delta U - \Delta U_1$ .

Сечения проводов участков определяются следующими уравнениями:

$$S_1 = \frac{(I_1 + I_2) \cdot 2 \cdot l_1}{\gamma \cdot \Delta U_1} \quad (a)$$

и

$$S_2 = \frac{I_2 \cdot 2 \cdot l_2'}{\gamma (\Delta U - \Delta U_1)} \quad (b)$$

Объем провода, соответствующий этим сечениям:

$$V = S_1 \cdot 2 \cdot l_1 + S_2 \cdot 2 \cdot l_2' = \frac{4(I_1 + I_2) l_1^2}{\gamma \Delta U_1} + \frac{4I_2 \cdot l_2'^2}{\gamma (\Delta U - \Delta U_1)}$$

Беря производную от  $V$  по  $\Delta U_1$  и приравнявая ее нулю, находим, что объем  $V$  (а, следовательно, и вес провода) будет минимальным при соблюдении следующих условий:

$$S_1 : S_2 = \sqrt{I_1 + I_2} : \sqrt{I_2} \quad (в)$$

Подставляя в формулы (а), (б) и (в) числовые значения величин, имеем:

$$S_1 = \frac{42 \cdot 2 \cdot 35}{57 \cdot \Delta U_1}; \quad S_2 = \frac{12 \cdot 2 \cdot 20}{57 \cdot (3 - \Delta U_1)}; \quad S_1 : S_2 = \sqrt{42} : \sqrt{12} = 1,87.$$

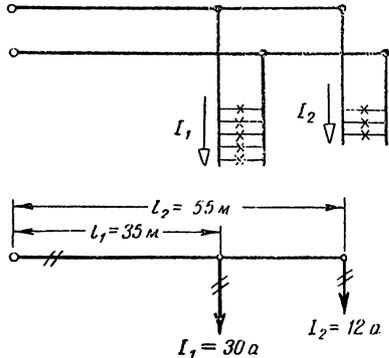
Решая полученную систему уравнений, находим

$$\Delta U_1 = 2,3 \text{ в}; \quad \Delta U_2 = 0,70 \text{ в}; \quad S_1 = 22,4 \text{ мм}^2; \quad S_2 = 12 \text{ мм}^2.$$

Округляя до ближайших больших нормированных сечений, выбираем  $S_1 = 25 \text{ мм}^2$  и  $S_2 = 16 \text{ мм}^2$ .

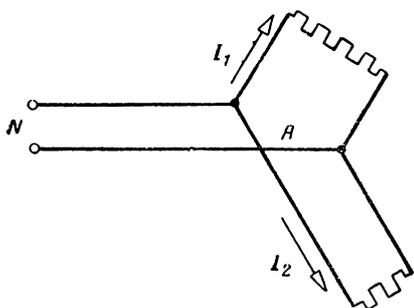
Общая потеря напряжения в этом случае будет

$$\begin{aligned} \Delta U' &= \frac{(I_1 + I_2) \cdot 2 \cdot l_1}{\gamma \cdot S_1} + I_2 \frac{2 \cdot l_2'}{\gamma \cdot S_2} = \frac{42 \cdot 2 \cdot 35}{57 \cdot 25} + \frac{12 \cdot 2 \cdot 20}{57 \cdot 16} = \\ &= 2,06 + 0,53 = 2,59 \text{ в}. \end{aligned}$$



Фиг. 14,10

14,11. Определить сечение проводов двухпроводной линии постоянного тока, изображенной на фиг. 14,11а и 14,11б, если  $l=40$  м;  $I_1=15$  м;  $I_2=24$  м;  $I_1=21$  а и  $I_2=8$  а.

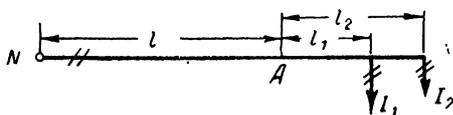


Фиг. 14,11а

Нагрузка осветительная. Наибольшая потеря напряжения от щитка  $N$  до потребителей должна быть не более 2,8 в.

Решение.

Пусть провода имеют одинаковое сечение по всей длине. При



Фиг. 14,11б

этом условии для определения сечения проводов найдем моменты токов ветвей относительно точки разветвления:

$$M_1 = I_1 l_1 = 21 \cdot 15 = 315; \quad M_2 = I_2 l_2 = 8 \cdot 24 = 192.$$

Ветвь с наименьшим моментом (вторую) заменяем сосредоточенной нагрузкой, равной нагрузке на втором ответвлении и приложенной в точке  $A$ . Эквивалентная схема в этом случае имеет вид, изображенный на фиг. 14,11в.

Сечение проводов такой схемы

$$S = \frac{2}{57 \cdot 2,8} (40 \cdot 8 + 55 \cdot 21) = 18,5 \text{ мм}^2,$$

или, округляя до ближайшего большего нормированного сечения, берем  $S = 25 \text{ мм}^2$ .

Для выполнения проводки с меньшей затратой меди заменим ответвления в схеме фиг. 14,11а эквивалентной линией, имеющей момент тока, равный сумме моментов отдельных ответвлений. Длина  $l_x$  этой линии определяется из уравнения

$$(I_1 + I_2) l_x = I_1 l_1 + I_2 l_2,$$

откуда

$$l_x = \frac{I_1 l_1 + I_2 l_2}{I_1 + I_2} = \frac{315 + 192}{29} = 17,5 \text{ м}.$$

Эквивалентная схема представлена на фиг. 14,11г. Сечение провода на участке  $NA$  может быть определено из этой схемы по формуле

$$S = \frac{2(I_1 + I_2)(l + l_x)}{\gamma \cdot \Delta U} = \frac{2 \cdot 29 \cdot 57,5}{57 \cdot 2,8} = 20,9 \text{ мм}^2;$$

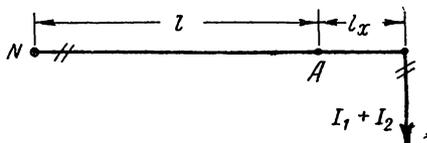
берем  $S = 25 \text{ мм}^2$ .

Определяем потерю напряжения на участке  $NA$ :

$$\Delta U' = \frac{2 \cdot l (I_1 + I_2)}{\gamma \cdot S} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 29}{57 \cdot 25} = 1,62 \text{ в.}$$



Фиг. 14,11в



Фиг. 14,11г

В ответвлениях можно допустить потерю напряжения

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U - \Delta U' = 2,8 - 1,62 = 1,18 \text{ в.}$$

Поэтому сечения проводов в ответвлениях будут равны:

$$S_1 = \frac{2 \cdot I_1 \cdot I_1}{\gamma \cdot \Delta U_2} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 21}{57 \cdot 1,18} = 9,45 \text{ мм}^2,$$

$$S_2 = \frac{2 \cdot I_2 \cdot I_2}{\gamma \cdot \Delta U_2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 8}{57 \cdot 1,18} = 5,75 \text{ мм}^2.$$

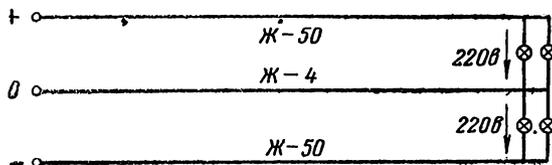
Округляя полученные значения, выбираем

$$S_1 = 10 \text{ мм}^2 \text{ и } S_2 = 6 \text{ мм}^2.$$

14,12. Двухпроводная линия передачи постоянного тока длиной  $l = 300 \text{ м}$  выполнена проводами марки М-25. Эта линия питает нагрузку при напряжении 220 в.

Определить ток нагрузки и потерю напряжения в проводах, если потеря мощности в линии составляет  $\Delta p = 180 \text{ вт}$ .

Ответ.  $I \approx 20 \text{ а}$ ,  $\Delta U = 9 \text{ в}$ .



Фиг. 14,13

14,13. Трехпроводная линия передачи постоянного тока длиной  $l = 500 \text{ м}$  выполнена железными проводами. Марки проводов указаны на фиг. 14,13.

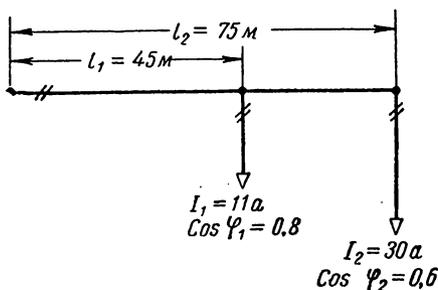
Определить токи в проводах линии, если суммарные потери мощности в крайних проводах равны  $\Delta p = 71,6 \text{ вт}$ , а потери в среднем проводе отсутствуют.

Определить напряжение на генераторном конце линии, если напряжение у потребителя между крайними проводами равно 440 в.

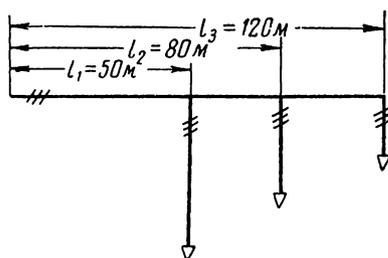
О т в е т.

Токи в крайних проводах равны один другому  $I = 5 \text{ а}$ , ток в среднем проводе равен нулю. Напряжение в начале линии между крайними проводами равно 454 в.

14,14. Определить сечение проводов линии однофазного тока, индуктивностью которой можно пренебречь, если эта линия питает два потребителя, токи и коэффициенты мощности которых указаны на схеме фиг. 14,14.



Фиг. 14,14



Фиг. 14,15

Наибольшая потеря напряжения задана равной 2 в.

Решение.

Предполагая, что проводка будет выполнена проводом одинакового сечения, имеем

$$S = \frac{2}{\gamma \cdot \Delta U} (I_1 l_1 \cos \varphi_1 + I_2 l_2 \cos \varphi_2) = \frac{2}{57,2} (11 \cdot 45 \cdot 0,8 + 30 \cdot 75 \cdot 0,6) = 30,6 \text{ мм}^2.$$

Округляем полученное сечение провода до стандартного:

$$S = 35 \text{ мм}^2.$$

14,15. Определить сечение проводов трехпроводной трехфазной линии, питающей три трехфазных электродвигателя мощностью 15 квт, 11 квт и 5,5 квт; к. п. д. электродвигателей соответственно равны 0,88, 0,86 и 0,83. Расстояния от электродвигателей до питающего пункта указаны на схеме фиг. 14,15. Напряжение питающего пункта  $U_1 = 230 \text{ в}$ , а максимальная потеря напряжения в проводах составляет 4% от напряжения  $U_1$ . Кратность пусковых токов электродвигателей не превышает 1,5.

Решение.

Определим потерю напряжения в линии:

$$\Delta U = \frac{230}{100} \cdot 4 = 9,2 \text{ в.}$$

Напряжение на зажимах наиболее удаленного электродвигателя

$$U_2 = U_1 - \Delta U = 230 - 9,2 = 220,8 \text{ в.}$$

При определении токов электродвигателей допускаем, что напряжение на их зажимах одинаково и равно напряжению  $U_2$ . Активные составляющие токов электродвигателей в этом случае будут:

$$I_{1a} = \frac{15000}{\sqrt{3} \cdot 220,8 \cdot 0,88} = 44,7 \text{ а;}$$

$$I_{2a} = \frac{11000}{\sqrt{3} \cdot 220,8 \cdot 0,86} = 33,4 \text{ а;}$$

$$I_{3a} = \frac{5500}{\sqrt{3} \cdot 220,8 \cdot 0,83} = 17,4 \text{ а.}$$

Пренебрегая индуктивностью проводов линии и считая, что проводка будет выполнена проводом одинакового сечения по всей длине, находим величину сечения:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \cdot \Delta U} (I_{1a} l_1 + I_{2a} l_2 + I_{3a} l_3) = \frac{\sqrt{3}}{57 \cdot 9,2} (44,7 \cdot 50 + 33,4 \cdot 80 + 17,4 \cdot 120) = 23,2 \text{ мм}^2.$$

Берем ближайшее нормированное сечение провода  $S = 25 \text{ мм}^2$  и проверяем его на нагрев.

Для определения тока нагрузки на первом участке цепи подсчитаем реактивную составляющую тока  $I_r$ . Для этого зададимся средним коэффициентом мощности электродвигателей, пользуясь данными из каталога:

$$\cos \varphi_{cp} = 0,81.$$

Тогда

$$I_r = (I_{1a} + I_{2a} + I_{3a}) \operatorname{tg} \varphi_{cp} = 95,5 \cdot 0,73 = 69,7 \text{ а.}$$

Общий ток

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} = \sqrt{95,5^2 + 69,7^2} = 118 \text{ а.}$$

Выбранные нами провода сечением равным  $25 \text{ мм}^2$  могут быть загружены рабочим током  $125 \text{ а}$ . Поэтому провода указанного сечения можно использовать только в том случае, когда по условиям работы и пуска электродвигателей величина тока не будет превышать  $125 \text{ а}$ . В случае превышения этого значения тока не-

Обходимо выбирать сечение проводов, исходя из условий допустимого нагрева проводов пусковым током.

Если одновременно пускают все три электродвигателя, то пусковой ток  $I_n = 118 \cdot 1,5 = 177$  а. По таблице подбираем сечение провода  $S = 50$  мм<sup>2</sup>.

**14,16.** Определить сечение проводов однофазной линии, по которой передается мощность  $P_2 = 70$  квт на расстояние  $l = 1,2$  км, если напряжение у потребителя  $U_2 = 500$  в, коэффициент мощности потребителя  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , а допустимая потеря мощности в линии  $\Delta p$  составляет 6% от передаваемой мощности.

Какую экономию меди можно получить, если для передачи той же мощности вместо однофазной линии применить трехфазную линию, оставляя потерю мощности в линии и напряжение у потребителя таким же, как при передаче по однофазной линии?

Решение.

Сечение провода однофазной линии:

$$S_1 = \frac{200 \cdot l \cdot P_2}{57 \Delta p \cdot U_2^2 \cos^2 \varphi_2} = \frac{200 \cdot 1200 \cdot 70\,000}{57 \cdot 6 \cdot 500 \cdot 500 \cdot 0,8 \cdot 0,8} = 310 \text{ мм}^2.$$

Общее сечение двух проводов этой линии составляет

$$S_{1\text{об}} = 2 \cdot 310 = 620 \text{ мм}^2.$$

Сечение одного провода трехфазной линии

$$S_3 = \frac{100 \cdot l \cdot P_2}{57 \Delta p \cdot U_2^2 \cdot \cos^2 \varphi_2} = 155 \text{ мм}^2.$$

Общее сечение трех проводов трехфазной линии

$$S_{3\text{об}} = 3 \cdot 155 = 465 \text{ мм}^2.$$

Экономия меди составляет

$$\frac{620 - 465}{620} \cdot 100 = 25\%.$$

**14,17.** Трехфазный потребитель мощностью 2 500 квт, работающий со средним коэффициентом мощности  $\cos \varphi_{\text{ср}} = 0,775$ , находится на расстоянии  $l = 7,5$  км от питающей его электрической станции, напряжение на шинах которой  $U_1 = 6,3$  кв.

Определить сечение кабеля, передающего эту мощность, если максимальная потеря напряжения в нем не должна превышать 6% от напряжения на шинах станции.

Ответ. 150 мм<sup>2</sup>.

**14,18.** От нейтрали и одной из фаз трехфазной сети (фиг. 14, 18) переменного тока сделано ответвление двумя проводами сече-

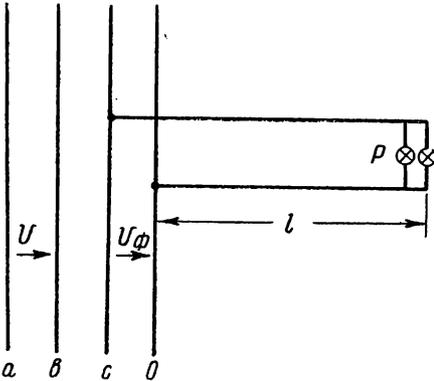
нием  $S$ . В конце ответвления включен приемник, потребляющий мощность  $P$ . Длина ответвления равна  $l$ , а линейное напряжение трехфазной сети равно  $U$ .

Найти выражение для определения потери напряжения  $\Delta U$  в ответвлении. Индуктивностью проводов пренебрегаем.

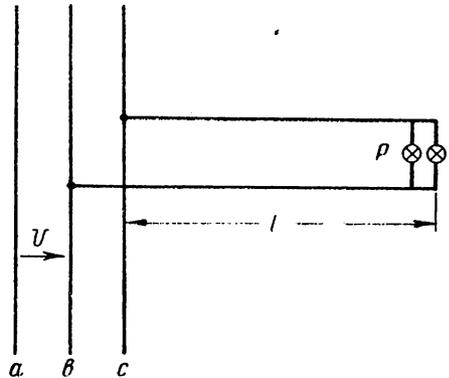
Решение.

Потеря напряжения в прямом и обратном проводах ответвления будет равна

$$\Delta U = \frac{2 \cdot l \cdot I}{\gamma \cdot S}.$$



Фиг. 14,18



Фиг. 14,20

Величина тока может быть определена по формуле

$$I = \frac{P}{U_{\phi}} = \frac{P\sqrt{3}}{U}.$$

Тогда потеря напряжения

$$\Delta U = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot l \cdot P}{\gamma \cdot S \cdot U}.$$

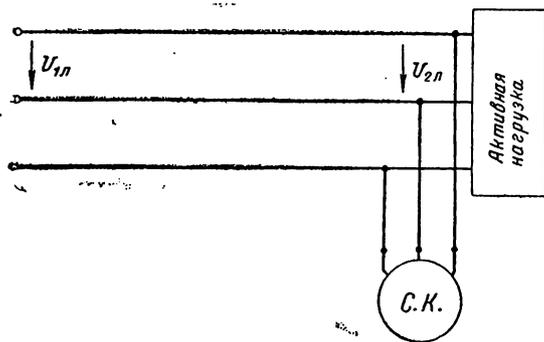
**14,19.** В условиях предыдущей задачи определить величину линейного напряжения трехфазной сети, если ответвление длиной  $l=12$  м выполнено изолированными медными проводами сечением  $S=1$  мм<sup>2</sup>, мощность  $P=300$  Вт, а падение напряжения  $\Delta U=1$  В.

Ответ.  $U=220$  В.

**14,20.** Как изменится величина потери напряжения в ответвлении, если в условиях предыдущей задачи (14,19) провода ответвления будут присоединены к линейным проводам трехфазной сети (фиг. 14,20)?

Ответ. Потеря напряжения уменьшится в  $\sqrt{3}$  раза.

14,21\*. К вторичным зажимам трехфазного трансформатора с линейным напряжением  $U_{1л} = 6600$  в присоединена трехфазная линия передачи длиной  $l = 5$  км, выполненная проводами марки М-50 (фиг. 14,21а). В конце линии передачи присоединен симметричный приемник активной электрической энергии, напряжение на зажимах которого с изменением нагрузки должно поддерживаться постоянным и равным по абсолютной величине напряжению в начале линии, т. е.  $U_{2л} = U_{1л} = 6600$  в. Для того чтобы поддерживать постоянным это напряжение, на зажимы нагрузки приключили трехфазный синхронный компенсатор.



Фиг. 14,21а

Требуется построить геометрическое место концов вектора тока в линии и выяснить пределы изменения угла сдвига фаз между векторами напряжения в начале и в конце линии. Ток компенсатора принять емкостным.

Решение.

Так как рассматриваемая система симметрична, то расчет ведем на одну фазу.

Для проводов указанной марки находим по таблицам значения активного и реактивного сопротивлений на одну фазу и на единицу длины линии (округляя до десятых долей) равными  $r_0 = 0,4$  ом/км и  $x_0 = 0,4$  ом/км.

Сопротивления одного провода линии передачи будут равны  $r = r_0 \cdot l = 0,4 \cdot 5 = 2$  ом и  $x = x_0 l = 0,4 \cdot 5 = 2$  ом.

На фиг. 14,21б показана эквивалентная схема одной фазы трехфазной системы, где напряжение взято равным фазному, т. е.  $U_1 = \frac{U_{1л}}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} = 3800$  в. На этом же чертеже условно показаны фазное переменное активное сопротивление  $r$  приемника и переменная емкость на фазу, эквивалентная емкостному эффекту синхронного компенсатора.

Ток в линии определится выражением

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{Z},$$

где  $Z = r + jx = (2 + j2) \text{ ом.}$

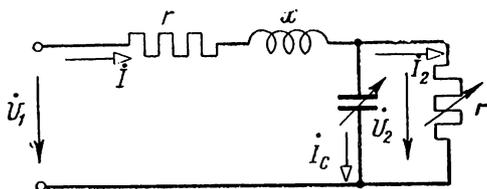
Направим вектор  $\dot{U}_2$  по оси вещественных величин, т. е.  $\dot{U}_2 = \dot{U}_2 = 3800 \text{ в;}$  тогда вектор фазного напряжения в начале линии представится выражением

$$\dot{U}_1 = U_1 e^{j\alpha} = 3800 e^{j\alpha},$$

где  $\alpha$  — угол сдвига между векторами  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ .

Подставим числовые значения величин в выражение, определяющее ток  $\dot{i}$ , в результате получим

$$\dot{i} = -1345 e^{-j45^\circ} + 1345 e^{-j45^\circ} e^{j\alpha}.$$



Фиг. 14,21б

Из этого выражения непосредственно следует,

что геометрическим местом концов вектора тока  $\dot{i}$  является окружность с координатами центра, определяемыми комплексом  $-1345 e^{-j45^\circ}$  и радиусом окружности, равным 1345. По этим данным построена на фиг. 14,21в круговая диаграмма тока  $\dot{i}$ .

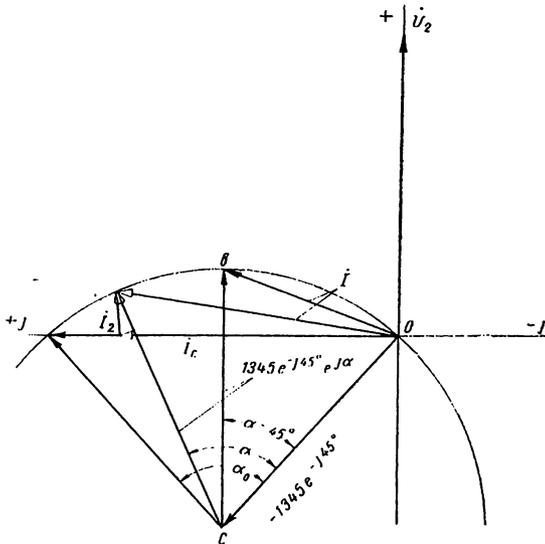
Постоянная составляющая вектора тока, равная  $-1345 e^{-j45^\circ}$  отложена в некотором масштабе в виде вектора  $\overline{os}$  по составляющим этого вектора; переменная составляющая того же вектора равная  $1345 e^{j(\alpha-45^\circ)}$  откладывается в том же масштабе от конца вектора  $\overline{os}$  (отрезок  $\overline{cb}$ ). Сумма этих составляющих и определяет искомое значение тока  $\dot{i}$  (вектор  $\overline{ob}$  для соответствующего значения угла  $\alpha$ ). Так как модуль переменной составляющей не изменяется с изменением угла  $\alpha$ , то для построения круга тока  $\dot{i}$  достаточно из точки  $s$  провести окружность радиусом, равным  $1345 a$ . Задаваясь углом  $\alpha$ , получаем значения тока  $\dot{i}$ , определяемого по величине и фазе вектором, соединяющим начало координат с концом переменной составляющей.

Пределы изменения угла  $\alpha$  можно установить, исходя из следующих соображений. Ток  $\dot{i}$  не может быть сдвинут по фазе относительно напряжения  $\dot{U}_2$  на угол больше  $90^\circ$ ; так как в конце линии нет источников электрической энергии. Для того чтобы использо-

вать это условие, представим выражение для тока  $\dot{I}$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{U}_2}{z} (e^{j(\alpha-45^\circ)} - e^{-j45^\circ}) = \\ &= \frac{\dot{U}_2}{z} [\cos(\alpha-45^\circ) - \cos 45^\circ + j \sin(\alpha-45^\circ) + j \sin 45^\circ]. \end{aligned}$$

Если угол сдвига фаз между векторами  $\dot{I}$  и  $\dot{U}_2$  будет равен  $90^\circ$ , то действительная часть комплекса, заключенного в скобках, очевидно, должна равняться нулю, т. е.  $\cos(\alpha-45^\circ) - \cos 45^\circ = 0$ , откуда имеем  $\alpha = 90^\circ$ .

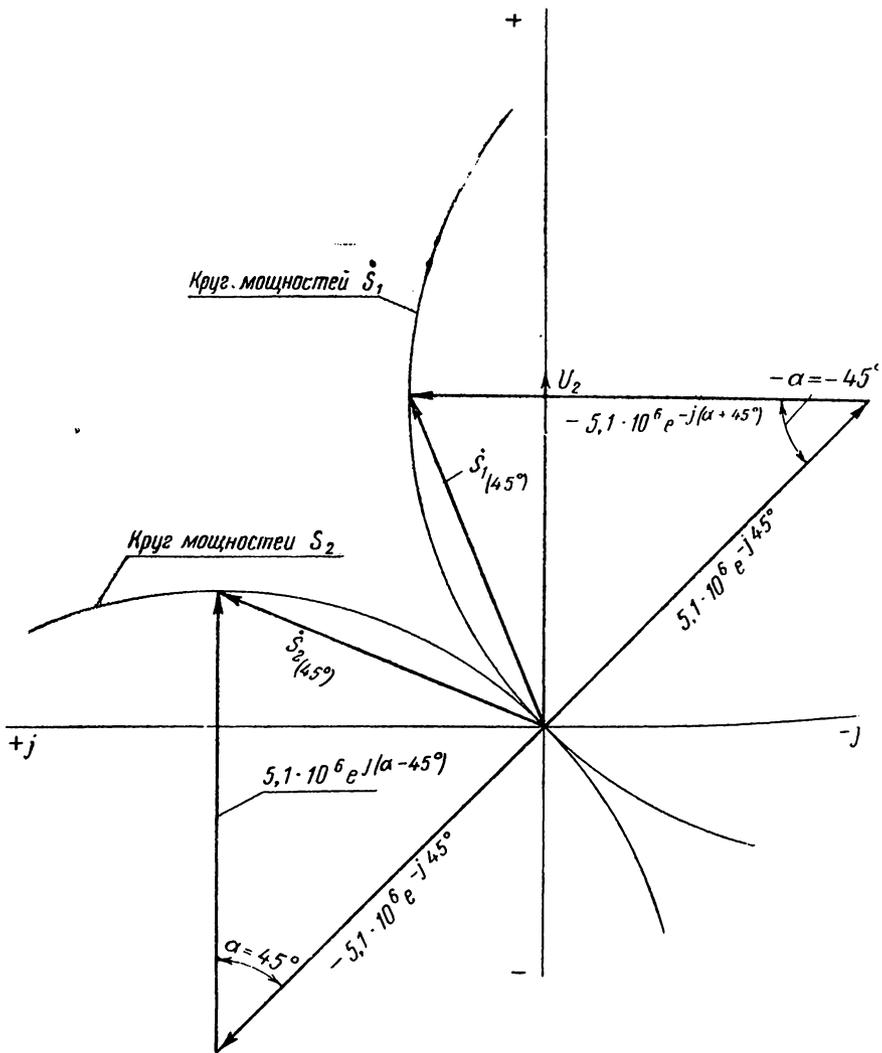


Фиг. 14,21в

В рассматриваемом случае угол сдвига фаз между  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  может изменяться в пределах от  $\alpha=0$  до  $\alpha=\alpha_0=90^\circ$ . При  $\alpha=0$  вектор тока  $\dot{I}$  приобретает нулевое значение, а при  $\alpha=90^\circ$  становится максимальным — емкостным.

Пользуясь круговой диаграммой тока  $\dot{I}$  (фиг. 14,21в), можно найти значения токов в приемнике и компенсаторе. Для этого достаточно вектор тока  $\dot{I}$  разложить на составляющие: совпадающую по фазе с напряжением  $\dot{U}_2$  и к нему перпендикулярную. Вектор  $\dot{I}_2$ , совпадающий по фазе с напряжением  $\dot{U}_2$ , определяет ток приемника, а вектор  $\dot{I}_c$ , опережающий  $\dot{U}_2$ , дает значение тока в компенсаторе.

14,22\*. В условиях предыдущей задачи (14,21) построить геометрическое место концов векторов комплексных значений мощ-



Фиг. 14,22

ностей в начале линии  $\dot{S}_1$  и в конце линии  $\dot{S}_2$ . Определить максимальное значение активной мощности приемника.

Ответ.

$$\dot{S}_1 = \dot{I} \cdot \dot{U}_1 = 5,1 \cdot 10^6 \cdot e^{-j45^\circ} - 5,1 \cdot 10^6 \cdot e^{-j(\alpha+45^\circ)};$$

$$\dot{S}_2 = \dot{I} \cdot \dot{U}_2 = -5,1 \cdot 10^6 \cdot e^{-j45^\circ} + 5,1 \cdot 10^6 \cdot e^{j(\alpha-45^\circ)}.$$

По этим уравнениям построены на фиг. 14,22 окружности мощностей  $\dot{S}_1$  и  $\dot{S}_2$ . Максимальная активная мощность  $P_{2\text{макс}} = 150 \text{ квт}$  при  $\alpha = 45^\circ$ .

Следует отметить, что в реальных условиях значения угла  $\alpha$  гораздо меньше  $45^\circ$ , так как при указанном угле линия передачи будет работать с очень низким к. п. д., равным, примерно, 42%.

При углах  $\alpha < 45^\circ$  к. п. д. линии значительно повышается, что можно установить на основании круговых диаграмм мощностей  $\dot{S}_1$  и  $\dot{S}_2$  (фиг. 14,22).

14,23\*. Вторичные обмотки двух трехфазных трансформаторов  $A$  и  $B$ , расположенных на расстоянии  $l$  один от другого, соединены между собой трехфазной линией передачи и питают симметричную трехфазную нагрузку с током  $I$ , приключенную на расстоянии  $l_A$  от трансформатора  $A$  (фиг. 14,23а). Линия выполнена проводом марки А-70. Фазные напряжения трансформаторов  $A$  и  $B$  в общем случае не равны друг другу как по абсолютной величине, так и по фазе.

Найти токи  $\dot{I}_A$  и  $\dot{I}_B$  и напряжение  $\dot{U}$ , выразив их через напряжения трансформаторов, параметры линии и ток нагрузки  $\dot{I}$ .

Решение.

В рассматриваемом случае, так же, как в предыдущем, расчет ведется на одну фазу. На фиг. 14,23б показана эквивалентная схема одной фазы, где сопротивления участков  $l_A$  и  $l_B$ , равного  $l - l_A$ , и нагрузки, обозначены, соответственно, через  $Z_A$ ,  $Z_B$  и  $Z$ .

Для этой схемы напишем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= Z_A \dot{I}_A + Z \dot{I}; & \dot{U}_B &= Z_B \dot{I}_B + Z \dot{I}; \\ \dot{I} &= \dot{I}_A + \dot{I}_B. \end{aligned}$$

В результате совместного решения этих уравнений получим

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{Z_A + Z_B} + \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \dot{I} \quad \text{и} \quad \dot{I}_B = -\frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{Z_A + Z_B} + \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} \dot{I}.$$

В рассматриваемом случае провода линии выполнены из одного и того же материала и имеют одинаковое сечение. Следовательно,

$$Z_A + Z_B = Z_0 l_A + Z_0 (l - l_A) = Z_0 l$$

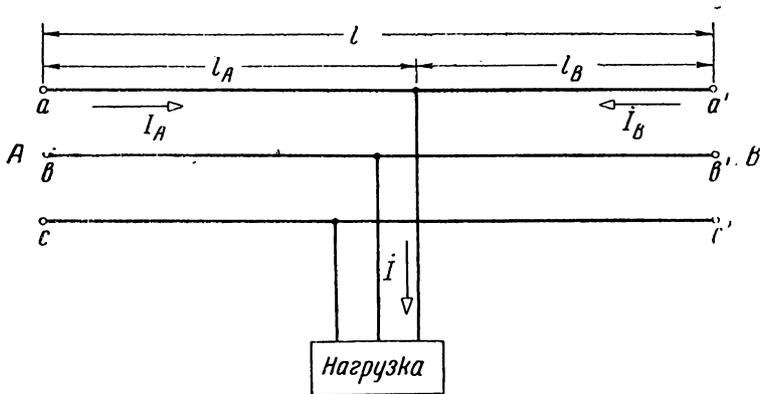
и

$$Z_A = Z_0 l_A \quad \text{и} \quad Z_B = Z_0 l_B,$$

где  $Z_0$  — сопротивление единицы длины одного провода линии.

Подставив значения сопротивлений  $Z_A + Z_B$ ,  $Z_A$  и  $Z_B$  в выражения токов, получим

$$\dot{I}_A = -\frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{Z_0 l} + \frac{l_A}{l} \dot{I} \quad \text{и} \quad \dot{I}_B = -\frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{Z_0 l} + \frac{l_A}{l} \dot{I}.$$



Фиг. 14,23а

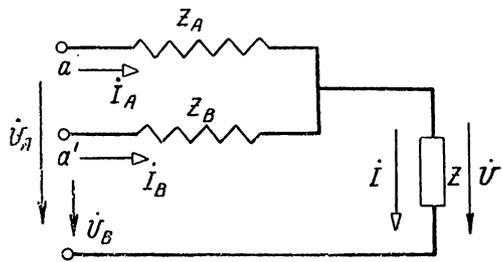
Отметим, что первые слагаемые в этих выражениях определяют ток в линии, возникающий под действием разности потенциалов  $\dot{U}_A - \dot{U}_B$  при отсутствии нагрузки.

Напряжение  $\dot{U}$  на нагрузке определяется из выражения  $\dot{U} = U_A - Z_A \dot{I}_A$ ; после подстановки значения  $\dot{I}_A$  имеем

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_A \cdot Z_B + \dot{U}_B Z_A}{Z_A + Z_B} - \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B} \dot{I}$$

или

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_A l_B + \dot{U}_B l_A}{l} - \frac{l_A \cdot l_B \cdot Z_0}{l} \dot{I}.$$



Фиг. 14,23б

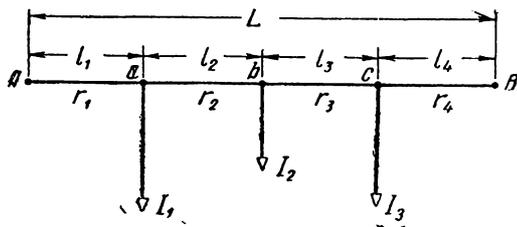
14,24\*. В условиях предыдущей задачи (14,23) определить токи  $\dot{I}_A$  и  $\dot{I}_B$ , напряжение на нагрузке и потерю напряжения в проводах линии, если ток  $I = 100$  а, длина  $l = 500$  м,  $l_A = 200$  м, а линейные напряжения на зажимах трансформаторов равны по величине и фазе  $U_n = 380$  в. Реактивным сопротивлением линии пренебрегаем.

Ответ  $I_A = 60$  а,  $I_B = 40$  а,  $\Delta U_\phi = 5,36$  в,  $U = 370,7$  в.

14,25\*. В условиях задач 14,23 и 14,24 определить напряжение на нагрузке и мощности, отдаваемые трансформаторами, если линейные напряжения на зажимах трансформаторов совпадают по фазе, но не равны по величине, причем  $U_{лА} = 380$  в, а  $U_{лВ} = 385$  в. Приемник имеет активную нагрузку.

Ответ.  $U = 373$  в,  $P_A = 30,8$  квт,  $P_B = 35,2$  квт.

14,26. Линия  $A-B$  (фиг. 14,26) питается с двух сторон от источников электрической энергии. Напряжение питательного пункта  $A$  равно напряжению в пункте  $B$ .



Фиг. 14,26

На этой линии в точке  $a$  присоединен потребитель, к которому ответвляется ток  $I_1 = 60$  а. В пунктах  $b$  и  $c$  той же линии ответвляются токи, соответственно равные  $I_2 = 20$  а и  $I_3 = 40$  а. Длины соответствующих участков линии:  $l_1 = 20$  м;  $l_2 =$

$= 40$  м;  $l_3 = 30$  м и  $l_4 = 10$  м. Найти распределение токов в линии и определить сечение ее проводов, если наибольшая допускаемая потеря напряжения равна 2 в.

Решение.

Ток, поступающий в линию от питательного пункта  $A$ :

$$I_A = \frac{I_3 l_4 + I_2 (l_3 + l_4) + I_1 (l_2 + l_3 + l_4)}{L} = 60 \text{ а.}$$

Ток, поступающий в линию от пункта  $B$ :

$$I_B = \frac{I_1 l_1 + I_2 (l_1 + l_2) + I_3 (l_1 + l_2 + l_3)}{L} = 60 \text{ а.}$$

В этом случае на участке  $a-b$  ток равен нулю.

Сечение проводов линии можно определить из следующих соотношений:

$$U = I_A r_1 = I_1 r_1,$$

откуда

$$S = 60 \frac{2 \cdot 20}{57 \cdot 2} \approx 25 \text{ мм}^2$$

или

$$U = (I_2 + I_3) r_4 + I_2 r_3,$$

откуда  $S \approx 25 \text{ мм}^2$ .

14,27. Как изменятся токи, поступающие в линию от пунктов  $A$  и  $B$  предыдущей задачи, если напряжение в пункте  $A$  будет на 4 в выше, чем в пункте  $B$ ?

Ответ.  $I_A = 88,6$  а;  $I_B = 31,4$  а.

Точка схода будет в пункте  $c$ .

## 15. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ОСВЕЩЕНИЕ

15,1. Известно, что 1 *вт* мощности излучения с длиной волны  $\lambda = 0,555$  *мкн* создает световой поток равный 683 *лм*.

Определить световой поток однородного излучения с длиной волны  $\lambda = 0,5$  *мкн*, если его мощность излучения  $P_\lambda = 100$  *вт*.

Решение.

По приложению 9а находим относительную видность  $K_\lambda$  для длины волны  $\lambda = 0,5$  *мкн* и искомый световой поток подсчитываем по формуле

$$F_\lambda = K_\lambda 683 P_\lambda = 22000 \text{ лм.}$$

15,2. Во сколько раз должна увеличиться мощность однородного излучения источника при переходе с длины волны  $\lambda_1 = 555$  *ммкн* на  $\lambda_2 = 650$  *ммкн* и условия эквивалентности зрительного восприятия?

Ответ. В 9,35 раза.

15,3. Определить мощность потерь при преобразовании электрической энергии в световую в натриевой лампе мощностью  $P = 100$  *вт*, если лампа излучает однородный поток с длиной волны  $\lambda = 0,59$  *мкн* и величина светового потока лампы  $F_\lambda = 6000$  *лм*.

Решение.

По таблице относительной видности (приложение 9а) для  $\lambda = 0,59$  *мкн* находим  $K_\lambda = 0,757$ . Мощность излучения лампы

$$P_\lambda = \frac{F_\lambda}{683 K_\lambda} = \frac{6000}{683 \cdot 0,757} = 11,6 \text{ вт.}$$

Мощность потерь  $P_{\text{пот}} = P - P_\lambda = 100 - 11,6 = 88,4$  *вт*, что составляет 88,4%.

15,4. Точечный источник света излучает равномерно в пространство световой поток  $F_\lambda = 1256$  *лм*.

Определить силу света источника и направление, которому соответствует найденная сила света.

Ответ. 100 *св*; по всем радиальным направлениям.

15.5. Источник света, помещенный в центре полого шара ( $d=20$  см), посылает на участок поверхности шара площадью  $S=40$  см<sup>2</sup> световой поток  $F_{\omega}=10$  лм.

Определить силу света источника по направлению к середине указанной площадки в том случае, когда поток, падающий от источника на эту площадку, распределяется по ней равномерно.

Решение.

Находим телесный угол, стягивающий заданную площадку:

$$\omega = \frac{S}{(d/2)^2} = \frac{40}{400} = 0,1 \text{ стер}$$

Сила света при равномерном распределении светового потока внутри телесного угла:

$$I = \frac{F_{\omega}}{\omega} = \frac{10}{0,1} = 100 \text{ св.}$$

15.6. Определить освещенность площадки шара предыдущей задачи, если коэффициент отражения внутренней поверхности шара  $\rho=0$ .

Ответ.  $E=2500$  лк.

15.7. Проектор заливающего света с диаметром отражателя 45 см (типа ПЗ-45) освещает фасад здания, находясь на расстоянии  $l=100$  м от него.

Определить освещенность фасада, если средне-сферическая сила света прожектора  $I_0=200\,000$  св и луч падает на поверхность под углом  $\alpha=60^\circ$ .

Ответ.  $E=10$  лк.

15.8. Определить световой поток и силу света шара, если известно, что средняя яркость его внешней поверхности равна 1 сб и диаметр шара  $d=125$  мм.

Решение.

Известно, что сила света поверхности в каком-либо направлении связана с площадью проекции светящейся поверхности ( $S'$ ) на плоскость, перпендикулярную к тому же направлению, и яркостью ( $B$ ) светящейся поверхности следующим уравнением:

$$I = B \cdot S'$$

Проекция шара на какую-либо площадку, перпендикулярную к радиусу, будет равна площади наибольшего сечения шара:

$$S' = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 12,5^2}{4} = 123 \text{ см}^2.$$

Сила света

$$I = 1 \cdot 123 = 123 \text{ св}$$

и световой поток

$$F = 4\pi I = 4\pi \cdot 123 = 1540 \text{ лм.}$$

**15,9.** Внутри шара из молочного стекла помещена лампа накаливания мощностью 200 *вт*, напряжением 220 *в*.

Определить яркость внешней поверхности шара, если 25% всего потока источника поглощается в стекле и диаметр шара  $d = 30$  *см*.

Решение.

Из приложения 9б находим световой поток лампы  $F_{\lambda} = 2510$  *лм*. Поток, выходящий из стекла:

$$F_{\text{вых}} = 0,75 \cdot 2510 = 1880 \text{ лм.}$$

Сила света шара

$$I = \frac{F_{\text{вых}}}{4\pi} = \frac{1880}{4\pi} = 150 \text{ св.}$$

Яркость

$$B = \frac{I}{S_{\text{шара}}} = \frac{150 \cdot 4}{\pi \cdot 30^2} = 0,21 \text{ сб.}$$

**15,10.** Определить яркость снега, имеющего коэффициент поглощения  $\rho = 0,8$  при лунном освещении ( $E = 0,2$  *лк*) и при солнечном освещении ( $E \approx 45\,000$  *лк*), считая, что снег диффузно рассеивает свет.

Указание.

Яркость в стильбах и освещенность в люксах связаны в этом случае уравнением

$$B = \frac{E \cdot \rho}{\pi \cdot 10^4}.$$

Ответ.  $5,1 \cdot 10^{-6}$  *сб* и  $1,15$  *сб*.

**15,11.** На поверхность молочного (рассеивающего) стекла площадью  $S = 100$  *см*<sup>2</sup> падает световой поток  $F = 5$  *лм*.

Определить яркость двух сторон этого стекла, если оно имеет коэффициент пропускания  $\tau = 0,3$  и коэффициент поглощения  $\alpha = 0,2$ .

Решение.

Освещенность поверхности стекла:

$$E_{(\text{лк})} = \frac{F (\text{лм})}{S (\text{м}^2)} = \frac{5}{100 \cdot 10^{-4}} = 500 \text{ лк.}$$

Так как сумма коэффициентов отражения, поглощения и пропускания света равна 1, то  $\rho = 1 - \alpha - \tau = 1 - 0,2 - 0,3 = 0,5$ .

Тогда яркость сторон стекла

$$B_1 = \frac{E\rho}{\pi \cdot 10^4} = \frac{500 \cdot 0,5}{\pi \cdot 10^4} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ сб}$$

и

$$B_2 = \frac{E\tau}{\pi \cdot 10^4} = \frac{500 \cdot 0,3}{\pi \cdot 10^4} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ сб.}$$

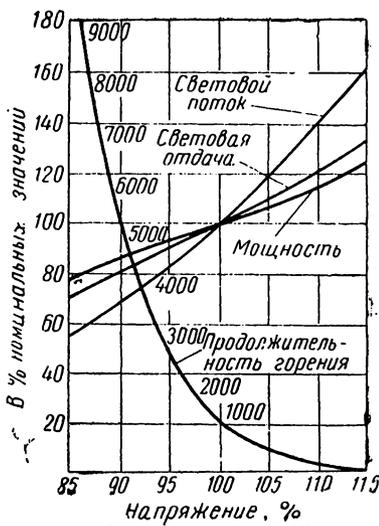
15,12. Из анализа характеристик осветительных ламп накаливания (приложение 9б) следует, что мощные лампы, а также источники света низкого напряжения имеют более высокую световую отдачу по сравнению с источниками малой мощности и источниками с более высоким номинальным напряжением.

Дать объяснение этому положению.

Указание.

Следует иметь в виду, что световая отдача находится в прямой зависимости от температуры накала нити ламп и по стандарту срок службы всех ламп принят одинаковым и равным 1000 часам.

15,13. Лампа мощностью 100 *вт* и напряжением 120 *в* включена в сеть с напряжением 127 *в*.



Фиг. 15,13

Определить отклонение от номинальных значений светового потока и срок службы лампы, если зависимость характеристик ламп накаливания от напряжения приведена на фиг. 15,13.

Ответ.

Световой поток увеличится на 22%, а срок службы лампы уменьшится на 60%.

15,14. Люминесцентная лампа мощностью 20 *вт* имеет световую отдачу белого света (приложение 9в) равную 45 *лм/вт*.

Какой мощности надо взять биспиральную лампу накаливания на 127 *в* для получения того же светового потока? Во сколько раз люминесцентная лампа будет экономичнее лампы накаливания?

При расчете учесть потери мощности порядка 20% в балластном сопротивлении люминесцентной лампы.

Ответ. Примерно в 3 раза.

15,15. Определить световую отдачу люминесцентной лампы дневного света мощностью 40 *вт* с учетом 20% потери мощности в балластном сопротивлении.

Ответ. 35,4 *лм/вт*.

15,16. Светильник «Универсаль» с затенителем при использовании лампы накаливания мощностью 500 *вт* и напряжением 127 *в* имеет световой поток 5040 *лм* и максимальную силу света 1480 *св*.

Найти коэффициент полезного действия и усиление светильника.  
Указание.

$$\text{К. п. д. светильника } \eta = \frac{F_{\text{светильника}}}{F_{\text{лампы}}}.$$

$$\text{Коэффициент усиления } K = \frac{I_{\text{макс. светильника}}}{I_{\text{средне-сферическая лампы}}}.$$

Ответ.  $\eta = 58\%$  и  $K = 2,12$ .

15,17. Шаровой светильник молочного стекла ( $d = 320$  мм) при использовании лампы накаливания мощностью  $200$  вт и напряжением  $220$  в имеет яркость  $B = 0,17$  св.

Найти к. п. д. светильника.

Ответ.  $\eta = 68,3\%$ .

15,18. Канцелярское помещение высотой  $H = 4,5$  м освещается светильником типа «Люцетта» преимущественно прямого света.

Требуется определить высоту подвеса светильника над рабочей поверхностью, если последняя находится на высоте  $h_p = 0,8$  м от пола и в светильнике используется лампа мощностью до  $200$  вт.

Решение.

Определяем высоту потолка над рабочей поверхностью:

$$H_p = H - h_p = 4,5 - 0,8 = 3,7 \text{ м.}$$

Расстояние светильника от потолка  $h_c$  рекомендуется брать от  $0,20$  до  $0,25$  от  $H_p$ . Таким образом, можно принять

$$h_c = 0,2 \cdot 3,7 = 0,74 \text{ м}$$

или

$$h_c = 0,25 \cdot 3,7 = 0,93 \text{ м}$$

Высоту подвеса светильника над полом можно выбрать от  $3,57$  до  $3,76$  м. Номинальная высота подвеса светильников над полом нормируется ГОСТ из условий ограничения ослепленности (приложение 9г).

Из этой таблицы для «Люцетты» из цельного стекла минимальная высота подвеса светильника над полом равна  $3$  м. Окончательно выбираем высоту подвеса светильника над полом  $3,57$  м и  $h_c = 0,93$  м.

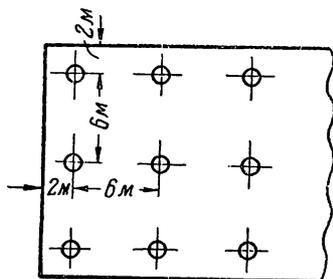
15,19. Светильники типа «Универсаль» с затенителями необходимо разместить в инструментальном цехе размером  $16 \times 40$  м<sup>2</sup> и высотой  $H = 4,5$  м.

Решение.

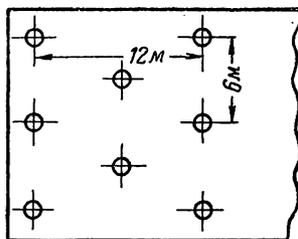
Располагая светильники на расстоянии  $h_c = 0,75$  м от потолка и считая высоту рабочих поверхностей (станков)  $h_p = 0,8$  м, найдем высоту подвеса светильников над рабочей поверхностью:

$$H_p = 4,5 - (h_c + h_p) = 4,5 - 1,55 = 2,95 \text{ м} \approx 3 \text{ м.}$$

При размещении светильников необходимо выполнить условие получения минимально допустимой неравномерности освещения рабочих поверхностей. В приложении 9д приведены значения оптимальных относительных расстояний при выполнении условий нормированной минимальной освещенности для случаев расположения



Фиг. 15,19а



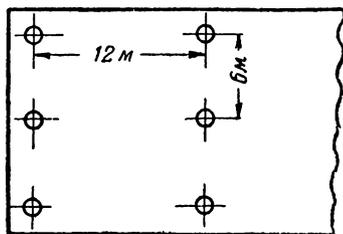
Фиг. 15,19б

стандартных светильников по вершинам квадратов и вершинам ромбов.

Из данных этого приложения находим

$$L_{\text{оптимальное}} = 1,8H_p = 1,8 \cdot 3 = 5,4 \text{ м.}$$

При наличии рабочих мест у стен расстояние от стены до крайнего ряда светильников берется равным  $(0,25 \div 0,3) \cdot L$ , где  $L$  — расстояние между светильниками.



Фиг. 15,19в

При отсутствии рабочих поверхностей у стен это расстояние может быть увеличено до  $(0,4 - 0,5) L$ .

\* В нашем случае могут быть использованы варианты размещения светильников, данные на фиг. 15,19а, 15,19б и 15,19в.

Выбор наилучшего варианта определяется путем сопоставления потребных мощностей источников для каждого варианта по заданной освещенности.

**15.20.** Расположить светильники типа «Люцетта» цельного молочного стекла в коридоре шириной 2,5 м, длиной  $l = 26$  м, если высота потолка над полом равна 3,2 м.

Ответ.

При однорядном расположении и при расстоянии крайних светильников от торцевых стен в 3 м и  $L = 4$  м число светильников равно 6.

15,21. Найти мощность источников света и суммарную установленную мощность в конторском помещении площадью  $S = 12 \times 20 \text{ м}^2$  и высотой  $H = 4 \text{ м}$ , если освещение запроектировано светильниками типа «Люцетта» цельного стекла. Светильники размещены по углам квадрата со стороной 4 м. Высота подвеса светильника над столами  $H_p = 2,5 \text{ м}$ . Потолок помещения имеет светлую окраску, а стены — среднюю. Напряжение ввода осветительной сети равно 220 в.

Решение.

Согласно ГОСТ 3825—47 (см. приложение 9ж) нормированная освещенность конторских помещений равна 50 лк. Но при расчете мощности осветительной установки надо учитывать эксплуатационное снижение освещенности (за счет снижения светового потока источника света со временем, загрязнения арматуры, стен и потолка). Повышение расчетной освещенности против нормированной учитывается согласно ГОСТ 3825—47 коэффициентом запаса  $K$  (см. приложение 9л). В нашем случае  $K = 1,3$ .

По качеству окраски потолка и стен находим коэффициент отражения

$$\rho_{\text{потолка}} = 70\%$$

и

$$\rho_{\text{стен}} = 50\%$$

из нижеследующей таблицы:

Характер окраски потолка	Значение $\rho$ , %	Характер окраски стен	Значение $\rho$ , %
Светлый . . . . .	70	Светлые . . . . .	70
Средний . . . . .	50	Средние . . . . .	50
Темный . . . . .	30	Темноватые . . . .	30
		Темные . . . . .	10

Показатель помещения определяется по формуле

$$\varphi = \frac{a \cdot b}{H_p (a + b)},$$

где  $a$  и  $b$  — размеры площади помещения в метрах.

В нашем случае

$$\varphi = \frac{12 \cdot 20}{2,5 (12 + 20)} = 3.$$

Пользуясь приложением 9з, определяем коэффициент использования осветительной установки по найденным показателям помещения и коэффициентам отражения стен и потолка:

$$T_y = 54\%.$$

Чтобы перейти от нормированной минимальной освещенности ( $E_{\text{мин}}$ ) к средней ( $E_{\text{ср}}$ ), необходимо найти поправочный коэффициент

$z = E_{\text{мин}}/E_{\text{ср}}$ , значения которого для различных светильников, соответствующие наиболее выгодному размещению их, приведены в следующей таблице:

Тип светильника	«Глубокоизлучатель»		«Универсаль»			«Люцита» целого стекла	Шар молочного стекла
	зеркальный	эмалированный	без затенителя	с матированным затенителем	с молочным затенителем		
$z$	0,75	0,9	0,82	0,85	0,85	0,8	0,87

Коэффициент  $z$  для заданного светильника равен 0,8.

При выбранном в условиях задачи расположении светильников можно взять расстояние крайних светильников от стен равным 2 м. В этом случае мы получим три ряда по 5 светильников в каждом. Общее число светильников равно 15.

По полученным данным можно определить световой поток каждого источника света:

$$F_{\text{и}} = \frac{E_{\text{мин}} \cdot S \cdot K}{T_{\text{г}} \cdot z \cdot n} = \frac{50 \cdot 12 \cdot 20 \cdot 1,3}{0,54 \cdot 0,8 \cdot 15} = 2400 \text{ лм.}$$

Пользуясь приложением 96, по найденному потоку находим мощность лампы при напряжении 220 в. Ближайшая по световому потоку будет лампа 200 вт. Световой поток этой лампы 2500 лм немного больше заданного. Поэтому фактическая освещенность будет немного больше:

$$E_{\text{факт}} = \frac{2510}{2400} \cdot E_{\text{мин}} = 52,5 \text{ лк.}$$

Суммарная установленная мощность

$$P_{\text{общ}} = 15 \cdot 200 = 3000 \text{ вт.}$$

15,22. Для помещения предыдущей задачи определить имеющуюся освещенность рабочих поверхностей точечным методом.

Указание.

Суммарная освещенность в какой-либо точке определяется как сумма освещенностей от каждого источника.

15,23. Для помещения, указанного в задаче 15,21, определить коэффициент равномерности освещения рабочих поверхностей и установить, соответствует ли полученная величина нормированной.

Указание.

Рекомендуемая величина равномерности освещенности приводится в следующей таблице:

Величина освещенности	Равномерность $\left(\frac{E_{\text{мин}}}{E_{\text{макс}}}\right)$
Для общего освещения выше 50 лк	0,3
Для общего освещения ниже 50 лк	0,5
Для местного освещения при всех освещенностях . . . . .	0,6

15,24. Люминесцентная лампа белого света мощностью 30 *вт* и напряжением 125 *в* расположена на высоте  $H_p = 4$  *м* параллельно рабочей поверхности.

Определить освещенность в точке *M* рабочей поверхности (фиг. 15,24).

Решение.

По приложению 9в находим длину трубки  $L = 0,9$  *м* и световой поток лампы  $F_{\text{л}} = 48,4$  *лм/вт* · 30 *вт* = 1450 *лм*.

Определим силу света единицы длины лампы в плоскости перпендикулярной к ее оси:

$$I_{\gamma} = \frac{F_{\text{л}}}{\pi^2 L} = \frac{1450}{\pi^2 \cdot 0,9} = 164 \text{ св.}$$

Освещенность в расчетной точке определяется уравнением

$$E_{\text{м}} = \frac{I_{\gamma}}{2H_p \cdot K} \left( \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \cos^2 \gamma.$$

Пользуясь чертежом, найдем  $\sin 2\alpha$  и  $\cos \gamma$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L}{l} = \frac{0,9}{5} = 0,18 \text{ и } \alpha = 10^\circ,$$

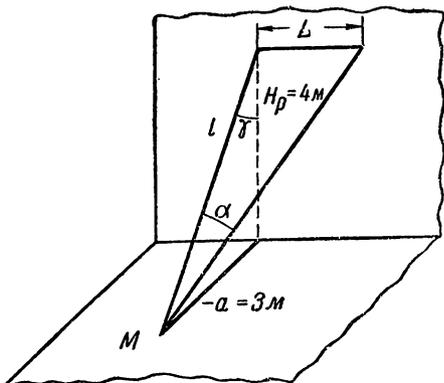
$$\sin 2\alpha = \sin 20^\circ = 0,342, \quad \cos \gamma = \frac{H_p}{l} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Выбирая коэффициент запаса  $K = 1,3$  и подставляя численные значения в формулу освещенности, находим

$$E_{\text{м}} = \frac{164}{2 \cdot 4 \cdot 1,3} \left( \frac{\pi}{180} \cdot 10 + \frac{0,342}{2} \right) \cdot 0,64 \approx 3,5 \text{ лк.}$$

15,25. Как изменится освещенность точки *M* (фиг. 15,24), если люминесцентная лампа имеет мощность 40 *вт*, напряжение 220 *в* и высоту подвеса  $H_p = 3$  *м*?

Ответ.  $E_{\text{м}} = 6$  *лк*.



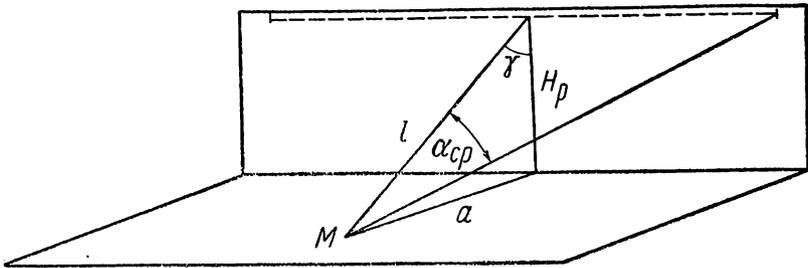
Фиг. 15,24

15,26. Ряд люминесцентных ламп белого света мощностью 20 *вт* расположен параллельно освещаемой поверхности с интервалами между лампами  $\lambda = 30$  *см* (фиг. 15,26). Высота расположения ламп над освещенной поверхностью  $H_p = 3$  *м*.

Определить освещенность в точке, расположенной на расстоянии  $a = 4$  *м* от середины проекции светящейся линии на освещаемую плоскость, если число ламп в ряду  $n = 19$ . Коэффициент запаса  $K$  принять равным 1,3.

Указание.

Освещенность от нескольких элементов в этом случае определяется уравнением



Фиг. 15,26

$$E_m = \frac{I_\gamma \cdot L}{H_p(L + \lambda)K} \left( a_{cp} + \frac{\sin 2\alpha_{cp}}{2} \right) \cos^2 \gamma,$$

где

$$a_{cp} = \arctg \frac{nL + (n-1)\lambda}{2l},$$

$I_\gamma = \frac{F_\gamma}{\pi^2 L}$  — сила света с единицы длины светящегося элемента в плоскости перпендикулярной к оси источника.

Ответ.  $E = 13,8$  *лк*.

## 16. ПЕРЕХОДНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПРОСТЕЙШИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

**16.1.** Катушка электромагнита с сопротивлением  $r = 10$  ом и индуктивностью  $L = 100$  мГн включается в сеть постоянного тока с напряжением  $U = 110$  в (фиг. 16,1а).

Построить кривую изменения тока в катушке и определить энергию магнитного поля для момента времени  $t = 0,01$  сек. после включения.

**Решение.**

После замыкания рубильника напряжение и ток в цепи связаны между собою дифференциальным уравнением

$$ir + L \frac{di}{dt} = u.$$

Общий интеграл этого дифференциального уравнения состоит из суммы частного решения, определяющего составляющую тока установившегося или принужденного режима —  $i_{\text{пр}}$ , и решения того же уравнения без правой части, которое определяет так называемую составляющую тока свободного режима —  $i_{\text{св}}$ .

Составляющая тока принужденного режима, в дальнейшем называемая нами для краткости принужденным током, определяется по закону Ома, т. е.

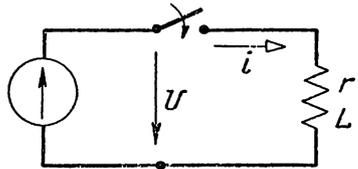
$$i_{\text{пр}} = I = \frac{U}{r}.$$

Составляющая тока свободного режима, называемая для краткости свободным током, находится из решения следующего дифференциального уравнения:

$$i_{\text{св}} r + L \frac{di_{\text{св}}}{dt} = 0.$$

Решением этого дифференциального уравнения является выражение

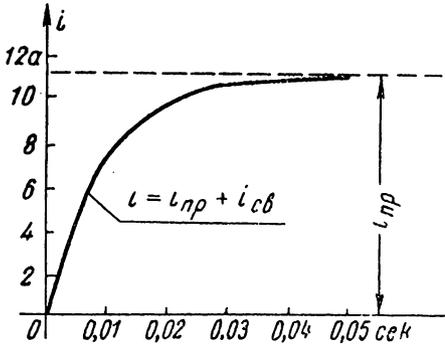
$$i_{\text{св}} = A \cdot e^{-\frac{r}{L} t}.$$



Фиг. 16,1а

Действительный ток в катушке  $i = i_{np} + i_{cb} = \frac{U}{r} + A \cdot e^{-\frac{r}{L}t}$ .

Постоянную интегрирования определяем из следующих начальных условий: при  $t=0$ ,  $(i)_{t=0} = 0$ , так как ток в индуктивности не может измениться мгновенно на конечную величину; поэтому



Фиг. 16,16

откуда  $\frac{U}{r} + A = 0$ ,

и  $A = -\frac{U}{r}$

и  $i = \frac{U}{r} \left( 1 - e^{-\frac{r}{L}t} \right)$ .

Постоянная времени в данном случае

$\tau = \frac{L}{r} = 0,01$  сек.

ток

$i = 11 \left( 1 - e^{-\frac{t}{0,01}} \right) a$ .

Для определения численных значений тока  $i$  находим величину экспоненциальной функции  $e^{-\frac{t}{0,01}}$  для различных моментов времени:  $t=0$ ,  $t_1=0,005$  сек.,  $t_2=0,01$  сек. и т. д.

Результаты подсчета сводим в таблицу.

$t$ , сек.	0	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$e^{-\frac{t}{0,01}}$	1	0,606	0,368	0,135	0,05	0,018	0,0067
$1 - e^{-\frac{t}{0,01}}$	0	0,394	0,632	0,865	0,95	0,982	0,993
$i$ , а	0	4,34	6,95	9,52	10,45	10,8	10,9

По данным этой таблицы построена кривая тока  $i$  на фиг. 16,16.

Энергия магнитного поля катушки определяется по формуле  $W_m = \frac{Li^2}{2}$ . Подставляя в эту формулу численное значение индуктивности катушки ( $L=0,1$  гн) и величину мгновенного значения тока при  $t=0,01$  сек. (6,95 а), получаем

$W_m = \frac{0,1 \cdot 6,95^2}{2} = 2,42$  дж.

16,2. Катушка с сопротивлением  $r = 4 \text{ ом}$  включается в сеть постоянного тока с напряжением  $U = 24 \text{ в}$ .

Чему равна величина индуктивности этой катушки, если ток в ней через 2,5 сек. после включения равен 95% своего установившегося значения?

Ответ.  $L = 3,33 \text{ гн}$ .

16,3. Катушка с сопротивлением  $r = 2,75 \text{ ом}$  и индуктивностью  $L = 0,55 \text{ гн}$  включается в сеть постоянного тока с напряжением  $U = 110 \text{ в}$ .

Через какое время ток в катушке достигнет 50% своего установившегося значения?

Ответ. Через 32,2 мсек.

16,4. Электромагнит с сопротивлением обмотки  $r = 4 \text{ ом}$  и индуктивностью  $L = 5 \text{ гн}$  внезапно отключается от сети постоянного тока с напряжением  $U = 110 \text{ в}$  и замыкается на сопротивление  $r_1 = 6 \text{ ом}$  (фиг. 16,4).

Определить энергию магнитного поля электромагнита до отключения его от сети.

Найти значение тока для момента  $t_1 = 1 \text{ сек}$ . после отключения.

Подсчитать тепловую энергию, выделенную в сопротивлении  $r_1$  в течение первой секунды после отключения.

Найти наибольшее значение э. д. с. самоиндукции, индуцированной в цепи после отключения электромагнита, и установить зависимость максимального значения э. д. с. самоиндукции от величины дополнительного сопротивления  $r_1$ .

Решение.

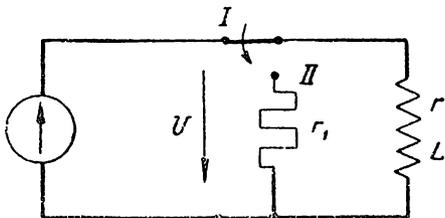
При нормальной работе электромагнита переключатель находится в положении I (фиг. 16,4). Ток и энергия магнитного поля катушки в этом случае будут равны:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{110}{4} = 27,5 \text{ а};$$

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{5 \cdot 27,5^2}{2} = 1890 \text{ дж}.$$

Для отключения электромагнита переводим переключатель в положение II. Изменение тока в полученном контуре определяется следующим уравнением:

$$-L \frac{di}{dt} = i(r + r_1),$$



Фиг. 16,4

решением которого является выражение

$$i = A \cdot e^{-\frac{r+r_1}{L} t}.$$

Так как ток в индуктивности не может изменяться скачком, то в момент переключения рубильника, т. е. при  $t=0$ ,  $(i)_{t=0} = 27,5 \text{ а}$ .

Следовательно,

$$A = 27,5$$

и

$$i = 27,5 \cdot e^{-\frac{r+r_1}{L} t} = 27,5 \cdot e^{-2t},$$

так как постоянная времени  $\tau = 1/2 = 0,5 \text{ сек}$ .

При  $t=1 \text{ сек}$ . ток  $i = 27,5 \cdot 0,135 = 3,71 \text{ а}$ .

Энергия, выделенная в виде тепла в сопротивлении  $r_1$ , равна

$$\begin{aligned} W &= \int_{t=0}^{t=1 \text{ сек.}} i^2 r_1 dt = 27,5^2 \cdot 6 \int_{t=0}^{t=1 \text{ сек.}} e^{-4t} \cdot dt = \frac{27,5^2}{4} \cdot 6 (1 - e^{-4}) = \\ &= 1110 \text{ дж.} \end{aligned}$$

Э. д. с. самоиндукции, индуктированную в цепи, определим по следующей формуле:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d}{dt} \left( 27,5 \cdot e^{-\frac{r+r_1}{L} t} \right) = (r+r_1) \cdot 27,5 \cdot e^{-\frac{r+r_1}{L} t}.$$

Из этого выражения видно, что наибольшая величина э. д. с. самоиндукции возникает в катушке в начальный момент, т. е. при  $t=0$ :

$$e_{Lm} = 27,5 (r+r_1),$$

и что она растет с увеличением добавочного сопротивления  $r_1$ .

При мгновенном разрыве цепи, когда  $r_1$  равно бесконечности, э. д. с. самоиндукции также должна равняться бесконечности.

В реальных условиях никогда не возникает бесконечно большая э. д. с. самоиндукции, так как при отключении цепи между размыкаемыми контактами образуется электрическая искра или дуга.

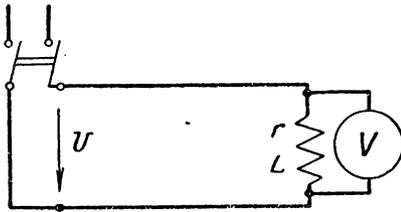
В рассматриваемом случае  $e_{Lm} = 275 \text{ в}$ .

**16,5.** Для измерения напряжения на зажимах электромагнита с сопротивлением  $r=2 \text{ ом}$  и индуктивностью  $L=1 \text{ гн}$  включен вольтметр по схеме, показанной на фиг. 16,5.

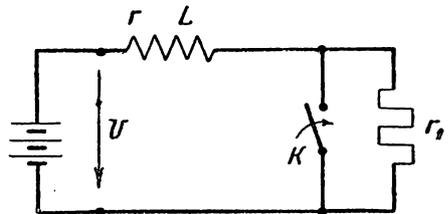
Что произойдет с прибором, если, не отсоединяя его от электромагнита, отключить при помощи рубильника электромагнит от сети с напряжением  $U=110 \text{ в}$ ?

Ответ.

В первый момент по вольтметру пройдет ток  $I = 55$  а, вследствие чего прибор будет испорчен. Поэтому при отключении электромагнита следует сначала разомкнуть цепь вольтметра.



Фиг. 16,5



Фиг. 16,6а

16.6. Катушка с сопротивлением  $r = 1$  ом и индуктивностью  $L = 2$  гн, соединенная последовательно с сопротивлением  $r_1 = 2$  ом, включена в цепь с напряжением  $U = 5$  в (фиг. 16,6а).

Построить кривую изменения тока в катушке при чередующихся переключениях рубильника  $K$ , если промежутки времени между включениями и выключениями равны 2 сек.

Решение.

До замыкания рубильника ток в катушке и сопротивлении  $r_1$

$$I_0 = \frac{U}{r + r_1} = \frac{5}{1 + 2} = 1,67 \text{ а.}$$

После замыкания рубильника  $K$  изменение свободного тока  $i_{\text{св}}$  определяется уравнением

$$i_{\text{св}} = A_1 e^{-\frac{r}{L} t}.$$

Принужденный ток при замкнутом сопротивлении  $r_1$

$$i_{\text{пр}} = \frac{U}{r} = \frac{5}{1} = 5 \text{ а.}$$

Ток в катушке

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = 5 + A_1 e^{-\frac{r}{L} t}.$$

Постоянную интегрирования  $A_1$  определим из следующих начальных условий: в момент замыкания рубильника (при  $t = 0$ ) ток в катушке не может измениться скачком и равен 1,67 а.

Поэтому

$$1,67 = 5 + A_1 \cdot e^{-\frac{r}{L} \cdot 0},$$

откуда

$$A_1 = -3,33 \text{ а.}$$

Уравнение тока катушки

$$i_1 = 5 - 3,33 \cdot e^{-0,5t}$$

К моменту выключения рубильника, т. е. через  $t=2$  сек., величина тока

$$i'_1 = 5 - 3,33 \cdot e^{-0,5 \cdot 2} = 3,78 \text{ а.}$$

При размыкании рубильника ток в катушке определяется уравнением

$$i_2 = \frac{U}{r+r_1} + A_2 e^{-\frac{r_1+r}{L}t} = 1,67 + A_2 \cdot e^{-1,5t}$$

Постоянная  $A_2$  находится из условия, что в момент размыкания рубильника при  $t=2$  сек. ток равен 3,78 а.

Поэтому

$$3,78 = 1,67 + A_2 \cdot e^{-1,5 \cdot 2},$$

откуда

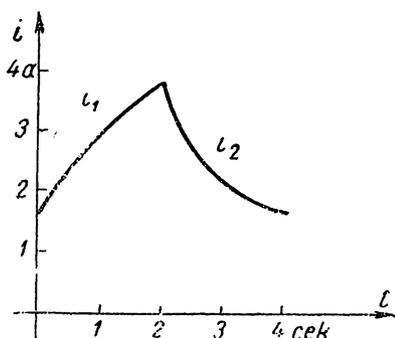
$$A_2 = 42,2,$$

а ток

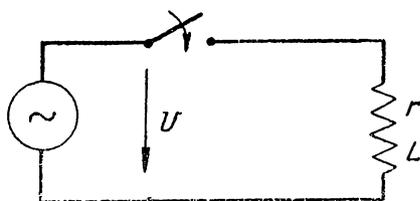
$$i_2 = 1,67 + 42,2 e^{-1,5t}.$$

Задаваясь значениями времени  $0 \leq t \leq 2$  сек. для тока  $i_1$  и  $2 \text{ сек.} \leq t \leq 4 \text{ сек.}$  для тока  $i_2$ , определяем величины токов  $i_1$  и  $i_2$  и по результатам подсчета строим кривые фиг. 16,6б.

Из этих кривых видно, что к моменту нового замыкания ру-



Фиг. 16,6б



Фиг. 16,7а

бильника режим практически устанавливается, и при всех последующих переключениях кривая тока будет повторяться.

**16,7.** Определить наибольшее мгновенное значение тока в катушке с сопротивлением  $r=1 \text{ ом}$  и индуктивностью  $L=31,4 \text{ мГн}$  при включении ее в сеть с синусоидальным напряжением, действующее значение которого  $U=120 \text{ в}$  (фиг. 16,7а), если включение происходит в тот момент, когда мгновенное значение напряжения равно половине положительного амплитудного значения. Частота сети  $f=50 \text{ Гц}$ .

Решение.

Найдем начальную фазу синусоидального напряжения.

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi).$$

При  $t = 0$

$$u_0 = U_m \sin \psi; \quad \sin \psi = \frac{u_0}{U_m} = 0,5,$$

откуда  $\psi = 30^\circ$ .

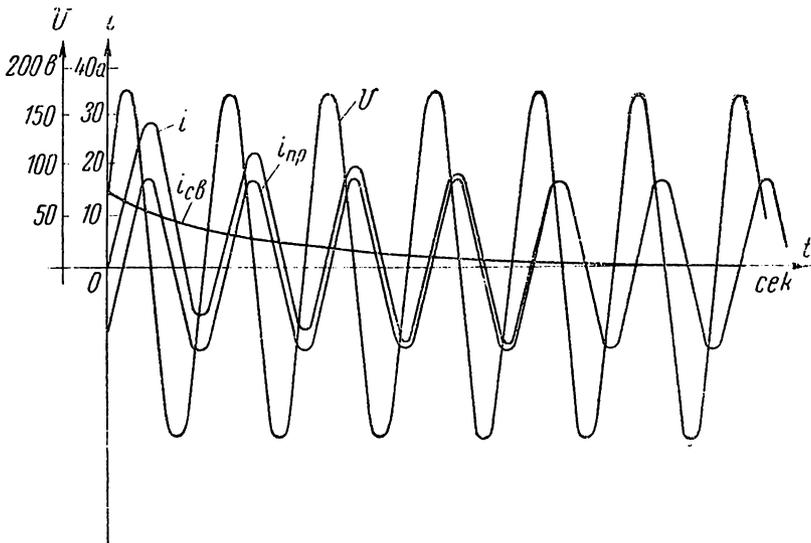
Для определения тока в катушке при установившемся режиме найдем

$$x_L = \omega L = 314 \cdot 31,4 \cdot 10^{-3} = 9,9 \text{ ом},$$

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{1^2 + 9,9^2} = 10 \text{ ом},$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{1}{10}; \quad \varphi = 84^\circ; \quad \psi - \varphi = 30^\circ - 84^\circ = -54^\circ;$$

$$\sin(-54^\circ) = -0,809.$$



Фиг. 16,76

Тогда ток в катушке при установившемся режиме

$$i_{нр} = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = \frac{\sqrt{2} \cdot 120}{10} \sin(\omega t - 54^\circ) = 17 \sin(\omega t - 54^\circ).$$

Свободная составляющая тока катушки

$$i_{св} = A e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где  $\tau = \frac{L}{r} = 0,0314 \text{ сек.}$

Действительный ток

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = 17 \sin(\omega t - 54^\circ) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

При  $t=0$ ,  $(i)_{t=0} = 0$  и  $17 \sin(-54^\circ) + A = 0$ , откуда определяем постоянную  $A$ :

$$A = -17 \sin(-54^\circ) = 17 \cdot 0,809 = 13,7 \text{ а.}$$

Окончательное уравнение для тока имеет вид:

$$i = 17 \sin(\omega t - 54^\circ) + 13,7 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

По этому уравнению построены кривые зависимости токов  $i_{\text{пр}}$ ,  $i_{\text{св}}$  и действительного тока  $i$  от времени (фиг. 16,7б). Как видим, наибольшее значение тока в цепи будет равно 28 а.

16,8. Мгновенное значение тока в катушке с индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $r$  при включении ее на синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$  определяется выражением

$$i = I_m \left[ \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \right],$$

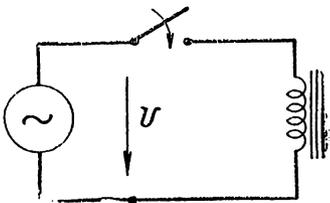
где  $I_m = \frac{U_m}{z}$ ,  $\text{tg } \varphi = \frac{\omega L}{r}$ , а  $\psi$  — начальная фаза.

Пользуясь этим уравнением, определить в условиях задачи 16,7 начальную фазу (момент включения), для которой свободный ток в катушке имеет в начальный момент максимальное значение. Для полученной начальной фазы  $\psi$  определить приблизительно время  $t_1$ , при котором действительный ток  $i$  в катушке будет иметь максимальное значение.

Ответ.  $\psi = 174^\circ$ ,  $t_1 \approx 0,01$  сек.

16,9. В условиях предыдущей задачи найти значение начальной фазы  $\psi$ , при которой ток в катушке сразу после включения будет изменяться по синусоидальному закону.

Ответ.  $\psi = \varphi$ .



Фиг. 16,10а

16,10. Ненагруженный трансформатор с малым активным сопротивлением  $r$  обмотки (фиг. 16,10а) включается на синусоидальное напряжение в тот момент, когда мгновенное значение напряжения равно нулю.

Построить кривую изменения магнитной индукции в сердечнике трансформатора от времени, если при установившемся режиме  $B_m = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 9000 \text{ гс}$ . Пользуясь полученным графиком, определить бросок тока при включении этого трансформатора. Поток рассеяния и потерями в стали пренебрегаем.

### Решение.

Мгновенное значение напряжения  $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$  связано с током  $i$  в обмотке трансформатора и магнитным потоком  $\Phi$  в сердечнике следующим дифференциальным уравнением:

$$u = ir + \omega \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Для упрощения решения задачи предположим, что индуктивность  $L$  трансформатора неизменна, т. е. установившийся режим трансформатора определяется прямолинейной частью кривой намагничивания. При этом допущении ток  $i$  и поток  $\Phi$  будут связаны между собой уравнением

$$L = \frac{\omega \Phi}{i}.$$

Тогда уравнение (1) можно привести к следующему виду:

$$\frac{d\Phi}{dt} + \frac{r}{L} \Phi = \frac{U_m}{\omega} \sin(\omega t + \psi). \quad (2)$$

Магнитный поток принужденного режима изменяется по синусоиде и отстает от приложенного напряжения приблизительно на угол  $\pi/2$ .

$$\Phi_{\text{пр}} = \Phi_m \sin\left(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}\right) = -\Phi_m \cos(\omega t + \psi).$$

Магнитный поток свободного режима можно найти из уравнения (2), если приравнять правую часть этого уравнения нулю, т. е.

$$\frac{d\Phi_{\text{св}}}{dt} + \frac{r}{L} \Phi_{\text{св}} = 0.$$

Решением последнего уравнения является выражение

$$\Phi_{\text{св}} = A e^{-\frac{r}{L} t}.$$

Полный поток  $\Phi$  будет равен сумме потоков принужденного и свободного режимов:

$$\Phi = -\Phi_m \cos(\omega t + \psi) + A e^{-\frac{r}{L} t}. \quad (3)$$

В начальный момент ( $t=0$ ) поток в сердечнике равен нулю (остаточный поток не учитываем). Тогда из уравнения (3) для  $t=0$  имеем:

$$0 = -\Phi_m \cdot \cos \psi + A,$$

откуда

$$A = \Phi_m \cdot \cos \psi$$

и

$$\Phi = \Phi_m e^{-\frac{r}{L} t} \cos \psi - \Phi_m \cos(\omega t + \psi).$$

По аналогичному закону будет изменяться и магнитная индукция  $B$ :

$$B = B_m e^{-\frac{r}{L} t} \cos \psi - B_m \cos(\omega t + \psi). \quad (4)$$

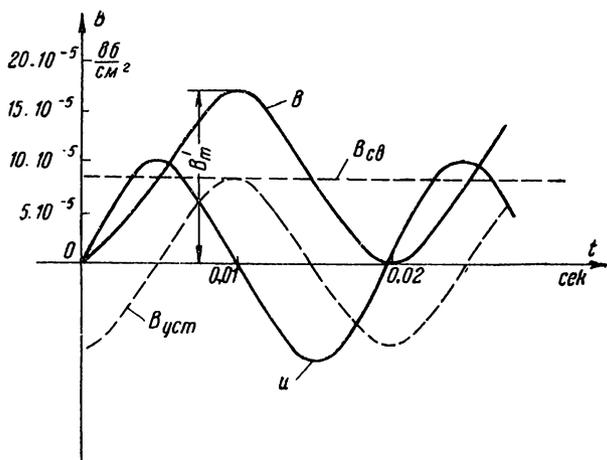
Из уравнения (4) следует, что самым неблагоприятным моментом включения, при котором имеет место наибольшее увеличение индукции в сердечнике, является  $\psi = 0$ , т. е. когда включение происходит в момент прохождения напряжения через нуль, что и предусмотрено условиями задачи. В этом случае уравнение (4) приводится к следующему виду:

$$B = B_m \cdot e^{-\frac{r}{L}t} - B_m \cdot \cos \omega t. \quad (5)$$

На фиг. 16,10б приближенно построена кривая изменения магнитной индукции в зависимости от времени. Из этой кривой видно, что при малом активном сопротивлении обмотки трансформатора максимальное значение магнитной индукции  $B'_m$  может быть почти в 2 раза больше амплитуды магнитной индукции принужденного режима  $B_{m_{пр}}$ .

Таким образом, при  $B'_m = B_{m_{пр}} = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 9000 \text{ гс}$ .

$$B'_m \approx 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ вб/см}^2 = 18000 \text{ гс}.$$



Фиг. 16,10б

Пользуясь кривой намагничивания, находим, что этим индукциям соответствуют напряженности магнитного поля:

$$H_m = 1,8 \text{ а/см} \text{ и } H'_m = 100 \text{ а/см}.$$

Отношение полученных напряженностей показывает, что при включении данного трансформатора может возникнуть толчок тока, величина которого примерно в 55 раз превышает нормальный намагничивающий ток.

16,11. На фиг. 16,11а изображена схема, где емкость  $C = 100 \text{ мкф}$  и сопротивление  $r = 100 \text{ ом}$  соединены последовательно друг с другом. Эта цепь включается в сеть с напряжением  $U = 220 \text{ в}$ .

Найти закон изменения тока  $i$  и напряжения на конденсаторе  $u_c$  в зависимости от времени.

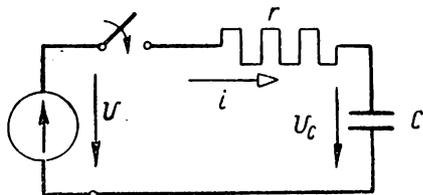
Решение.

Для этой цепи имеем следующее уравнение баланса напряжений:

$$U = ir + u_c.$$

В свою очередь ток

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}.$$



Фиг. 16,11а

Подставим выражение тока  $i$  в уравнение баланса напряжений, после чего получим

$$U = rC \frac{du_c}{dt} + u_c.$$

В соответствии с решением этого дифференциального уравнения представим напряжение на конденсаторе в виде суммы двух составляющих  $u_{c_{\text{нр}}}$  и  $u_{c_{\text{св}}}$ , т. е.  $u_c = u_{c_{\text{нр}}} + u_{c_{\text{св}}}$ , где  $u_{c_{\text{нр}}}$ , очевидно, равно напряжению на зажимах сети, т. е.  $u_{c_{\text{нр}}} = U$ . Такое напряжение устанавливается на конденсаторе теоретически через бесконечно большой промежуток времени после включения конденсатора. Напряжение  $u_{c_{\text{св}}}$  свободного режима меняется по экспоненциальной кривой:

$$u_{c_{\text{св}}} = A e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где  $\tau = rC$  есть постоянная времени, а  $A$  — постоянная интегрирования. Постоянная  $A$  определяется из следующих начальных условий: при  $t = 0$  действительное напряжение на конденсаторе  $(u_c)_{t=0} = 0$ , так как конденсатор не может мгновенно зарядиться; поэтому  $0 = U + A$ , откуда  $A = -U$ .

Напряжение на конденсаторе для любого момента времени будет определяться выражением

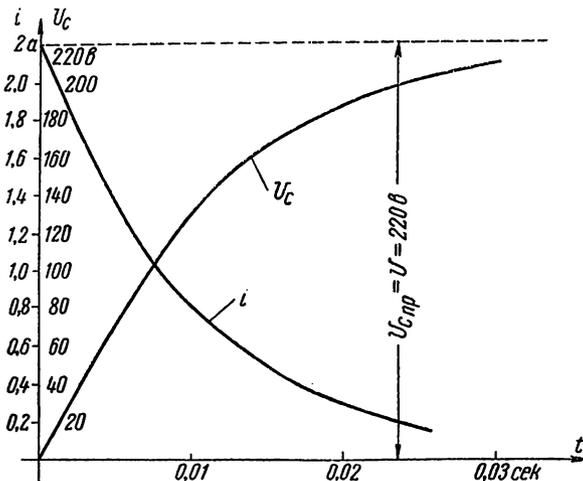
$$u_c = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 220 \left( 1 - e^{-\frac{t}{0,01}} \right) \text{ в.}$$

Величина тока в цепи находится из уравнения

$$i = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{U}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau}} = 2,2 e^{-\frac{t}{0,01}} \text{ а.}$$

По полученным уравнениям построены на фиг. 16,11б графики изменения напряжения  $u_c$  и тока  $i$  в зависимости от времени.

Из этих кривых непосредственно следует, что напряжение на конденсаторе практически достигает принужденного значения через  $t \approx 0,04$  сек.



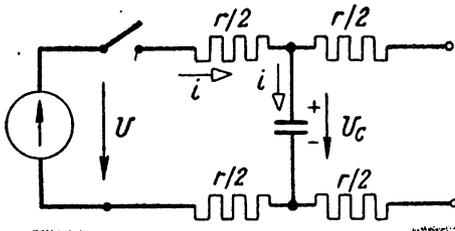
Фиг. 16,116

**16,12.** Двухжильный кабель емкостью  $C = 1,5$  мкф и сопротивлением каждой жилы  $r = 0,8$  ом включается на постоянное напряжение  $U = 500$  в.

Определить начальное значение тока и время  $t_1$ , в течение которого ток спадает до 2% своего начального значения.

Решение.

На фиг. 16,12 приведена эквивалентная схема двухжильного кабеля, где емкость  $C$  и сопротивление  $r$  показаны сосредоточенными; при этом емкость  $C$  включена в точках, соответствующих середине кабеля.



Фиг. 16,12

При включении этой схемы на постоянное напряжение в ней появится ток, замыкающийся по пути, отмеченному на схеме стрелками. Напряжение  $u_C$  на конденсаторе и ток  $i$  связаны между собой уравнениями:

$$i = C \frac{du_C}{dt} \text{ и } U = ir + u_C.$$

В результате совместного решения этих уравнений получим:

$$u_C = U \left( 1 - e^{-\frac{1}{rC} \cdot t} \right) = 500 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ в,}$$

$$i = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau C}} = 625 e^{-\frac{t}{\tau} a},$$

где постоянная времени  $\tau = rC = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}$  сек.

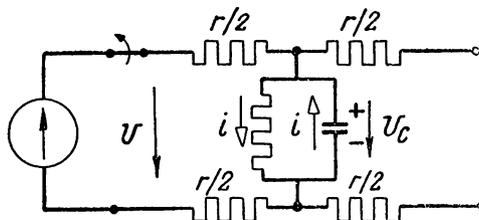
При  $t=0$  ток  $(i)_{t=0} = 625$  а; время  $t_1 = 4 \tau$ .

Следует отметить, что в начальный момент величина тока определяется только отношением приложенного напряжения к сопротивлению одной жилы.

**16.13.** Определить напряжение между жилами кабеля предыдущей задачи, заряженного до напряжения  $U = 500$  в, через  $t = 75 \cdot 10^{-6}$  сек. после отключения кабеля от источника тока. Сопротивление изоляции между жилами  $r_{из} = 100$  ом.

**Решение.**

При отключении заряженного кабеля от источника на его жилах останется заряд, который можно рассматривать сосредоточенным на обкладках конденсатора эквивалентной схемы фиг. 16,13. С течением времени, вследствие несовершенства изоляции, заряд с одной обкладки будет перетекать на другую и нейтрализоваться. Таким образом, здесь будет иметь место явление разряда конденсатора через собственную изоляцию.



Фиг. 16,13

Условия разряда, аналогичные вышеупомянутым, мы получим в схеме замещения фиг. 16,13, где параллельно конденсатору включено сопротивление изоляции кабеля.

Разрядный ток в этом случае пойдет по пути, отмеченному на схеме стрелкой. Напряжение  $u_C$  и ток  $i$  будут связаны между собой уравнениями

$$u_C = -ir_{из} \text{ и } i = -C \frac{du_C}{dt},$$

совместное решение которых приводит к выражению

$$u_C = U \cdot e^{-\frac{1}{r_{из} C} t} = 500 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где постоянная времени  $\tau = r_{из} \cdot C = 100 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 150 \cdot 10^{-6}$  сек.

Через  $t = 75 \cdot 10^{-6}$  сек.  $= 0,5 \tau$  напряжение между жилами, равное напряжению на обкладках конденсатора, имеет величину

$$u_C = 500 \cdot 0,606 = 303 \text{ в.}$$

16,14. Найти закон изменения тока  $i$  и напряжения  $u_C$  на конденсаторе в зависимости от времени, если схема задачи 16,11а будет включена на синусоидальное напряжение  $u = 170 \sin(\omega t + \psi)$ ; при этом начальная фаза  $\psi = \frac{\pi}{6}$ , а активное сопротивление  $r = 10 \text{ ом}$ .

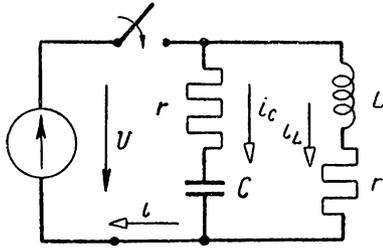
Ответ.

$$i = 5,1 \sin(314 t + 103^\circ) + 3,55 e^{-\frac{t}{0,001}};$$

$$u_C = 162 \sin(314 t + 13^\circ) - 36,3 e^{-\frac{t}{0,001}}.$$

16,15. В условиях предыдущей задачи (16,14) определить величину начальной фазы  $\psi$ , при которой начальное значение тока будет максимальным; найти численное значение тока при указанном условии.

Ответ.  $\psi = 90^\circ, (i_m)_{t=0} = 17 \text{ а}$ .



Фиг. 16,16

16,16. Две параллельные ветви включаются на постоянное напряжение  $U = 220 \text{ в}$ . Сопротивления обеих ветвей одинаковы и равны  $r = 20 \text{ ом}$  (фиг. 16,16); индуктивность  $L = 0,1 \text{ гн}$ .

Определить емкость  $C$  конденсатора, при которой ток  $i$  в неразветвленной части цепи будет иметь постоянное значение, и найти величину этого тока.

Решение.

Ток в ветви с индуктивностью определяется выражением

$$i_L = \frac{U}{r} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right),$$

а ток в ветви с емкостьюю

$$i_C = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau_C}}.$$

Суммарный ток  $i$  на основании первого закона Кирхгофа равен

$$i = i_L + i_C = \frac{U}{r} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right) + \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau_C}} = \frac{U}{r} + \frac{U}{r} \left( e^{-\frac{t}{\tau_C}} - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right).$$

Этот ток не будет зависеть от времени при выполнении усло-

вия  $e^{-\frac{t}{\tau_L}} = e^{-\frac{t}{\tau_C}}$  или при равенстве постоянных времени для ветвей, т. е.  $\tau_C = \tau_L$ . Из полученного равенства имеем  $rC = \frac{L}{r}$ , откуда

$$C = \frac{L}{r^2} = \frac{0,1}{400} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ ф} = 250 \text{ мкф}.$$

Величина тока  $i = \frac{U}{r} = \frac{220}{20} = 11 \text{ а}$ .

16,17. Параметры цепи, показанной на фиг. 16,17а, имеют следующие значения:  $r_1 = 30 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 20 \text{ ом}$  и  $L_3 = 0,12 \text{ гн}$ .

Найти закон изменения токов в ветвях в зависимости от времени, если эта цепь включается на постоянное напряжение  $U = 120 \text{ в}$ .

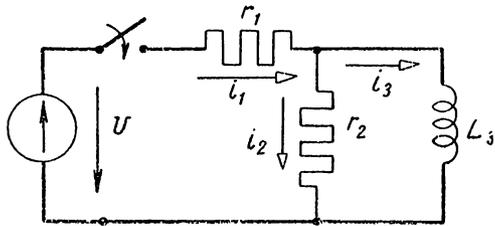
Решение.

Напишем для рассматриваемой цепи на основании законов Кирхгофа уравнения

$$U = r_1 i_1 + r_2 i_2, \quad r_2 i_2 = L_3 \frac{di_3}{dt} \quad \text{и} \quad i_1 = i_2 + i_3.$$

В результате совместного решения этих уравнений с тремя неизвестными токами  $i_1, i_2$  и  $i_3$  получим одно уравнение с одним неизвестным — например ток  $i_3$  — в следующем виде:

$$U = r_1 i_3 + (r_1 + r_2) \frac{L_3 di_3}{r_2 dt}.$$



Фиг. 16,17а

В соответствии с решением полученного дифференциального уравнения представим ток  $i_3$  в виде двух слагаемых  $i_{3\text{пр}}$  и  $i_{3\text{св}}$ , т. е.

$$i_3 = i_{3\text{пр}} + i_{3\text{св}}.$$

Принужденная составляющая этого тока определяется на основании закона Ома для установившегося режима выражением  $i_{3\text{пр}} = \frac{U}{r_1}$ , так как в ветви с сопротивлением  $r_2$  при  $t = \infty$  ток  $i_2 = 0$ , следовательно, ток  $(i_1)_{t=\infty} = \frac{U}{r_1} = i_{3\text{пр}}$ .

Свободная составляющая того же тока  $i_{3\text{св}}$  находится из решения дифференциального уравнения

$$0 = r_1 i_{3\text{св}} + (r_1 + r_2) \frac{L_3 di_{3\text{св}}}{r_2 dt}$$

в виде  $i_{3\text{св}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ , где  $\tau = \frac{L(r_1 + r_2)}{r_1 r_2}$  есть постоянная времени, а  $A$  — постоянная интегрирования. Последняя определяется из следующих начальных условий: при  $t = 0$

$$(i_3)_{t=0} = 0 = i_{3\text{пр}} + A,$$

откуда

$$A = -i_{3\text{пр}} = -\frac{U}{r_1}.$$

Таким образом, окончательное значение тока  $i_3$  получается равным

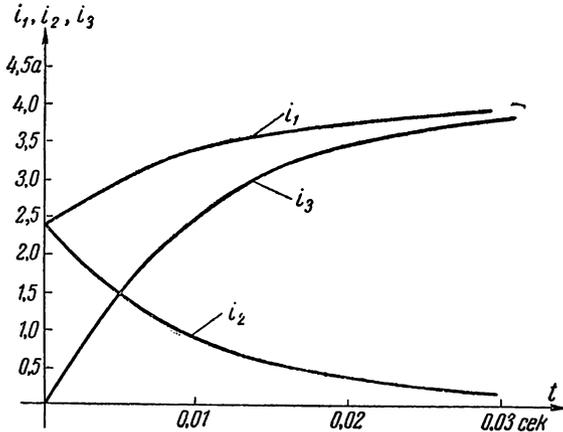
$$i_3 = \frac{U}{r_1} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Для определения тока  $i_2$  воспользуемся уравнением

$$r_2 i_2 = L_3 \frac{di_3}{dt},$$

откуда

$$i_2 = \frac{L_3}{r_2} \frac{di_3}{dt}$$



Фиг. 16,176

или после дифференцирования выражения, определяющего ток  $i_3$ , получим

$$i_2 = \frac{U}{r_1 + r_2} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Ток

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{U}{r_1} \left( 1 - \frac{r_2}{r_1 + r_2} e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

После подстановки числовых значений получим выражения для токов в следующем виде:

$$i_1 = 4 \left( 1 - 0,4 e^{-\frac{t}{0,01}} \right) a,$$

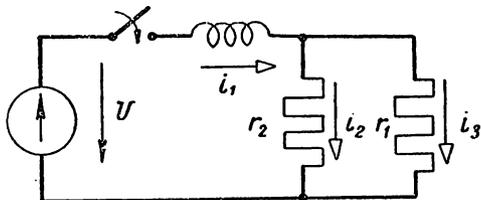
$$i_2 = 2,4 e^{-\frac{t}{0,01}} a \text{ и } i_3 = 4 \left( 1 - e^{-\frac{t}{0,01}} \right) a.$$

По этим уравнениям построены на фиг. 16,176 кривые изменения токов.

16,18. Изменится ли постоянная времени  $\tau$  в условиях предыдущей задачи (16,17), если в схеме фиг. 16,17а поменять местами индуктивность  $L_3$  и сопротивление  $r_1$  (фиг. 16,18)?

Указание и ответ.

Постоянная времени для свободных токов во всех ветвях останется такой же, как в схеме фиг. 16,17а. Для доказательства этого положения следует составить уравнения на основании законов Кирхгофа для схемы фиг. 16,18. В результате совместного решения полученных уравнений можно найти значение постоянной времени для тока любой ветви, равное



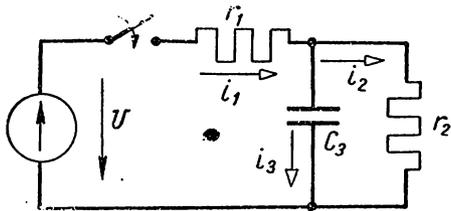
Фиг. 16,18

$$\tau = \frac{L_3 (r_1 + r_2)}{r_1 r_2}.$$

Реальные токи в ветвях будут, конечно, определяться другими уравнениями.

16,19. В условиях задач 16,17 и 16,18 найти значения э. д. с. самоиндукции в начальный момент (момент включения). Ответ.

В схеме, показанной на фиг. 16,17а,  $(e_L)_{t=0} = 48$  в, а в схеме на фиг. 16,18  $(e_L)_{t=0} = 120$  в.



Фиг. 16,20

16,20. Параметры цепи, показанной на фиг. 16,20, равны:  $C_3 = 100$  мкф,  $r_1 = 20$  ом и  $r_2 = 30$  ом.

Найти закон изменения токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$  в зависимости от времени, если указанная схема включается на постоянное напряжение  $U = 220$  в.

Решение.

На основании законов Кирхгофа напишем для рассматриваемой цепи следующие уравнения:

$$U = r_1 i_1 + r_2 i_2, \quad r_2 i_2 = \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad \text{и} \quad i_1 = i_2 + i_3.$$

В результате совместного решения этих уравнений с тремя неизвестными токами получим одно уравнение с одним неизвестным — например током  $i_2$  — в следующем виде:

$$U = (r_1 + r_2) i_2 + r_1 r_2 C_3 \frac{di_2}{dt}.$$

В соответствии с решением этого уравнения представим ток  $i_2$  в виде суммы двух составляющих, т. е.  $i_2 = i_{2\text{нр}} + i_{2\text{св}}$ . Принужденная составляющая тока, очевидно, будет равна

$$i_{2\text{нр}} = \frac{U}{r_1 + r_2}.$$

Свободная составляющая того же тока определяется выражением

$$i_{2\text{св}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}},$$

где  $\tau = C_3 \frac{r_2 r_1}{r_1 + r_2}$ , а  $A$  — постоянная интегрирования.

Последняя определяется из следующих начальных условий: при  $t=0$ ,  $(u_C)_{t=0} = 0$  и из уравнения  $r_2 (i_2)_{t=0} = (u_C)_{t=0} = 0$  имеем ток  $(i_2)_{t=0} = 0$ .

Таким образом, постоянная  $A = -i_{2\text{нр}} = -\frac{U}{r_1 + r_2}$ .

Окончательное выражение для тока во второй ветви

$$i_2 = \frac{U}{r_1 + r_2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

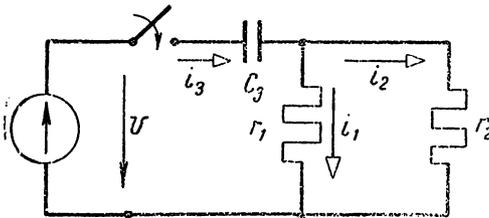
Ток  $i_3$  в ветви с емкостью  $C_3$  равен

$$i_3 = C_3 r_2 \frac{di_2}{dt} = \frac{U}{r_1} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Наконец, ток  $i_1 = i_2 + i_3 = \frac{U}{r_1 + r_2} \left( 1 + \frac{r_2}{r_1} e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ .

Подставляя в полученные выражения для токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$  числовые значения величин, имеем

$$i_1 = 4,4 \left( 1 + 1,5 e^{-\frac{t}{0,0012}} \right) \text{ а, } i_2 = 4,4 \left( 1 - e^{-\frac{t}{0,0012}} \right) \text{ а, } \text{ и } i_3 = 11 e^{-\frac{t}{0,0012}} \text{ а.}$$



Фиг. 16,21

16,21. Изменится ли постоянная времени в условиях предыдущей задачи (16,20), если емкость  $C_3$  и сопротивление  $r_1$  в схеме фиг. 16,20 поменять местами (фиг. 16,21)?

Ответ.

В обеих схемах постоянные времени для свободных составляющих токов во всех ветвях будут равны друг другу.

16,22. До какого напряжения надо предварительно зарядить конденсаторы в схемах фиг. 16,20 и 16,21, чтобы в этих цепях при включении на 220 в наступил сразу установившийся режим?

Ответ.

В схеме фиг. 16,20 конденсатор должен быть предварительно заряжен до напряжения  $U_{C_3} = 132$  в, а в схеме фиг. 16,21 — до напряжения  $U_{C_3} = 220$  в.

16,23\*. Определить начальные ( $t = 0$ ) и установившиеся ( $t = \infty$ ) значения токов во всех ветвях схемы фиг. 16,23, если  $r_1 = r_2 = r_3 = 20$  ом,  $C_3 = 100$  мкф,  $L_2 = 0,1$  гн и  $U = 120$  в. Кроме того, найти напряжения на индуктивности  $L_2$  при  $t = 0$  и на конденсаторе при  $t = \infty$ .

Решение.

На основании закона Кирхгофа для этой схемы имеем следующие уравнения:

$$U = r_1 i_1 + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}, \quad U = r_1 i_1 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + r_3 i_3$$

и

$$i_1 = i_2 + i_3.$$

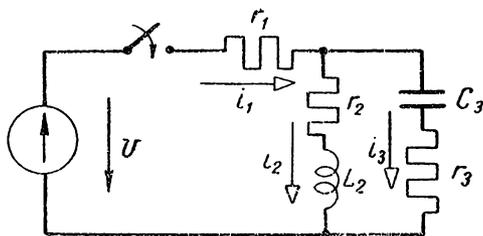
Основными физическими начальными условиями для этой цепи являются:

а) при  $t = 0$ ,  $(i_2)_{t=0} = 0$  и

б) при  $t = 0$ ,  $(U_{C_3})_{t=0} = 0$ .

Из уравнений  $U = r_1 i_1 + u_{C_3} + r_3 i_3$  и  $i_1 = i_2 + i_3$  имеем

$$(i_1)_{t=0} = (i_3)_{t=0} = \\ = \frac{U}{r_1 + r_3} = \frac{120}{40} = 3 \text{ а.}$$



Фиг. 16,23

Для определения напряжения на индуктивности в начальный момент воспользуемся уравнением

$$U = r_1 i_1 + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt},$$

откуда при  $t = 0$  имеем

$$L_2 \left( \frac{di_2}{dt} \right)_{t=0} = U - r_1 (i_1)_{t=0} = U - \frac{U r_1}{r_1 + r_3} = U \frac{r_3}{r_1 + r_3} = 120 \frac{20}{40} = 60 \text{ в.}$$

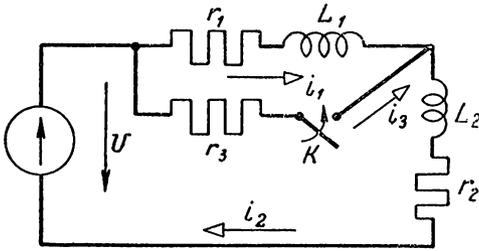
При установившемся режиме ток в ветви с емкостью будет равен нулю, следовательно,

$$(i_1)_{t=\infty} = (i_2)_{t=\infty} = \frac{U}{r_1 + r_2} = \frac{120}{40} = 3 \text{ а,}$$

а напряжение на конденсаторе  $(U_{C_3})_{t=\infty} = (i_2)_{t=\infty} r_2 = 3 \cdot 20 = 60$  в.

Из приведенного решения непосредственно следует, что числовые значения токов в ветвях при  $t=0$  и  $t=\infty$  и напряжение на индуктивности при  $t=0$  и напряжение на емкости при  $t=\infty$  определяются приложенным напряжением  $U$  и сопротивлениями ветвей и совершенно не зависят от числовых значений индуктивности  $L_2$  и емкости  $C_3$ .

16,24\*. В схеме, показанной на фиг. 16,24, определить начальные и установившиеся значения токов во всех ветвях при замыкании рубильника  $K$ , а также начальные значения напряжений на индуктивностях  $L_1$  и  $L_2$ , если  $U = 120$  в,  $r_1 = r_3 = 20$  ом,  $r_2 = 40$  ом,  $L_1 = L_2 = 0,5$  гн.



Фиг. 16,24

Решение.  
Пользуясь законами Кирхгофа, напишем для этой схемы следующие уравнения:

$$U = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt},$$

$$r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = r_3 i_3 \quad \text{и} \quad i_2 = i_3 + i_1.$$

В ветвях с индуктивностями токи  $i_1$  и  $i_2$  не могут измениться скачком, поэтому  $(i_1)_{t=0} = (i_2)_{t=0} = \frac{U}{r_1 + r_2} = \frac{120}{20 + 40} = 2$  а, а ток  $(i_3)_{t=0} = 0$ .

Следовательно,  $L_1 \left(\frac{di_1}{dt}\right)_{t=0} = -r_1 (i_1)_{t=0} = -40$  в.

Напряжение на индуктивности  $L_2$  определяется из уравнения

$$L_2 \left(\frac{di_2}{dt}\right)_{t=0} = U - r_1 (i_1)_{t=0} - L_1 \left(\frac{di_1}{dt}\right)_{t=0} - r_2 (i_2)_{t=0} = \\ = 120 - 20 \cdot 2 + 40 - 40 \cdot 2 = 40 \text{ в.}$$

Токи в ветвях при установившемся режиме равны

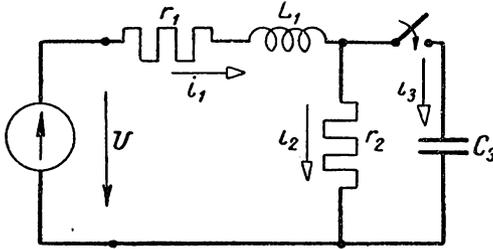
$$i_2 = \frac{U}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}} = \frac{120}{40 + 10} = 2,4 \text{ а, а } i_1 = i_3 = 1,2 \text{ а.}$$

16,25\*. Параметры схемы, показанной на фиг. 16,25, равны:  $r_1 = r_2 = 30$  ом,  $L_1 = 0,5$  гн и  $C_3 = 50$  мкф.

Определить начальные и установившиеся токи во всех ветвях, если  $U = 120$  в. Кроме того, найти значение напряжения на индуктивности  $L_1$  в начальный момент и напряжение на конденсаторе при  $t = \infty$ .

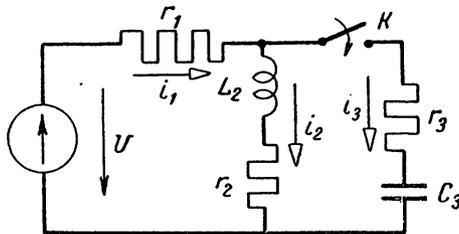
Ответ.

$$\begin{aligned} (i_1)_{t=0} &= (i_3)_{t=0} = 2 \text{ а}; & (i_2)_{t=0} &= 0; \\ (i_1)_{t=\infty} &= (i_2)_{t=\infty} = 2 \text{ а}; & L_1 \left( \frac{di_1}{dt} \right)_{t=0} &= 60 \text{ в}; \\ (U_{C_3})_{t=\infty} &= 60 \text{ в}. \end{aligned}$$



Фиг. 16,25

16,26\*. Определить начальные и установившиеся значения токов во всех ветвях схемы фиг. 16,26, если  $U = 120 \text{ в}$ ,  $r_1 = 40 \text{ ом}$ ,  $r_2 = r_3 = 20 \text{ ом}$ ,  $L_2 = 0,5 \text{ гн}$  и  $C_3 = 100 \text{ мкф}$ . Кроме того, найти напряжение на индуктивности при  $t=0$  и напряжение на емкости  $C_3$  при  $t=\infty$ .



Фиг. 16,26

Ответ.

$$\begin{aligned} (i_1)_{t=0} &\approx 2,67 \text{ а}; & (i_2)_{t=0} &= 2 \text{ а}; & (i_3)_{t=0} &\approx 0,67 \text{ а}; \\ (i_1)_{t=\infty} &= (i_2)_{t=\infty} = 2 \text{ а}; & L_2 \left( \frac{di_2}{dt} \right)_{t=0} &= -26,7 \text{ в}; \\ (U_{C_3})_{t=\infty} &= 40 \text{ в}. \end{aligned}$$

## 17. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПРИВОД

17.1. Определить мощность трехфазного асинхронного двигателя, который необходим для подъема груза  $G = 2 \text{ т}$  со скоростью  $v = 0,45 \text{ м/сек}$  при работе двигателя через червячную передачу с к. п. д.  $\eta = 0,70$ . Вал червяка делает 700 об/мин.

Решение.

Мощность для подъема груза со скоростью  $v$  определяется по формуле

$$P = \frac{Gv}{102 \cdot \eta} = \frac{2000 \cdot 0,45}{102 \cdot 0,7} = 12,6 \text{ кВт.}$$

Выбираем ближайший по стандарту двигатель  $P_{\text{н}} = 14 \text{ кВт}$ ,  $n_{\text{н}} = 725 \text{ об/мин}$ .

17.2. Найти мощность, необходимую для подъема лифта с грузом  $G = 1,5 \text{ т}$  со скоростью  $v = 0,25 \text{ м/сек}$  при собственном весе кабины лифта  $G_0 = 1,5 \text{ т}$  для двух случаев: лифт работает а) с противовесом  $G_1 = 2 \text{ т}$  и б) без противовеса. Коэффициент полезного действия подъемного механизма (лебедки и системы направляющих)  $\eta = 0,50$ .

Ответ.

а) Без противовеса  $P = 14,7 \text{ кВт}$ .

б) С противовесом  $P = 4,9 \text{ кВт}$ .

17.3. Для вентилятора требуется подобрать асинхронный двигатель. При скорости вращения вентилятора  $n_{\text{н}} = 220 \text{ об/мин}$  вращающий момент равен  $M_{\text{в}} = 0,8 \text{ кгм}$ . Зависимость момента вентилятора от скорости вращения выражается следующим уравнением:

$$M_{\text{в}2} = M_{\text{в}1} \left( \frac{n_{\text{в}2}}{n_{\text{в}1}} \right)^2.$$

Номинальная скорость вращения вентилятора  $n_{\text{н}} = 1430 \text{ об/мин}$ .

Решение.

Найдем момент, необходимый для вращения вентилятора со скоростью  $n_{II} = 1430$  об/мин, по формуле

$$M_{n_{II}} = M_v \left( \frac{n_{II}}{n_n} \right)^2 = 0,8 \left( \frac{1430}{220} \right)^2 = 33,8 \text{ кгм.}$$

Мощность на валу двигателя должна быть равна

$$P = 1,028 M_{n_{II}} n_{II} = 1,028 \cdot 33,8 \cdot 1430 = 49\,700 \text{ вт} = 49,7 \text{ квт.}$$

Выбираем двигатель с такими данными:

$$P_{II} = 53 \text{ квт, } n_{II} = 1430 \text{ об/мин, и } U_{II} = 220/380 \text{ в.}$$

17,4. Станок должен приводиться во вращение двигателем постоянного тока с параллельным возбуждением. Напряжение сети 220 в. Режим работы станка задается графиком, показанным на фиг. 17,4 а.

Требуется выбрать мощность двигателя по условиям нагрева. Построить график изменения тока в цепи якоря в зависимости от времени, если средний к. п. д. двигателя  $\eta = 0,85$ .

Решение.

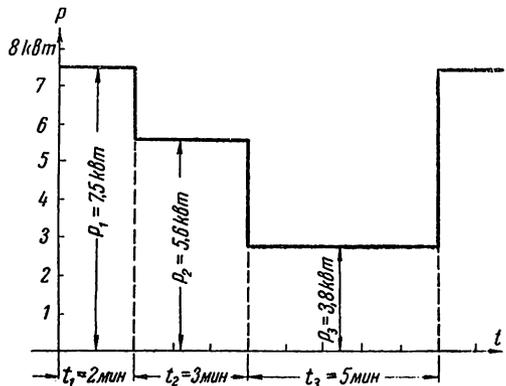
Вследствие изменения нагрузки изменяется вращающий момент и ток в якоре двигателя. Изменением скорости вращения пренебрегаем. При неизменном потоке возбуждения и переменной нагрузке потери в обмотке якоря будут изменяться пропорционально квадрату тока якоря. Для определения мощности двигателя необходимо найти ее среднее квадратическое значение, равное неизменной величине и определяющее некоторый эквивалентный ток в якоре. Этот ток должен выделять такое же количество тепла, какое выделяет действительный ток за то же самое время.

В нашем случае среднее квадратическое значение мощности определяется по формуле

$$P_9 = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}} = \sqrt{\frac{7,5^2 \cdot 2 + 5,6^2 \cdot 3 + 3,8^2 \cdot 5}{2 + 3 + 5}} = 5,27 \text{ квт.}$$

Выбираем двигатель мощностью  $P_{II} = 5,8 \text{ квт, } n_{II} = 800 \text{ об/мин.}$

Для построения графика изменения тока в якоре в зависимости от времени определим ток и мощность, потребляемые двигателем из сети за соответствующие промежутки времени.



Фиг. 17,4а

За время  $t_1 = 2$  мин. мощность

$$P'_1 = \frac{P_1}{\eta} = \frac{7,5}{0,85} = 8,83 \text{ квт},$$

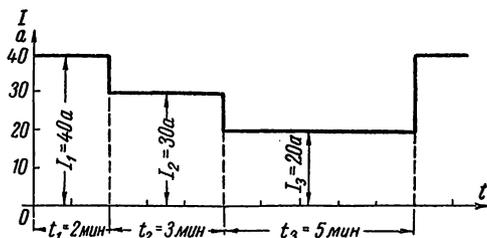
а ток

$$I_1 = \frac{P'_1}{U_{\text{н}}} = \frac{8830}{220} = 40 \text{ а};$$

за время  $t_2 = 3$  мин.

$$P'_2 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{5,6}{0,85} = 6,6 \text{ квт}$$

и



Фиг. 17,4б

$$I_2 = \frac{P'_2}{U_{\text{н}}} = \frac{6600}{220} = 30 \text{ а};$$

за время  $t_3 = 5$  мин. мощность

$$P'_3 = \frac{P_3}{\eta} = \frac{3,8}{0,85} = 4,47 \text{ квт}$$

$$\text{и ток } I_3 = \frac{P'_3}{U_{\text{н}}} = \frac{4470}{220} = 20 \text{ а}.$$

По полученным значениям построен на фиг. 17,4б

график изменения тока в якоре в зависимости от времени, повторяющий собой график изменения мощности (фиг. 17,4а).

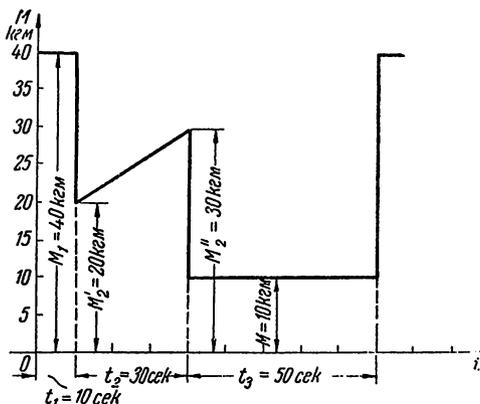
17,5. Найти мощность и выбрать тип двигателя из условий его перегрузки для привода механизма, работающего по диаграмме моментов, показанной на фиг. 17,5. Напряжение сети 220 в.

В соответствии с требованиями механизма скорость вращения якоря двигателя должна быть постоянной и равной  $n_{\text{н}} = 730$  об/мин.

Определить среднее значение к. п. д. двигателя, если среднее квадратичное значение тока двигателя  $I_9 = 83,7$  а.

Решение.

Средний квадратичный момент определяется по формуле



Фиг. 17,5

$$M_9 = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + (M_2^2 + M_2'^2 + M_2'' M_2') \frac{1}{3} t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}}$$

После подстановки в это выражение числовых значений получим

$$M_3 = \sqrt{\frac{40^2 \cdot 10 + (20^2 + 30^2 + 20 \cdot 30) \frac{1}{3} 30 + 10^2 \cdot 50}{10 + 30 + 50}} = 21,1 \text{ кгм.}$$

Средняя квадратичная мощность при  $n_n = 730$  об/мин.

$$P_3 = \frac{M_3 n_n}{975} = \frac{21,1 \cdot 730}{975} = 15,8 \text{ квт.}$$

Выберем двигатель из условий его перегрузки.

Для продолжительной нагрузки двигатель должен развивать перегрузочный момент не менее 1,6 номинального.

Следовательно, в нашем случае номинальный вращающий момент должен быть равен

$$M_n = \frac{M_1}{1,6} = \frac{40}{1,6} = 25 \text{ кгм.}$$

Мощность двигателя будет равна

$$P_1 = \frac{M_n \cdot n_n}{975} = \frac{25 \cdot 730}{975} = 18,7 \text{ квт.}$$

Выбираем двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением мощностью  $P_n = 19$  квт,  $n_n = 730$  об/мин. Так как средний квадратичный ток якоря двигателя  $I_3 = 83,7$  а, то потребляемая двигателем мощность, очевидно, будет равна

$$P = 220 \cdot 83,7 = 18,4 \text{ квт.}$$

К. п. д. двигателя будет равен

$$\eta = \frac{P_3}{P_1} = \frac{15,8}{18,4} \approx 0,86.$$

17,6.. Определить скорость вращения якоря двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением при холостом ходе, если напряжение  $U_n = 220$  в,  $I_n = 153$  а,  $n_n = 1000$  об/мин и  $r_n = 0,11$  ом.

Реакцией якоря и током холостого хода пренебрегаем.

Решение.

При холостом ходе можно принять э. д. с. в обмотке якоря равной приложенному напряжению (идеальный холостой ход), т. е.  $E_0 = U_n$ .

Так как э. д. с. якоря при неизменном потоке пропорциональна скорости вращения, то можно написать соотношение  $\frac{E_0}{n_0} = \frac{E}{n_n}$ , откуда искомая скорость вращения якоря  $n_0 = n_n \frac{E_0}{E}$ .

Э. д. с. в обмотке якоря при нагрузке, очевидно, равняется  $E = U_{\text{н}} - r_{\text{я}} I_{\text{н}}$  и

$$n_0 = n_{\text{н}} \frac{U_{\text{н}}}{U_{\text{н}} - r_{\text{я}} I_{\text{н}}} = 1000 \frac{220}{220 - 153 \cdot 0,11} = 1085 \text{ об/мин.}$$

17,7. Двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением имеет следующие данные:  $P_{\text{н}} = 12 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$ ,  $I_{\text{н}} = 61 \text{ а}$ ,  $r_{\text{я}} = 0,26 \text{ ом}$ .

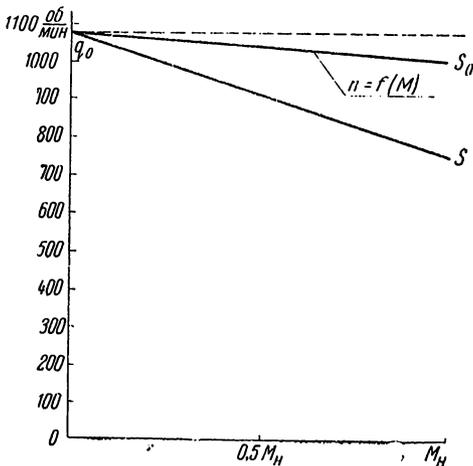
Скорость вращения якоря при идеальном холостом ходе  $n_0 = 817 \text{ об/мин}$ .

Определить скорость вращения якоря двигателя при номинальном вращающем моменте. Кроме того, найти вращающий момент и ток в якоре, если в цепь обмотки якоря включить добавочное сопротивление  $r_{\text{д}} = 0,54 \text{ ом}$ , при этом скорость вращения якоря  $n = 700 \text{ об/мин}$ .

Ответ.

$$n_{\text{н}} = 760 \text{ об/мин}; \quad M = 0,655 M_{\text{н}}; \quad I = 40 \text{ а.}$$

17,8. Построить естественную механическую характеристику для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением задачи 17,6. Реакцией якоря пренебрегаем.



Фиг. 17,8

Решение.

Из задачи 17,6 скорость вращения якоря двигателя для идеального холостого хода  $n_0 = 1085 \text{ об/мин}$ .

Так как реакцией якоря пренебрегаем, то можно принять поток  $\Phi = \text{пост.}$ ; поэтому вращающий момент будет пропорционален току якоря, т. е.

$$M = kI.$$

Так как ток  $I = \frac{U - E}{r_{\text{я}}}$

то

$$M = k \frac{U - E}{r_{\text{я}}}.$$

В свою очередь противоэлектродвижущая сила обмотки якоря  $E = cn\Phi$ , а напряжение на зажимах двигателя  $U_{\text{н}} = cn_0\Phi$ .

Таким образом, вращающий момент двигателя

$$M = k \frac{cn_0\Phi - cn\Phi}{r_{\text{я}}} = A - Bn,$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные, зависящие от параметров двигателя и сопротивления обмотки якоря и равные

$$A = \frac{k \cdot c \cdot n_0 \cdot \Phi}{r_{\text{я}}} \quad \text{и} \quad B = \frac{k c \Phi}{r_{\text{я}}}.$$

Из уравнения  $M = A - Bn$  видно, что механическая характеристика двигателя с параллельным возбуждением является прямой линией.

Отложим на оси ординат (фиг. 17,8) для точки  $M = 0$  скорость вращения  $n = n_0 = 1085$  об/мин. и для  $M = M_{\text{н}}$   $n = 1000$  об/мин. Через эти две точки проведем прямую  $q_0 S_0$ . Эта прямая и называется естественной механической характеристикой двигателя, так как она построена для случая, когда в цепи якоря отсутствует добавочное сопротивление.

Отметим, что зависимость скорости вращения якоря двигателя от тока в якоря выражается аналогичной кривой, так как вращающий момент двигателя пропорционален току в якоря, если не учитывать реакции якоря.

**17.9.** Для двигателя предыдущей задачи (17,8) определить значения постоянных  $A$  и  $B$ .

Решение.

При  $n = n_0$  момент  $M = 0$ , а при  $n = n_{\text{н}}$  момент  $M = M_{\text{н}}$ . Тогда из уравнений  $0 = A - Bn_0$  и  $M_{\text{н}} = A - Bn_{\text{н}}$  имеем

$$B = \frac{M_{\text{н}}}{n_0 - n_{\text{н}}} \quad \text{и} \quad A = M_{\text{н}} \frac{n_0}{n_0 - n_{\text{н}}}.$$

Номинальный момент вращения в килограммометрах равен

$$M_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}}}{\omega \cdot 9,81} = \frac{P_{\text{н}} \cdot 60}{2\pi \cdot n \cdot 9,81} = 0,975 \frac{P_{\text{н}}}{n_{\text{н}}} = 0,975 \frac{30 \cdot 10^3}{10^3} = 29,2 \text{ кгм.}$$

Таким образом,

$$B = \frac{29,2}{1085 - 1000} = 0,344$$

и

$$A = 29,2 \frac{1085}{85} = 373.$$

**17.10.** Построить механическую характеристику двигателя, данные которого приведены в задаче 17,8, если в цепь якоря двигателя включено добавочное сопротивление  $r_{\text{д}} = 0,39$  ом.

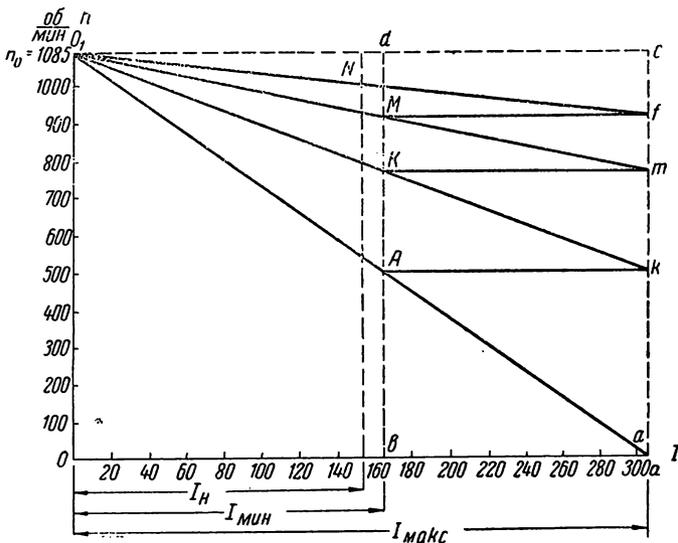
Ответ.

$n_0 = 1085$  об/мин; для номинального вращающего момента скорость вращения  $n = 749$  об/мин. На основании этих значений построена на фиг. 17,8 прямая  $q_0 S$ , представляющая собой механическую характеристику двигателя с добавочным сопротивлением в цепи якоря.

17,11. Для двигателя, данные которого приведены в задаче 17,6, определить графически число ступеней пускового реостата и сопротивления отдельных ступеней при условии колебания пускового тока от  $I_{\max} = 2 I_{\text{н}} = 306 \text{ а}$  до  $I_{\min} = 165 \text{ а}$ .

Решение.

По двум точкам:  $n_0 = 1085 \text{ об/мин}$  при  $I = 0$  и  $n_{\text{н}} = 1000 \text{ об/мин}$  при  $I = I_{\text{н}} = 153 \text{ а}$  (точка  $N$ ), строим естественную механическую характеристику (фиг. 17,11).



Фиг. 17,11

После этого строим первую пусковую характеристику по точкам:  $n_0 = 1085 \text{ об/мин}$  при  $I = 0$  и  $n = 0$  при  $I_{\max} = 306 \text{ а}$ . Через точки  $b$  и  $a$ , определяющие принятые границы пускового тока, проведем две прямые  $ac$  и  $bd$ , параллельные оси ординат, до пересечения с горизонтальной прямой  $a_1c$ .

Полное сопротивление цепи якоря при пуске двигателя определяется в некотором масштабе отрезком  $ac$ . Масштаб сопротивления находится из следующих соотношений. При напряжении на зажимах двигателя  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$  и токе в якоре  $I_{\max} = 306 \text{ а}$  для неподвижного якоря (противоэлектродвижущая сила в обмотке якоря равна нулю) сопротивление его цепи

$$r = \frac{U_{\text{н}}}{I_{\max}} = \frac{220}{306} = 0,72 \text{ ом}$$

и масштаб сопротивления будет равен

$$m_r = \frac{r}{ac} = \frac{0,72 \text{ ом}}{5,4 \text{ см}} = 0,133 \text{ ом/см.}$$

После включения двигателя на напряжение  $U_{\text{н}} = 220 \text{ в}$  увеличение скорости вращения якоря происходит по характеристике  $\omega\omega_1$  до точки  $A$ . В этой точке должна быть выключена первая секция пускового реостата, так как нижний предел тока ограничивается величиной  $I_{\text{мин}} = 163 \text{ а}$ . В момент выключения первой секции реостата ток  $I_{\text{мин}}$  почти мгновенно возрастает до величины  $I_{\text{макс}}$ , что характеризуется на фиг. 17,11 прямой  $Ak$ . Дальнейшее увеличение скорости вращения якоря происходит по кривой  $ko_1$  до точки  $K$  и т. д. После перехода из точки  $M$  в точку  $f$  работа двигателя будет определяться его естественной механической характеристикой, при этом нормальный режим двигателя определяется точкой  $N$ , в которой скорость вращения равна номинальному значению  $n_{\text{н}} = 1000 \text{ об/мин}$  и ток  $I_{\text{н}} = 153 \text{ а}$ .

Таким образом, отрезки  $ak$ ,  $km$  и  $mf$  определяют сопротивления трех секций пускового реостата. Численные значения этих сопротивлений равняются:

$$r_3 = m_r \cdot ak = 0,133 \cdot 2,5 = 0,33 \text{ ом,}$$

$$r_2 = m_r \cdot km = 0,133 \cdot 1,35 = 0,180 \text{ ом,}$$

$$r_1 = m_r \cdot mf = 0,123 \cdot 0,75 = 0,10 \text{ ом.}$$

Отрезок  $fc$  в том же масштабе определяет величину внутреннего сопротивления якоря  $r_{\text{я}} = 0,11 \text{ ом}$ .

Необходимо отметить, что при переходе из последней точки  $M$  на естественную характеристику точка  $f$  прямой  $Mf$  может оказаться выше или ниже начала естественной характеристики. В этом случае надо изменить нижний предел пускового тока в соответствующую сторону и все построения повторить с самого начала.

**17,12.** Двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением имеет следующие номинальные данные:  $P_{\text{н}} = 13 \text{ квт}$ ,  $U_{\text{н}} = 110 \text{ в}$ ,  $I_{\text{н}} = 137 \text{ а}$ ,  $n_{\text{н}} = 680 \text{ об/мин}$ . Сопротивление обмотки якоря  $r_{\text{я}} = 0,08 \text{ ом}$ .

Определить скорость вращения якоря двигателя при идеальном холостом ходе.

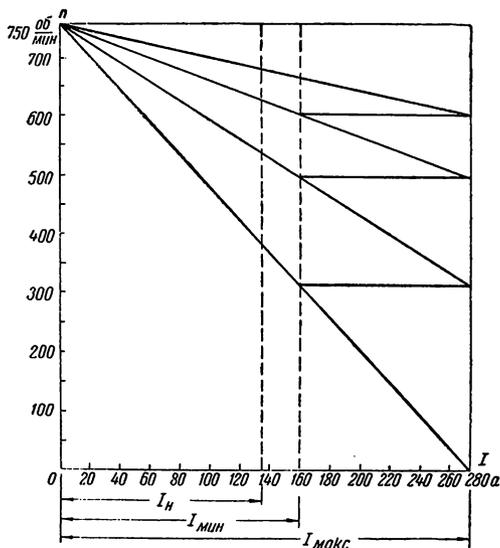
О т в е т.  $n_0 = 756 \text{ об/мин}$ .

**17,13.** В условиях предыдущей задачи (17,12) определить число ступеней пускового реостата и величины сопротивлений отдельных секций, если пределы изменения пускового тока равны:

$$I_{\text{мин}} = 160 \text{ а} \text{ и } I_{\text{макс}} = 2I_{\text{н}} = 274 \text{ а.}$$

Ответ.

На фиг. 17,13 показано графическое построение, откуда число ступеней реостата получается равным трем. Величины сопротивлений отдельных секций равны:  $r_3 = 0,17 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 0,085 \text{ ом}$  и  $r_1 = 0,06 \text{ ом}$ .



Фиг. 17,13

17,14. Естественная механическая характеристика двигателя с последовательным возбуждением задана таблицей.

$I, \text{ а}$	32	38,4	51,2	64	76,8	88,5	115	128	141
$n, \text{ об/мин}$	1070	967	838	756	711	672	612	590	575

Двигатель имеет следующие данные:  $P_n = 12 \text{ квт}$ ,  $U_n = 220 \text{ в}$ ,  $I_n = 64 \text{ а}$ , сопротивление якоря  $r_a = 0,25 \text{ ом}$ .

Найти зависимость скорости вращения якоря от величины сопротивления последовательно включенного в цепь якоря при  $M = \text{пост.}$  и построить искусственную механическую характеристику двигателя с дополнительным сопротивлением в цепи якоря  $r_d = 1 \text{ ом}$ .

Решение.

Напряжение на зажимах двигателя:

$$U_n = E + (r_d + r_a) I.$$

В свою очередь противоэлектродвижущая сила  $E$  пропорциональна магнитному потоку  $\Phi$  и скорости вращения  $n$ , т. е.

$$E = \alpha \Phi n,$$

где  $\alpha$  — некоторая постоянная двигателя.

После подстановки получаем

$$\alpha \Phi n = U_{\text{н}} - (r_{\text{д}} + r_{\text{я}}) I,$$

откуда

$$n = \frac{U_{\text{н}}}{\alpha \Phi} - \frac{I}{\alpha \Phi} r,$$

где

$$r = r_{\text{д}} + r_{\text{я}}.$$

При постоянном моменте двигателя, т. е. при неизменном токе, величина магнитного потока также остается постоянной; таким образом величины

$$\frac{U_{\text{н}}}{\alpha \Phi} = A \quad \text{и} \quad \frac{I}{\alpha \Phi} = B$$

не зависят от сопротивления  $r$ .

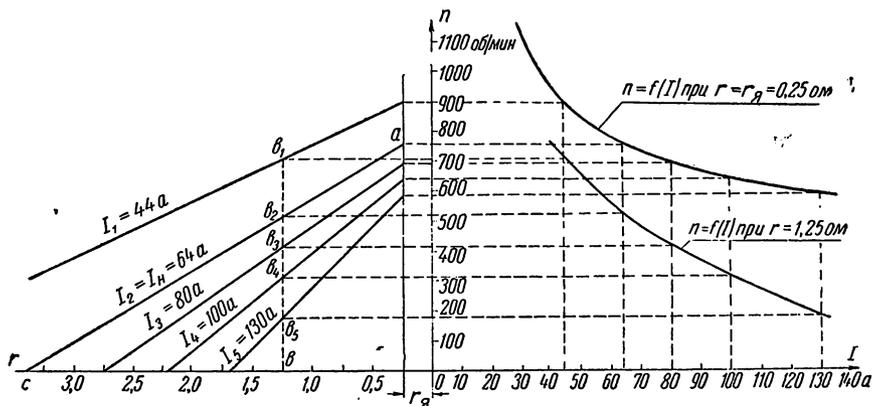
Поэтому скорость вращения якоря двигателя

$$n = A - Br$$

изменяется в зависимости от  $r$  по линейному закону.

Для построения искусственной характеристики двигателя необходимо предварительно построить характеристики  $n = f(r)$  для различных значений тока двигателя.

На фиг. 17,14 в первом квадранте построена по данным таблицы, приведенной в условии задачи, естественная характеристика



Фиг. 17,14

двигателя  $n = f(I)$  при  $r = r_{\text{я}} = 0,25 \text{ ом}$ . Чтобы построить одну из характеристик  $n = f(r)$  при  $I = \text{пост.}$ , продолжим ось абсцисс влево относительно начала координат и будем откладывать на этой оси сопротивление  $r$ . Зададимся некоторым, например номи-

нальным, значением тока  $I$  и для него на естественной характеристике найдем скорость вращения  $n_{II} = 756$  об/мин. Сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,25$  ом отложим на оси  $r$ . Таким путем мы найдем одну точку  $a$  характеристики  $n = f(r)$ .

Вторая точка  $c$  этой характеристики определяется для неподвижного якоря ( $n = 0$ ), когда при напряжении на зажимах двигателя  $U_{II} = 220$  в ток в якоре  $I = I_{II} = 64$  а, откуда  $r = \frac{U_{II}}{I_{II}} = \frac{220}{64} = 3,44$  ом.

Через эти две точки проведем прямую  $ac$ , характеризующую зависимость скорости вращения якоря двигателя от сопротивления  $r$  при токе  $I_{II} = 64$  а.

Аналогичным путем построим характеристики  $n = f(r)$  для других значений тока  $I$ .

Для построения искусственной механической характеристики двигателя при  $r_{д} = 1$  ом отложим величину сопротивления  $r = r_{д} + r_{я} = 1 + 0,25 = 1,25$  в виде отрезка  $ob$  (фиг. 17,14) и из точки  $b$  проведем прямую параллельную оси ординат до пересечения с семейством кривых  $n = f(r)$ . Отрезки  $bb_1$ ,  $bb_2$  и т. д., очевидно, определяют скорость вращения якоря для соответствующих значений тока при постоянном сопротивлении цепи якоря.

Откладывая значения этих скоростей в осях координат правого квадранта, получим искомую характеристику  $n = f(I)$  при  $r_{д} = 1$  ом.

**17,15.** В условиях предыдущей задачи построить искусственные механические характеристики двигателя для сопротивлений  $r'_{д} = 0,75$  ом и  $r''_{д} = 1,75$  ом.

Указание.

Для построения искомых характеристик можно воспользоваться фиг. 17,14.

**17,16.** В условиях задачи 17,14 определить число ступеней пускового реостата и величины сопротивлений его секций, если пределы изменения пускового тока двигателя равны  $I_{мин} = 91$  а и  $I_{макс} = 141$  а.

Решение.

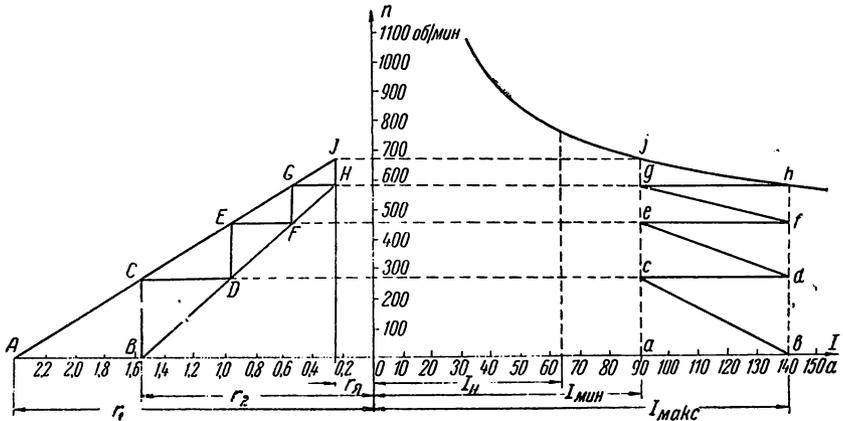
По данным таблицы, приведенной в условии задачи, строим естественную механическую характеристику двигателя в первом квадранте на фиг. 17,16.

Во втором квадранте строим характеристики  $n = f(r)$  для двух значений пускового тока  $I_{мин} = \text{пост.}$  и  $I_{макс} = \text{пост.}$ ; при этом отрезки  $OA$  и  $OB$  отложены соответственно равными в некотором масштабе величинам сопротивлений  $r_1 = \frac{U_{II}}{I_{мин}} = \frac{220}{91} = 2,42$  ом

и  $r_2 = \frac{U_{II}}{I_{макс}} = \frac{220}{141} = 1,56$  ом.

При неподвижном якоре (точка  $B$ ) ток  $I_{\max}$  ограничивается только сопротивлением  $r_2$ , которое является полным сопротивлением цепи якоря двигателя при его пуске.

Проведем прямую  $BC$  параллельную оси ординат до пересечения со второй характеристикой  $n = f(r)$ . Отрезок  $BC$  определяет скорость вращения якоря, при которой ток в двигателе, уменьшаясь с увеличением скорости (растет противоэлектродвижущая сила), становится равным  $I_{\min}$ . При этой скорости необходимо уменьшить сопротивление цепи, так как при дальнейшем



Фиг. 17,16

увеличении скорости ток станет меньше принятого тока переключения. Отрезок  $CD$  определяет величину сопротивления, на которую надо уменьшить сопротивление цепи, чтобы получить при данной скорости ток в цепи якоря равным  $I_{\max}$ . Аналогичными построениями устанавливаем, что отрезки  $EF$  и  $GH$  определяют сопротивление двух последующих ступеней реостата.

Таким образом, в нашем случае получаются три ступени реостата, при этом величины сопротивлений отдельных секций будут равны:  $r_{3д} = 0,6 \text{ ом}$ ,  $r_{2д} = 0,41 \text{ ом}$  и  $r_{1д} = 0,3 \text{ ом}$ .

Если при переходе с последней ступени мы не попадаем на естественную характеристику (точка  $H$  — второй квадрант и точка  $h$  — первый), то следует изменить нижний или верхний предел пускового тока в зависимости от условий пуска двигателя и все построения повторить вновь.

На фиг. 17,16 в первом квадранте построены для двигателя искусственные характеристики  $bc$ ,  $de$  и  $fg$  для соответствующих значений сопротивления  $r_2$ , условно показанные в виде прямолинейных отрезков.

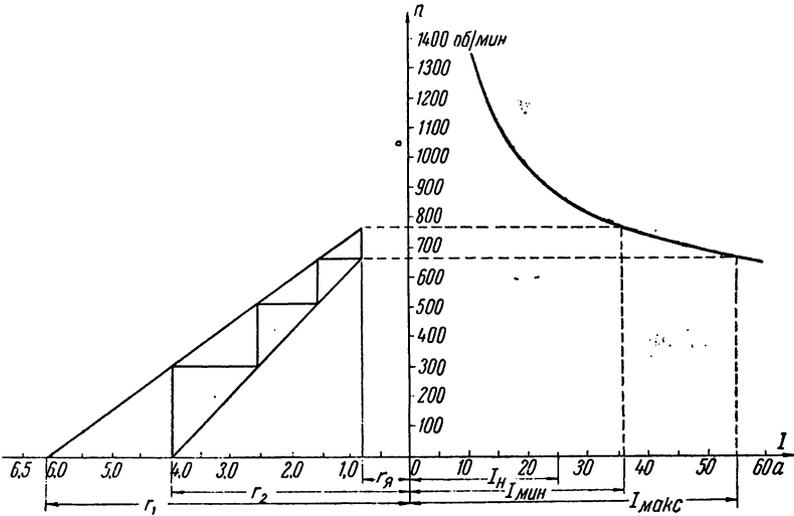
17,17. Двигатель постоянного тока с последовательным возбуждением имеет следующие данные:  $P_n = 6 \text{ кВт}$ ,  $U_n = 220 \text{ в}$ ,  $I_n = 25 \text{ а}$  и сопротивление обмотки якоря  $r_{я} = 0,8 \text{ ом}$ .

Определить число ступеней и величины сопротивлений отдельных секций пускового реостата, если пределы изменения пускового тока равны  $I_{\text{мин}} = 36 \text{ а}$  и  $I_{\text{макс}} = 55 \text{ а}$ , а естественная характеристика двигателя задана таблицей

$I, \text{ а}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$n, \text{ об/мин}$	1390	1130	965	870	826	783	738	713	687	661

Ответ.

В качестве ответа к этой задаче на фиг. 17,17 приведены необходимые графические построения, откуда  $r_{3д} = 1,45 \text{ ом}$ ,  $r_{2д} = 1 \text{ ом}$  и  $r_{1д} = 0,75 \text{ ом}$ .



Фиг. 17,17

17,18. Для трехфазного асинхронного двигателя специальной конструкции с контактными кольцами мощностью  $P_n = 1,32 \text{ кВт}$ ,  $U_n = 220 \text{ в}$ ,  $I_n = 5,5 \text{ а}$ ,  $n_n = 1410 \text{ об/мин}$  и  $I_{2н} = 8,5 \text{ а}$  требуется подобрать сопротивление реостата (на фазу), при котором двигатель работал бы с моментом  $M' = 0,8 M_n$ , развивая при этом скорость вращения  $n'_2 = 500 \text{ об/мин}$ .

Решение.

При решении этой задачи будем приближенно считать ток в роторе и скорость его вращения линейно связанными с нагрузкой

двигателя, аналогично тому, как это принималось для двигателей постоянного тока с параллельным возбуждением. При таком допущении можно написать, что

$$I'_2 = I_{2н} \frac{0,8 M_{н}}{M_{н}} = 0,8 I_{2н} = 0,8 \cdot 8,5 = 7,22 \text{ а.}$$

Вращающий момент двигателя при  $n_{н} = 1410$  об/мин.

$$M_{н} = 975 \frac{P_{квт}}{n_{н}} = 975 \frac{1,32}{1410} = 0,912 \text{ кгм,}$$

а при  $n' = 500$  об/мин.

$$M' = 0,8 M_{н} = 0,8 \cdot 0,912 = 0,73 \text{ кгм.}$$

Мощность  $P'_{12} = \omega_1 M'$  ( $\omega_1$  — синхронная угловая скорость), передаваемая ротору вращающимся полем статора, частично расходуется на покрытие тепловых потерь в сопротивлении цепи ротора  $m_2 I_2'^2 (r_2 + r_{2л})$  и частично преобразуется в полезную мощность на валу двигателя  $P'_2 = \omega_2' M'$ .

$$\text{Поэтому } m_2 I_2'^2 (r_2 + r_{2л}) = P'_{12} - P'_2 =$$

$$9,81 (\omega_1 - \omega_2') M' \text{ кгм,}$$

$$\text{откуда } r_1 + r_{2л} =$$

$$= \frac{9,81 \cdot 2\pi (n_1 - n_2') M'}{m_2 \cdot 60 \cdot I_2'^2} =$$

$$= \frac{9,81 \cdot 2\pi (1500 - 500) \cdot 0,73}{3 \cdot 60 \cdot 7,22^2} = 4,78 \text{ ом.}$$

Сопротивление одной фазы обмотки ротора может быть приближенно найдено из выражения

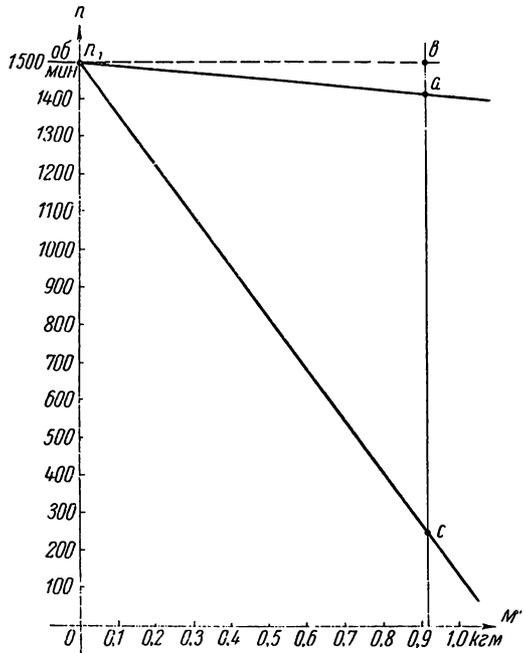
$$r_2 = \frac{9,81 (\omega_1 - \omega_{2н}) M_{н}}{60 \cdot m_2 I_{2н}^2} = \frac{9,81 \cdot 2\pi (1500 - 1410) \cdot 0,912}{3 \cdot 60 \cdot 8,5^2} = 0,39 \text{ ом.}$$

Искомое сопротивление будет равно

$$r_{2л} = 4,78 - 0,39 = 4,39 \text{ ом.}$$

На фиг. 17,18 изображены механические характеристики двигателя в виде прямых  $n_1 a$  и  $n_1 c$ .

Прямая  $n_1 a$  построена по двум точкам:  $n_1 = 1500$  об/мин при  $M = 0$  и  $n_{н} = 1410$  об/мин при  $M_{н} = 0,912$  кгм и представляет



Фиг. 17,18

собой естественную характеристику двигателя. Прямая  $n_1c$  построена также по двум точкам  $n_1 = 1500$  об/мин при  $M = 0$  и  $n = 500$  об/мин при  $M' = 0,73$  кгм.

Отрезок  $bc$  в некотором масштабе определяет сопротивление  $r_2 + r_{2д}$  одной фазы ротора, отрезки  $ba$  и  $ac$  соответственно дают в том же масштабе значения сопротивлений  $r_2$  и  $r_{2д}$ .

17,19. В условиях предыдущей задачи (17,18) определить величину добавочного сопротивления, которое надо включить в цепь ротора, чтобы вращающий момент на валу двигателя составлял  $M = 0,6$  кгм при скорости вращения ротора  $n = 1200$  об/мин.

Ответ.  $r_{2д} = 1,76$  ом.

17,20. Асинхронный двигатель развивает на валу момент  $M = 465$  кгм. Скорость вращения ротора двигателя  $n_2 = 825$  об/мин, число пар полюсов  $p = 4$ , частота сети  $f = 50$  гц. Этот двигатель соединен при помощи трех пар зубчатых колес с барабаном для перемещения груза  $G$  т; радиус барабана  $R = 0,5$  м, к. п. д. каждой пары зубчатых колес  $\eta_z = 0,93$ , к. п. д. барабана  $\eta_6 = 0,95$ . Передаточные числа зубчатых колес равны  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 2$  и  $k_3 = 1,5$ .

Определить направление и скорость движения груза и его величину.

Решение.

Скорость вращения основного вращающего поля статора

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ об/мин.}$$

В нашем случае асинхронная машина работает в генераторном режиме, так как  $n_2 > n_1$ .

Такой режим получается, очевидно, вследствие того, что груз не поднимается, а опускается, так как при подъеме груза машина может работать только в двигательном режиме.

Напишем выражение мощностей генератора и на барабане в следующем виде:

$$P_r = P_6 \eta, \text{ где } \eta = \eta_z^3 \cdot \eta_6 = 0,93^3 \cdot 0,95 = 0,765.$$

Кроме того,  $P_r = M_r \omega_r$  и  $P_6 = M_6 \omega_6$ , где  $M_6 = GR$  и  $\omega_r = \omega_6 k_1 k_2 k_3$ . Из этих уравнений имеем

$$G = \frac{M_r k_1 k_2 k_3}{R_6 \eta} \quad \text{или} \quad G = \frac{465 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 0,765} = 11,1 \text{ т.}$$

Скорость опускания груза

$$v = \frac{2\pi R_6 n_6}{60} = \frac{2\pi R_6 n_2}{60 k_1 k_2 k_3} = \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 825}{60 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1,5} = 4,8 \text{ м/сек.}$$

17,21. В условиях предыдущей задачи определить величину сопротивления, которое необходимо включить в цепь ротора, чтобы груз весом  $G = 11,1$  т падал со скоростью вращения ротора  $n_2 = 1200$  об/мин., если сопротивление обмотки ротора двигателя  $r_2 = 0,02$  ом.

Ответ.  $r_d = 0,10$  ом.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Системы единиц абсолютной практической рационализованной системы МКС-М

Величина	Наименование единиц	Обозначение основных единиц		Размерность	Переводный множитель <i>N</i> для систем	
		русскими буквами	латинскими и греческими буквами		CGS-E	CGS-M
1	2	3	4	5	6	7

#### Основные единицы

Длина . . . . .	метр	<i>м</i>	m	<i>м</i>		
Масса . . . . .	килограмм	<i>кг</i>	kg	$кг = \frac{в.а. \text{сек}^3}{м^2}$		
Время . . . . .	секунда	<i>сек</i>	sek	<i>сек</i>		
Ток . . . . .	ампер	<i>а</i>	A	<i>а</i>	3·10 <sup>9</sup>	10 <sup>-1</sup>

#### Производные единицы

Механические и общезначительные физические единицы						
Скорость . . . . .	метр в секунду	<i>м/сек</i>	m/sec	<i>м/сек</i>	То же	То же
Ускорение . . . . .	метр в секунду	<i>м/сек<sup>2</sup></i>	m/sec <sup>2</sup>	<i>м/сек<sup>2</sup></i>	То же	То же
Энергия, работа	за секунду джоуль или ватт. секунда	<i>дж</i>	j	$\frac{кг \cdot м^2}{сек^2} = дж =$ $= в.а. \cdot сек$	То же	То же
Сила . . . . .	ньютон или джоуль на метр	<i>н</i>	N	$\frac{кг \cdot м}{сек^2} = \frac{дж}{м}$	То же	То же
Мощность . . . . .	ватт или джоуль в секунду	<i>вт</i>	W	$\frac{кг \cdot м^2}{сек^3} = \frac{дж}{сек}$	То же	То же
Электрические единицы						
Количество электричества	кулон	<i>к</i>	C	<i>а·сек</i>	3·10 <sup>9</sup>	10 <sup>-1</sup>
Разность электрических потенциалов, напряжение, э. д. с. . . . .	вольт	<i>в</i>	V	$\frac{кг \cdot м^2}{а \cdot сек^3} = \frac{дж}{а \cdot сек}$	$\frac{1}{300}$	10 <sup>8</sup>

Величина	Наименование единиц	Обозначение основных единиц		Размерность	Переводный множитель <i>N</i> для систем	
		русскими буквами	латинскими и греческими буквами		CGS-E	CGS-M
1	2	3	4	5	6	7
Напряженность электрического поля . . .	вольт на метр	<i>в/м</i>	V/m	$\frac{кг \cdot м^2}{а \cdot сек^3} = \frac{н}{а \cdot сек}$	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-4}$	$10^6$
Электрическое смещение (индукция) . .	кулон на кв. метр	<i>к/м<sup>2</sup></i>	C/m <sup>2</sup>	$\frac{а \cdot сек}{м^2}$	$4\pi \cdot 3 \cdot 10^{-5}$	$4\pi \cdot 10^{-5}$
Электрическая емкость . . .	фарада	<i>ф</i>	F	$\frac{а^2 сек^4}{кг \cdot м^2} = \frac{а \cdot сек}{в} = \frac{сек}{ом}$	$9 \cdot 10^{11} (см)$	$10^{-9}$
Электрическое сопротивление	ом	<i>ом</i>	Ω	$\frac{кг \cdot м^2}{а^2 сек^3} = \frac{в}{а}$	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$	$10^9$
Удельное сопротивление .	ом, умноженный на метр	<i>ом \cdot м</i>	Ωm	$\frac{кг \cdot м^3}{а^2 сек^3} = \frac{в}{а} м$	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-9}$	$10^{11}$
Электрическая проводимость	сименс	<i>сим</i>	S	$\frac{а}{в}$	$9 \cdot 10^{11}$	$10^{-9}$
Магнитные единицы						
Магнитный поток . . . . .	вебер	<i>вб</i>	Wb	$\frac{кг \cdot м^2}{а \cdot сек^2} = в \cdot сек$	$\frac{1}{300}$	$10^8$ (максвелл или гаусс × см <sup>2</sup> )
Магнитная индукция . . .	вебер на кв. метр	$\frac{вб}{м^2}$	Wb/m <sup>2</sup>	$\frac{кг}{а \cdot сек^2} = \frac{в \cdot сек}{м^2}$	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-6}$	$10^4$ (гаусс)

Величина	Наименование единиц	Обозначение основных единиц		Размерность	Переводный множитель $N$ для систем	
		русскими буквами	латинскими и греческими буквами		CGS-E	CGS-M
1	2	3	4	5	6	7
Напряженность магнитного поля . . . . .	ампер на метр	$a/m$	A/m	$a/m$	$4\pi \cdot 3 \cdot 10^7$	$4\pi \cdot 10^{-3}$ (эрстед)
Индуктивность собственная или взаимная	генри	$гн$	H	$\frac{кг \cdot м^2}{a^2 \cdot сек^2} = \frac{вб}{a} =$ $= \frac{в \cdot сек}{a} =$ $= ом \cdot сек$	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$	$10^9$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{гн}{м} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{в \cdot сек}{a \cdot м} = 4\pi \cdot 10^{-9} \frac{гн}{см} \text{ или } \frac{в \cdot сек}{a \cdot см} .$$

$$\epsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{ф}{м} = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{a \cdot сек}{в \cdot м} = 8,855 \cdot 10^{-14} \frac{ф}{см} \text{ или } \frac{a \cdot сек}{в \cdot см} .$$

Примечание 1. Выражение размерности имеет практическое значение как средство проверки получаемых уравнений (равенство размерностей слагаемых, безразмерность аргументов таких функций как логарифм и т. д.) и как средство перехода к другим единицам (при неизменной форме записи уравнений). Так, например, зная удельное сопротивление в омах на метр легко перейти к его выражению в омах на сантиметр по формуле  $1 ом \cdot м = 1 ом \cdot 100 см = 100 ом \cdot см$ . При этом нет никакой необходимости выражать рассматриваемые единицы именно через основные, например, вместо  $ом \cdot м$  писать  $кг \cdot м^3 / (a^2 сек^3)$ . Соответственно в таблице указаны, кроме размерностей, выраженных через основные единицы, размерности единиц в наиболее практически удобной форме, а также связь между основной единицей — килограммом — и производными единицами, пользуясь которой удобно в электротехнических задачах составлять уравнения размерностей.

Примечание 2. Само собой разумеется, что в системе MKS-M рекомендуется пользоваться всеми видами удобных десятичных дольных и кратных единиц, например,  $ка/см$  вместо  $в/м$  или  $в \cdot сек/см^2$  вместо  $в \cdot сек/м^2$  и т. п. Все числовые значения в этих системах легко находятся посредством выражения дольной или кратной единицы через основную, как это было указано в примечании 1.

Примечание 3. Числовое значение величины, выраженной в единицах MKS-M, нужно умножить на число  $N$ , указанное в графах 6 и 7 таблицы, чтобы получить числовое значение величины, выраженной в единицах нерационализованных систем CGS-E и CGS-M.

Данная таблица взята в сокращенном виде из книги «Физические основы электротехники» под ред. проф. К. М. Поливанова.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Свойства проводниковых материалов

Материал	Удельный вес, $г/см^3$ , $кг/дец^3$	Удельная проводимость при $20^\circ C$ , $м/ом мм^2$	Удельное сопротивление при $20^\circ C$ , $ом мм^2/м$	Температурный коэффициент сопротивления на $1^\circ C$
Алюминий . . . . .	2,7	34	0,029	0,004
Константан . . . . .	8,8	2	0,40—0,51	0,00005
Медь . . . . .	8,9	57	0,0175	0,004
Манганин . . . . .	8,14	2,4	0,42	0,000015
Никелин . . . . .	11,2	2,5	0,40—0,44	0,0003
Нихром . . . . .	8,2	0,9	1,1	0,0003
Сталь . . . . .	7,85	10—5	0,1—0,2	0,005
Фехраль . . . . .	7,6	0,83	1,2	0,0002

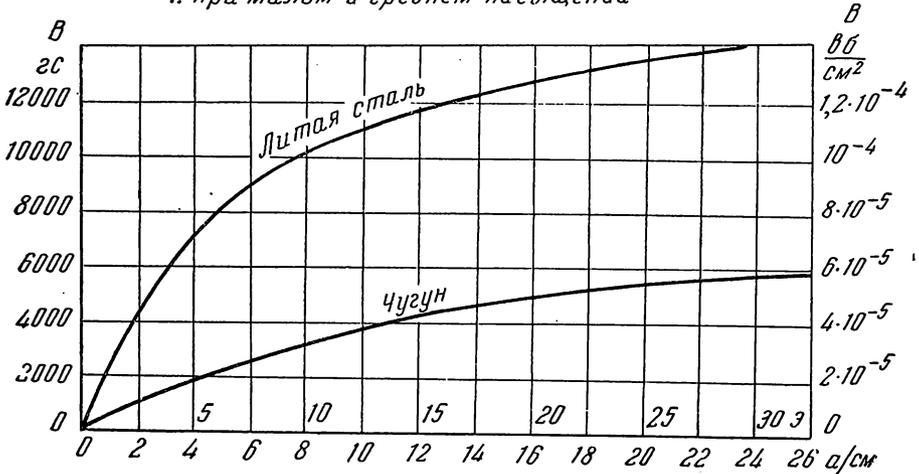
ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Свойства изоляционных материалов

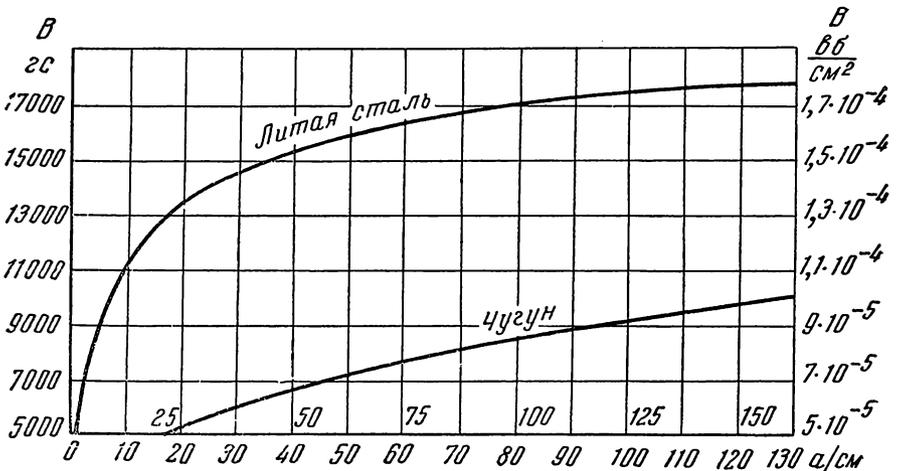
Материал	Электрическая проницаемость	Электрическая прочность $кв/мм$	Удельное электрическое сопротивление при $20^\circ C$ , $ом \cdot см$
Асбестовая бумага и ткань . . . . .	—	1,5—3	$2 \cdot 10^5$
Бакелит (гетинакс) цилиндрический . . . . .	3,8—5	10—15	$10^{11}—10^{15}$
То же листовый . . . . .	4,5—6	10—20	$10^{11}—10^{14}$
Бумага кабельная сухая . . . . .	2,3—3,5	6—9	$10^{13}—10^{14}$
То же, пропитанная маслом . . . . .	3,4—3,7	10—25	$10^{16}$
Дерево:			
а) дуб парафинированный . . . . .	4,5—5	4—7	$10^{12}$
б) береза . . . . .	2—3	3—5	$10^{10}$
в) бук в сухом виде . . . . .	3—3,5	5—4	$10^{11}$
Лакированная ткань . . . . .	3,5—5	32—45	$10^{12}—10^{13}$
Масло трансформаторное . . . . .	2—2,5	5—18	$10^{12}—10^{13}$
Миканит . . . . .	4,6—6	15—20	$10^{15}$
Мрамор . . . . .	8—10	3,5—5,5	$10^9—10^{10}$
Парафин . . . . .	2—2,2	15—30	$10^{16}—10^{10}$
Прессшпан:			
а) сухой . . . . .	2,5—4	8—10	$10^9—10^{13}$
б) пропитанный маслом . . . . .	4—5	12—17	$10^{12}—10^{13}$
Пряжа хлопчатобумажная непропитанная . . . . .	—	3—5	—
То же, пропитанная лаками . . . . .	—	5—20	—
Слюда мусковитовая . . . . .	6—7,5	120—200	$10^{14}—10^{15}$
Слюда флогопит . . . . .	4—6	80—150	$10^{12}—10^{14}$
Стекло . . . . .	5,5—10	10—40	$10^{11}—10^{15}$
Фибра . . . . .	3—5	4—11	$10^{10}$
Фарфор . . . . .	5—7,5	6—10	$10^{14}—10^{15}$
Шифер . . . . .	4—16	1,5—3	$10^7—10^{10}$

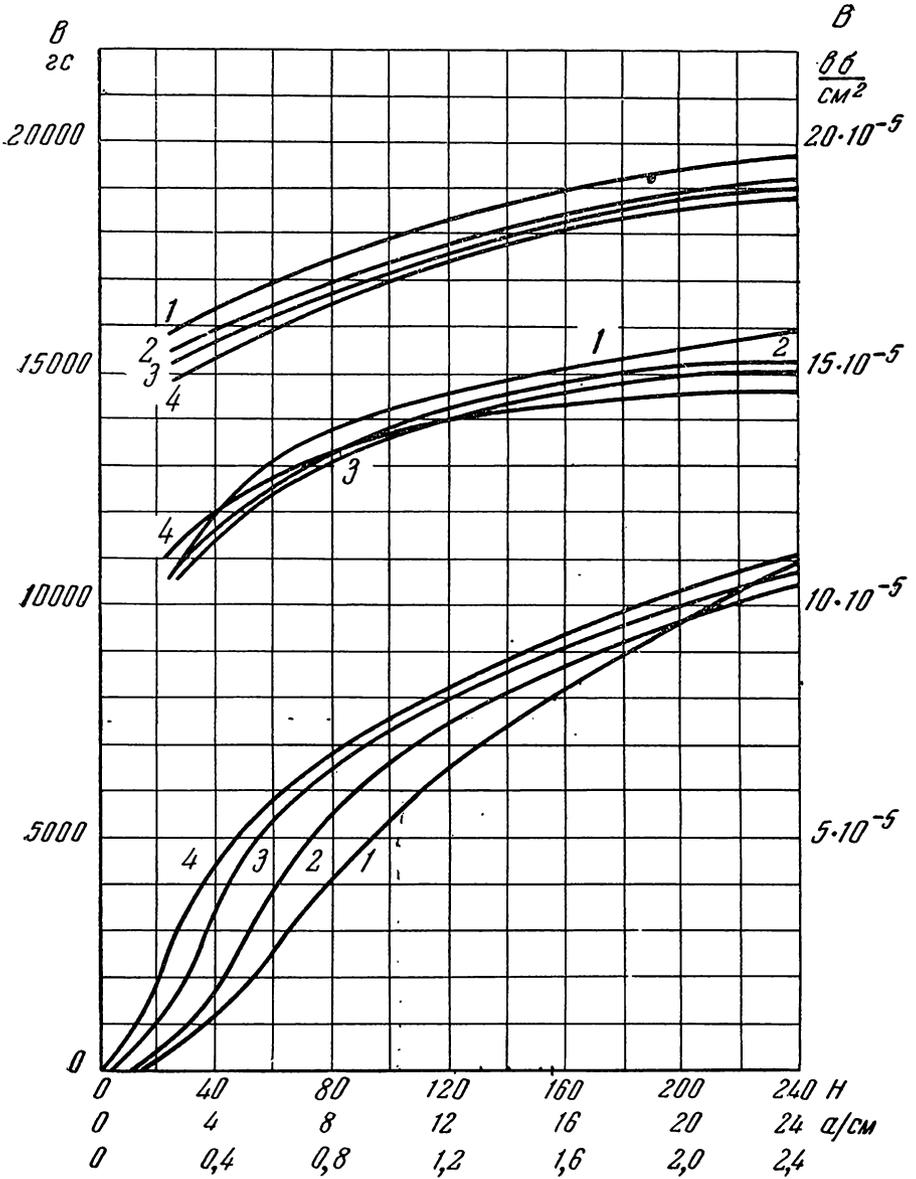
Кривые намагничивания для различных ферромагнитных материалов

1. При малом и среднем насыщении

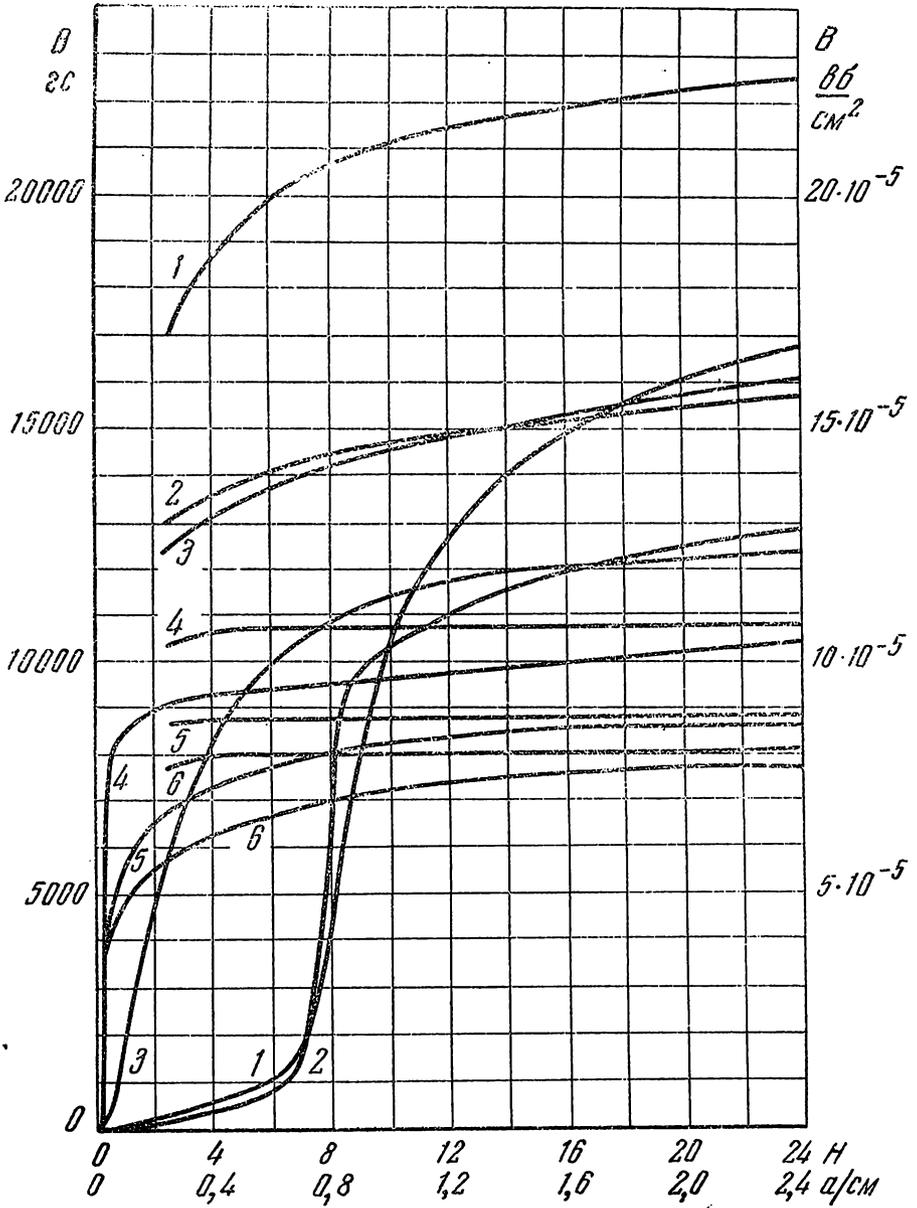


2. При большом насыщении





1-31A; 2-33A; 3-34AA; 4-072



1- пермендюр; 2- армко-железо;  
 3- 45% Ni- пермаллой; 4- 78% Ni- пермаллой;  
 5- 78,5-3,5% Mo- пермаллой; 6- 78,5-3,5% Cr- пермаллой

Характеристики трехфазных двухобмоточных трансформаторов (по ГОСТ 401—41)

Номинальная мощность, <i>кВа</i>	Верхний предел номинальных напряжений обмоток		Потери		Номинальный к. п. д., %	Изменение напряжения при номинальной нагрузке и $\cos \varphi = 1$ , %	Напряжение короткого замыкания в процентах от номинального напряжения	Ток холостого хода в процентах от номинального тока
			холостого хода при номинальном напряжении, <i>вт</i>	короткого замыкания при номинальной нагрузке, <i>вт</i>				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	6,3	0,400	60	185	95,33	3,8	5,5	10
10	6,3 10	0,400 0,400	105 140	335 335	95,79 95,47	3,45 3,45	5,5 5,5	10 10
20	6,3 10	0,400 0,400	180 220	600 600	96,25 96,06	3,1 3,1	5,5 5,5	9 10
30	6,3 10	0,400 0,400	250 300	850 850	96,46 96,31	2,95 2,95	5,5 5,5	8 9
50	6,3 10 35	0,525 0,400 0,400	350 440 540	1 325 1 325 1 325	96,75 96,59 96,40	2,75 2,75 2,85	5,5 5,5 6,5	7 8 9
75	6,3 10	0,525 0,400	490 590	1 875 1 875	96,94 96,82	2,6 2,6	5,5 5,5	6,5 7,5

100	6,3 10 35	0,525 0,525 0,525	600 730 900	2 400 2 400 2 400	97,09 96,96 96,81	2,5 2,5 2,6	5,5 5,5 6,5	6,5 7,5 8
135	6,3 10	0,525 0,525	830 1 000	3 070 3 150	97,19 97,02	2,4 2,46	5,5 5,5	6,5 7,5
180	6,3 10 10 35	0,525 0,525 3,15 10,5	1 000 1 200 1 500 1 500	4 000 4 100 4 100 4 100	97,30 97,14 96,97 96,97	2,35 2,4 2,4 2,45	5,5 5,5 5,5 6,5	6 7 8 8
240	6,3 10	0,525 0,525	1 400 1 600	4 900 5 100	97,44 97,28	2,17 2,25	5,5 5,5	6 7
320	6,3 10 10 35	0,525 0,525 3,15 10,5	1 600 1 900 2 300 2 300	6 070 6 200 6 200 6 200	97,65 97,54 97,41 97,41	2,05 2,05 2,05 2,15	5,5 4,5 5,5 6,5	6 7 7,5 7,5
420	10	0,525	2 100	7 700	97,72	1,96	5,5	6,5
560	10 10 35	0,525 6,3 10,5	2 500 3 350 3 350	9 400 9 400 9 400	97,87 97,77 97,77	1,8 1,8 1,85	5,5 5,5 6,5	6 6,5 6,5
750	10	0,525	4 100	11 900	97,91	1,73	5,5	6
1 000	10 35	6,3 10,5	4 900 5 100	15 000 15 000	98,05 98,03	1,64 1,7	5,5 6,5	5 5,5

ПРИЛОЖЕНИЕ 6а

Асинхронные электродвигатели трехфазного тока серии МА-200

Электродвигатели серии МА-200 исполняются для напряжений на зажимах статора 220/380 и 500 в.

Электродвигатели, мощность которых не превышает 15 квт на валу, по особому заказу изготавливаются также и для напряжений 127/220 в.

Все электродвигатели серии МА-200 исполняются с короткозамкнутым ротором и рассчитаны на непосредственный пуск от полного напряжения сети.

Технические данные

Номинальная мощность на валу, квт	При номинальной нагрузке			$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$	$\frac{M_{макс}}{M_{ном}}$	Тип электродвигателя
	скорость вращения, об/мин.	к. п. д., %	cos φ				
1	2	3	4	5	6	7	8
13,0	1 460	87,3	0,87	7,0	0,9	1,7	МА 202-1/4
17,0	1 460	87,9	0,88	7,0	0,9	1,7	МА 202-2/4
22,0	1 460	88,5	0,88	7,0	0,9	2,0	МА 203-1/4
27,5	1 470	89,0	0,88	7,0	0,9	2,0	МА 203-2/4
37,0	1 470	89,5	0,89	6,5	0,9	2,0	МА 204-1/4
48,0	1 470	89,9	0,89	6,5	0,9	2,0	МА 204-2/4
60,0	1 465	90,3	0,9	6,5	0,9	1,8	МА 205-1/4
72,0	1 465	90,5	0,9	6,5	0,9	1,8	МА 205-2/4
85,0	1 470	90,8	0,9	6,0	1,1	1,8	МА 206-1/4
105,0	1 470	91,0	0,9	6,0	1,1	1,8	МА 206-2/4
9,1	970	85,6	0,82	6,0	0,9	1,8	МА 202-1/6
11,8	970	86,3	0,83	6,0	0,9	1,8	МА 202-2/6
15,2	975	86,9	0,83	6,5	0,9	1,9	МА 203-1/6
18,7	975	87,6	0,84	6,5	0,9	1,9	МА 203-2/6
25,5	975	88,1	0,84	6,5	0,9	1,9	МА 204-1/6
32,0	975	88,7	0,85	6,5	0,9	1,9	МА 204-2/6
40,0	980	89,2	0,87	6,0	0,9	1,9	МА 205-1/6
48,0	980	89,5	0,87	6,0	0,9	1,9	МА 205-2/6
58,0	980	90,6	0,87	6,0	1,1	2,0	МА 206-1/6
72,0	980	90,7	0,88	6,0	1,1	2,0	МА 206-2/6
6,0	725	83,0	0,79	5,5	0,9	1,65	МА 202-1/8
8,0	725	83,9	0,79	5,5	0,9	1,65	МА 202-2/8
11,0	725	85,0	0,81	6,5	0,9	1,9	МА 203-1/8
14,0	725	85,7	0,82	6,5	0,9	1,9	МА 203-2/8
18,1	730	86,5	0,83	6,5	0,9	1,9	МА 204-1/8
23,5	730	87,2	0,83	6,5	0,9	1,9	МА 204-2/8
30,0	730	87,8	0,83	5,5	0,9	1,7	МА 205-1/8
36,0	730	88,3	0,84	5,5	0,9	1,7	МА 205-2/8
44,0	735	90,0	0,86	5,5	1,1	1,9	МА 206-1/8
53,0	735	90,4	0,86	5,5	1,1	2,0	МА 206-2/8

ПРИЛОЖЕНИЕ 66

Асинхронные электродвигатели трехфазного тока серии АД-3000  
16—96 квт, 3000 синхр. об/мин., защищенные, 50 гц, 220/380 и 500 в

Двигатели выполняются для напряжений на зажимах статора 220/380 и 500 в и имеют короткозамкнутый ротор с двойной клеткой.

Пуск электродвигателя производится непосредственным включением в сеть.

Технические данные

Номинальная мощность на валу, квт	При номинальной нагрузке			$\frac{I_{\text{пуск}}}{I_{\text{ном}}}$	$\frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}}$	$\frac{M_{\text{макс}}}{M_{\text{ном}}}$	Тип электродвигателя
	скорость вращения, об/мин.	к. п. д., %	cos φ				
16	2 930	87,0	0,90	5,5	1,6	2,0	АД 61/2
20	2 930	87,5	0,90	6,0	1,8	2,2	АД 62/2
28	2 940	88,0	0,90	5,5	1,8	2,0	АД 71/2
35	2 940	89,0	0,90	6,0	2,0	2,2	АД 72/2
48	2 940	89,0	0,90	5,5	1,7	2,0	АД 81/2
60	2 940	89,5	0,91	5,0	1,7	2,2	АД 82/2
80	2 950	90,0	0,91	5,0	1,7	2,0	АД 91/2
96	2 950	90,5	0,91	6,5	1,7	2,0	АД 92/2

ПРИЛОЖЕНИЕ 66

Асинхронные электродвигатели трехфазного тока с фазовым ротором, серии АМ-6

45—410 квт, 1500, 1000, 750 и 660 синхр. об/мин., 220, 380, 500, 3000, 6000 в, 50 гц

Номинальная мощность на валу, квт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке				$\frac{M_{\text{макс}}}{M_{\text{ном}}}$	Данные ротора		Тип электродвигателя
		скорость вращения, об/мин.	сила тока в статоре, а	к. п. д., %	cos φ		напряжение, в	сила тока, а	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(1500 синхр. об/мин.)

115*	220/380	1 460	380/220	91	0,88	2,2	175	400	АМ 6-114-4
135*		1 470	440/255	92	0,88	2,2	214	390	АМ 6-115-4
155		1 470	500/290	92,5	0,89	2,2	247	390	АМ 6-116-4

Номинальная мощность на валу, квт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке				$\frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}}$	Данные ротора		Тип электродвигателя
		скорость вращения, об/мин.	сила тока в статоре, а	к. п. д., %	cos φ		напряжение, в	сила тока, а	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
180*	380	1 470	335	92,5	0,89	2,2	280	405	АМ 6-117-4
225*		1 480	415	93	0,90	2,2	335	425	АМ 6-126-4
260*		1 480	480	93	0,90	2,2	385	425	АМ 6-127-4
300		1 480	540	93,5	0,91	2,3	402	455	АМ 6-128-4
115	500	1 460	170	91	0,88	2,2	175	400	АМ 6-114-4
135		1 470	195	92	0,88	2,2	214	390	АМ 6-115-4
155		1 470	220	92,5	0,89	2,2	247	390	АМ 6-116 4
180		1 470	255	92,5	0,89	2,2	280	405	АМ 6-117-4
225		1 480	315	93	0,90	2,2	320	445	АМ 6-126-4
260		1 480	365	93	0,90	2,2	380	420	АМ 6-127-4
300		1 480	410	93,5	0,91	2,3	405	450	АМ 6-128-4
90	3 000	1 460	22,5	90	0,86	2,2	157	355	АМ 6-114-4
110*		1 470	27	90,5	0,87	2,2	191	350	АМ 6-115-4
125		1 470	30,5	91	0,87	2,2	214	370	АМ 6-116-4
150*		1 475	36,5	91,5	0,87	2,2	265	365	АМ 6-117-4
190		1 480	46	91,5	0,88	2,5	308	390	АМ 6-126-4
230*		1 480	55	92	0,88	2,5	365	395	АМ 6-127-4
300		1 480	71	92,5	0,89	2,1	415	465	АМ 6-136-4
350*		1 480	83	92,5	0,89	2,2	475	475	АМ 6-137-4
410*		1 480	95	93	0,89	2,3	540	485	АМ 6-138-4
220	6 000	1 485	26,5	90	0,88	2,5	395	340	АМ 6-136-4
260*		1 485	31	90,5	0,89	2,5	435	370	АМ 6-137-4
300*		1 485	34,5	91	0,90	2,4	475	390	АМ 6-138-4

(1000 синхр. об/мин.)

75*	220/380	975	250/145	90,5	0,86	2	223	220	АМ 6-115-6
95*		975	320/185	91	0,87	2	262	222	АМ 6-116-6
115*		975	370/215	91,5	0,88	2,2	300	240	АМ 6-117-6
130		980	425/245	92	0,87	1,8	182	430	АМ 6-125-6

Номинальная мощность на валу, кВт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке				$\frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}}$	Данные ротора		Тип электродвигателя
		скорость вращения, об/мин.	сила тока в статоре $a$	к. п. д., %	$\cos \varphi$		напряжения, в	сила тока, а	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
155*	380	980	290	92,5	0,88	1,8	225	440	AM 6-126-6
185		980	340	93	0,89	1,8	259	455	AM 6-127-6
215*		980	395	93,5	0,89	1,8	288	453	AM 6-128-6
240		985	435	92,5	0,90	1,9	322	455	AM 6-136-6
280		985	505	93	0,90	1,9	374	465	AM 6-137-6
75	500	975	110	90,5	0,86	2	216	226	AM 6-115-6
95		975	140	91	0,87	2	262	228	AM 6-116-6
115		975	165	91,5	0,88	2,2	297	242	AM 6-117-6
130		980	185	92	0,87	1,8	197	420	AM 6-125-6
155		980	220	92,5	0,88	1,8	227	440	AM 6-126-6
185		980	255	93	0,89	1,8	262	460	AM 6-127-6
215		980	300	93,5	0,89	1,8	283	460	AM 6-128-6
240		985	330	92,5	0,90	1,9	318	460	AM 6-136-6
280		985	385	93	0,90	1,9	368	470	AM 6-137-6
320		985	435	93,5	0,91	2	425	475	AM 6-138-6
75	3 000	975	19	89	0,86	2	205	232	AM 6-116-6
95*		975	24	90	0,86	2	246	240	AM 6-117-6
110		980	27	90,5	0,86	2,1	184	385	AM 6-125-6
135*		980	33	90,5	0,87	2,1	206	415	AM 6-126-6
165		980	40	91,5	0,87	2,1	245	420	AM 6-127-6
190*		980	45	92,2	0,87	2	265	445	AM 6-128-6
220		980	53	91	0,88	2	316	425	AM 6-136-6
250		980	59	91,5	0,89	2	366	420	AM 6-137-6
280		980	65,5	92,3	0,89	2,1	410	420	AM 6-138-6

(750 синхр. об/мин.)

60*	220/380	725	208/120	89,8	0,86	2,5	195	195	AM 6-115-8
70		725	240/140	90,5	0,86	2,5	218	200	AM 6-116-8
80*		730	270/155	91	0,87	2,6	260	190	AM 6-117-8
95		730	320/185	91	0,86	2,1	245	245	AM 6-125-8
110*		730	368/212	91,5	0,86	2,2	283	250	AM 6-126-8
130		730	430/250	92	0,86	2,3	330	250	AM 6-127-8
155*		735	510/295	92,5	0,86	2,4	392	250	AM 6-128-8

Продолжение

Номинальная мощность на валу, кВт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке				$\frac{M_{\text{макс}}}{M_{\text{ном}}}$	Данные ротора		Тип электродвигателя
		скорость вращения, об/мин.	сила тока в статоре, а	к. п. д., %	cos φ		напряжение, в	сила тока, а	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
180 210* 245*	380	735	350	92	0,86	1,9	290	395	АМ 6-136-8
		735	400	92,5	0,87	1,9	348	385	АМ 6-137-8
		735	460	92,8	0,88	1,9	380	410	АМ 6-138-8
60 70 80 95 110 130 155 180 210 245	500	725	95	89,8	0,86	2,5	200	190	АМ 6-115-8
		725	105	90,5	0,86	2,5	229	190	АМ 6-116-8
		730	120	91	0,87	2,6	260	190	АМ 6-117-8
		730	140	91	0,86	2,1	258	235	АМ 6-125-8
		730	160	91,5	0,86	2,2	282	250	АМ 6-126-8
		730	190	92	0,86	2,3	326	255	АМ 6-127-8
		735	225	92,5	0,86	2,4	377	260	АМ 6-128-8
		735	265	92	0,86	1,9	302	380	АМ 6-136-8
		735	300	92,5	0,87	1,9	350	380	АМ 6-137-8
		735	350	92,8	0,88	1,9	738	410	АМ 6-138-8
85 95* 110 125* 145 170* 200*	3 000	725	22	89	0,84	1,9	228	240	АМ 6-125-8
		725	24,5	89	0,84	1,9	273	225	АМ 6-126-8
		725	28	89,5	0,84	2,1	315	225	АМ 6-127-8
		730	31,5	90	0,85	2,2	343	230	АМ 6-128-8
		735	37,5	90	0,83	2	287	325	АМ 6-136-8
		735	43	90,5	0,84	2	326	335	АМ 6-137-8
		735	50	91	0,85	2	361	355	АМ 6-138-8

(600 синхр. об/мин.)

45	220/380	575	175/100	87,5	0,76	1,8	137	220	АМ 6-115-10
55		575	215/125	88,5	0,76	1,8	160	220	АМ 6-116-10
65		580	250/145	89	0,77	1,9	190	220	АМ 6-117-10
80		585	305/175	89,5	0,80	1,8	170	310	АМ 6-125-10
95		585	335/195	90	0,81	1,8	204	305	АМ 6-126-10
115		585	405/235	90,5	0,81	1,8	216	335	АМ 6-127-10
130		585	465/270	90,5	0,81	1,8	254	325	АМ 6-128-10

Номинальная мощность на валу, кВт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке				$M_{\text{макс}}$ $M_{\text{ном}}$	Данные ротора		Тип электродвигателя
		скорость вращения, об/мин.	сила тока в статоре, а	к. п. д., %	cos φ		напряжение, в	сила тока, а	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
155 180	380	580 580	310 350	92 92,5	0,82 0,83	1,9 1,9	342 395	290 290	АМ 6-137-10 АМ-6-138-10
45 55 65 80 95 115 130 155 180	500	575 575 580 585 585 585 585 580 580	76 95 110 135 150 180 206 235 265	87,5 88,5 89 89,5 90 90,5 90,5 92 92,5	0,76 0,76 0,77 0,80 0,81 0,81 0,81 0,82 0,83	1,8 1,8 1,9 1,8 1,8 1,8 1,8 1,9 1,9	136 158 181 170 206 214 268 344 394	220 220 230 310 300 335 310 290 290	АМ 6-115-10 АМ 6-116-10 АМ 6-117-10 АМ 6-125-10 АМ 6-126-10 АМ 6-127-10 АМ 6-128-10 АМ 6-137-10 АМ 6-138-10
90 100 125 145 165	3 000	585 585 580 580 580	25 27 33,5 38 42,5	88 88,5 89 90 91	0,78 0,79 0,80 0,80 0,81	1,8 1,8 1,8 1,8 1,8	206 223 286 325 360	290 290 285 290 290	АМ 6-127-10 АМ 6-128-10 АМ 6-136-10 АМ 6-137-10 АМ 6-138-10

Примечание. Электродвигатели, отмеченные звездочкой \*, могут быть заказаны без предварительного запроса. Остальные электродвигатели могут быть заказаны только после предварительного согласования с заводом-изготовителем.

Электродвигатели серии ПН

Возбуждение. Все электродвигатели серии ПН, кроме типа ПН-2,5, изготавливаются с параллельной и с легкой последовательной обмотками, что обеспечивает устойчивые скоростные характеристики.

Выводы параллельной и последовательной обмоток возбуждения присоединены к отдельным зажимам.

Регулирование скорости. Защищенные электродвигатели серии ПН допускают регулирование скорости выше номинальной путем изменения тока возбуждения, но не выше значения скорости, указанной в таблицах технических данных (графа «Наибольшая скорость при ослаблении поля») при мощности на валу не выше номинальной. При этом для двигателей при уменьшении или сбросе нагрузки допустимо повышение скорости на 20% сверх наибольшей.

Технические данные

Номинальная мощность, квт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке		Наибольшая скорость при ослаблении поля, об/мин.	Тип электродвигателя ПН, ПНФ, ПНВ
		скорость вращения, об/мин.	ток, а		
1	2	3	4	5	6
0,7	110	2 870	8,5	2 870	2,5
0,25	110	1 440	3,5	2 870	
0,7	220	2 870	4,3	2 870	
0,25	220	1 440	1,75	2 870	
1,0	110	2 800	11,7	2 800	5
0,75	110	2 000	9,0	2 500	
0,52	110	1 450	6,6	2 000	
0,30	110	960	4,1	1 920	
1,0	220	2 800	5,85	2 800	
0,75	220	2 000	4,5	2 500	
0,52	220	1 450	3,3	2 000	
0,30	220	960	2,1	1 920	
2,4	110	2 850	26,6	2 850	10
1,6	110	2 000	18,0	2 600	
1,0	110	1 420	12,2	2 500	
0,65	110	980	8,5	1 960	
2,4	220	2 850	13,3	2 850	
1,6	220	2 000	9,0	2 600	
1,0	220	1 420	6,1	2 500	
0,65	220	980	4,25	1 960	
1,0	440	1 450	3,0	1 800	

Номинальная мощность, квт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке		Наибольшая скорость при ослаблении поля, об/мин.	Тип электродвигателя ПН, ПНФ, ПНВ
		скорость вращения, об/мин.	ток, а		
1	2	3	4	5	6
2,5	110	2 000	27,6	2 600	17,5
1,75	110	1 450	20,0	2 300	
1,0	110	1 000	11,7	2 000	
3,7	220	2 850	20,0	2 850	
2,7	220	2 100	15,0	2 700	
1,75	220	1 450	10,0	2 300	
1,0	220	1 000	5,75	2 000	
1,75	440	1 450	4,85	1 800	
4,2	110	2 200	46	2 400	
2,8	110	1 500	32	2 200	
1,6	110	1 000	19	2 000	
5,3	220	2 800	29,3	2 800	
4,2	220	2 200	22,6	2 400	
2,8	220	1 500	15,6	2 200	
1,6	220	1 000	9,4	2 000	
1,6	440	1 000	4,7	1 500	
6,0	110	2 000	64,5	2 300	45
4,2	110	1 400	45,8	2 100	
2,5	110	1 000	28,2	1 950	
6,6	220	2 200	35,0	2 400	
4,2	220	1 500	22,6	2 100	
2,5	220	1 000	14,1	1 950	
2,2	440	1 000	6,3	1 500	
6,5	110	1 550	71,0	2 000	68
3,7	110	1 000	42,0	1 750	
10,0	220	2 250	52,2	2 400	
6,5	220	1 550	35,0	2 000	
3,7	220	1 000	21,0	1 750	
3,7	440	1 000	10,5	1 500	
5,6	110	1 000	60,5	1 750	85
9,0	220	1 500	48,0	2 000	
5,6	220	1 000	30,0	1 750	
5,6	440	1 000	15,0	1 500	

Продолжение

Номинальная мощность, квт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке		Наибольшая скорость при ослаблении поля, об/мин.	Тип электродвигателя ПН, ПНФ, ПНВ
		скорость вращения, об/мин.	ток, а		
1	2	3	4	5	6
15,0	110	1 560	163	2 100	100
9,5	110	1 100	105	1 900	
5,8	110	800	68	1 500	
15,0	220	1 600	81,5	2 000	
10,0	220	1 100	53	1 900	
5,8	220	800	34	1 500	
8,0	440	1 175	24	1 500	
13,5	110	1 100	145	2 000	145
8,5	110	800	93	1 500	
21,0	220	1 550	110	1 900	
13,5	220	1 100	73	1 800	
8,5	220	800	46,5	1 500	
13,5	440	1 100	36	1 500	
21,0	110	980	226	1 600	205
14,5	110	770	161	1 400	
34,0	220	1 580	178	1 900	
21,0	220	980	113	1 700	
15,0	220	770	83	1 500	
20,5	440	1 000	55	1 500	
19,0	110	770	206	1 300	290
46,5	220	1 500	238	1 800	
29,0	220	1 000	152	1 600	
19,0	220	770	103	1 300	
29,0	440	1 000	76	1 500	
65,0	110	1 450	680	1 450	400
43,0	110	950	450	1 250	
22,0	110	580	238	1 050	
68,0	220	1 480	346	1 900	
43,0	220	950	225	1 550	
22,0	220	590	118	1 150	
65,0	440	1 480	168	1 600	
43,0	440	980	113	1 500	

Продолжение

Номинальная мощность, квт	Номинальное напряжение, в	При номинальной нагрузке		Наибольшая скорость при ослаблении поля, об/мин.	Тип электродвигателя ПН, ПНФ, ПНВ
		скорость вращения, об/мин.	ток, а		
1	2	3	4	5	6
60,0	110	980	610	1400	550
30,0	110	600	320	1200	
92,0	220	1470	460	1470	
60,0	220	980	305	1500	
30,0	220	600	160	1200	
88,0	440	1470	220	1470	
60,0	440	980	151	1500	
75,0	110	920	768	1400	750
40,0	110	600	424	1100	
110,0	220	1350	560	1450	
75,0	220	900	380	1250	
40,0	220	620	210	1200	
110,0	440	1400	280	1500	
70,0	440	960	180	1400	
70,0	110	750	715	1300	1 000
55,0	110	600	570	1000	
130,0	220	1170	665	1350	
105,0	220	960	525	1300	
70,0	220	750	358	1150	
55,0	220	630	282	1180	
105,0	440	1000	262	1300	
55,0	440	630	140	1100	
95,0	110	750	980	1000	
75,0	110	620	785	1050	
170,0	220	1250	860	1350	
130,0	220	980	655	1300	
88,0	220	720	450	1150	
68,0	220	560	350	1050	
125,0	440	950	314	1350	
88,0	440	750	224	1250	
90,0	110	550	925	900	1 750
200,0	220	1150	1000	1250	
165,0	220	970	820	1250	
115,0	220	750	575	1350	
80,0	220	550	405	1050	
150,0	440	1000	374	1300	
110,0	440	750	275	1200	

## Генераторы серии ПН

Возбуждение генераторов для зарядки аккумуляторов параллельное, остальных генераторов смешанное. Параллельная и последовательная обмотки возбуждения выведены на отдельные зажимы.

## Технические данные

Номинальные значения		Номинальные значения		Тип генератора	Номинальные значения			Тип генератора
					мощность на зажимы, кет	напряжение, в	скорость вращения, об/мин.	
мощность на зажимы, кет	напряжение, в	скорость вращения, об/мин.	Потребляемая мощность, кет	Тип генератора	мощность на зажимы, кет	напряжение, в	скорость вращения, об/мин.	Тип генератора
1	2	3	4	5	1	2	3	4
0,95	115	2820	1,2		27	115	1460	33
0,37	115	1420	0,53		27	230	1460	33
0,95	230	2820	1,2	ПН-5	27	460	1460	33
0,37	230	1420	0,53		25	115/160	1460	29
					25	230/320	1460	29
2,2	115	2860	2,65		40	230	1470	45
0,85	115	1430	1,2		40	460	1470	45
2,2	230	2860	2,65	ПН-10	33	115/160	1470	38
0,85	230	1430	1,2		33	230/320	1470	38
3,1	115	2860	3,8		65	115	1470	74
1,3	115	1430	1,7		65	230	1470	74
3,1	230	2860	3,8	ПН-17,5	65	460	1470	74
1,3	230	1430	1,7		52	115/160	1470	60
1,1	115/160	1430	1,4		52	230/320	1470	60
1,1	230/320	1430	1,4					

5,2	115	2 860	6,3	ПН-28,5	85	230	1 470	95	ПН-550
2,0	115	1 430	2,5		85	460	1 470	95	
5,2	230	2 860	6,3		70	115/160	1 470	80	
2,0	230	1 430	2,5		70	230/320	1 470	80	
1,7	115/160	1 430	2,2						
1,7	230/320	1 430	2,2						
3,3	115	1 440	4,1	ПН-45	63	115	970	71	ПН-750
3,3	230	1 440	4,1			63	970	71	
2,6	115/160	1 440	3,2			63	970	71	
2,6	230/320	1 440	3,2			55	970	64	
					55	230/320	970	64	
4,8	115	1 450	5,8	ПН-68	80	115	970	90	ПН-1000
4,8	230	1 450	5,8			80	970	90	
4,2	115/160	1 450	5,2			30	970	90	
4,2	230/320	1 450	5,2			63	970	72	
					63	230/320	970	72	
6,8	115	1 460	7,8	ПН-85	100	115	975	114	ПН-1320
6,8	230	1 460	7,8			100	975	114	
6,0	115/160	1 460	7,2			100	975	114	
6,0	230/320	1 460	7,2			80	975	92	
					80	230/320	975	92	
13,5	115	1 460	16,4	ПН-100	130	230	975	145	ПН-1750
13,5	230	1 460	16,4			130	975	145	
11,5	460	1 460	14,3			105	975	117	
10,5	115/160	1 460	13						
10,5	230/320	1 460	13						
16,5	115	1 460	20	ПН-145	130	230	975	145	ПН-1750
16,5	230	1 460	20			130	975	145	
16,5	460	1 460	20			105	975	117	
14,5	115/160	1 460	17						
14,5	230/320	1 460	17						

Марки проводов и кабелей и области их применения

1. Установочные провода и шнуры с резиновой изоляцией

Марка	Наименование	Область применения
ПР	Провод одножильный с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке	Для неподвижной прокладки в сухих и сырых помещениях в сетях с номинальным напряжением до 220, 500 и 3000 в, если не требуется особая гибкость провода при монтаже
АПР	Провод с алюминиевой жилой одножильный с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке	Для неподвижной прокладки в сухих и сырых помещениях в сетях с номинальным напряжением до 380 в и на 500 в
ПРГ	Провод гибкий одножильный с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке	Для соединения подвижных частей электрических машин, приборов и аппаратов в сухих и сырых помещениях (в случаях, когда перемещение провода не будет происходить непрерывно), а также для установок, требующих особой гибкости провода при монтаже; провод применяют в сетях с номинальным напряжением до 500 в и на 3000 в
ПРД	Провод двухжильный с резиновой изоляцией в непропитанной оплетке	Для неподвижной прокладки (на роликах) в сетях с номинальным напряжением между жилами до 380 в в сухих помещениях
ПРДА	Провод двухжильный с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке	Для неподвижной прокладки (на роликах) в сетях с номинальным напряжением между жилами до 380 в в сырых помещениях
ДПРГ	Провод гибкий двухжильный с резиновой изоляцией в общей пропитанной оплетке	Для зарядки и присоединения (где требуется гибкость провода) переносных арматур в установках с номинальным напряжением между жилами до 380 в и на 500 в вне зданий и в сырых помещениях
ШР	Шнур двухжильный с резиновой изоляцией в непропитанной оплетке	Для присоединения подвижных токоприемников в сетях с номинальным напряжением между жилами до 220 в и на 500 в в сухих помещениях
ШРА	Шнур двухжильный с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке	То же, что и для ШР, но в сырых помещениях
ШРО	Шнур двухжильный с резиновой изоляцией в общей непропитанной оплетке	То же, что и для ШР

Марка	Наименование	Область применения
АР	Провод одножильный с резиновой изоляцией в непропитанной оплетке, для арматуры	Для зарядки и прокладки поверх осветительной арматуры (если не требуется гибкость провода) в установках с номинальным напряжением до 220 в в сухих помещениях
АРД	Провод двухжильный с резиновой изоляцией в общей непропитанной оплетке, для арматуры	То же, что и для АР
ШРП	Шнур двухжильный с резиновой изоляцией в общей непропитанной оплетке, подвесной	Для блочной подвески в сетях с номинальным напряжением между жилами до 220 в в сухих помещениях
ПРП	Провод с резиновой изоляцией в защитной оплетке из стальной проволоки (панцирный)	Для неподвижной прокладки в сетях с номинальным напряжением до 500 в, в установках, требующих предохранения провода от легких механических воздействий
ПРШП	Провод с резиновой изоляцией в шланговой резиновой оболочке в защитной оплетке из стальной проволоки (панцирный, шланговый)	То же, что и для ПРП, но в установках, требующих предохранения провода от умеренных механических воздействий
ТПРФ	Провод с резиновой изоляцией в трубчатой металлической фальцованной оболочке	Для прокладки поверх штукатурки в сырых помещениях, где требуется предохранить провод от легких механических воздействий, в сетях с номинальным напряжением до 500 в
ПРТО	Провод с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке для прокладки в трубах	Для прокладки в металлических трубах без внутренней изолирующей оболочки и в трубах с изолирующей оболочкой в сырых помещениях или в помещениях с проводящей пылью, с едкими газами или парами, во взрывоопасных помещениях, а также в случаях, когда требуется надежная защита провода от механических воздействий при прокладке в полу, потолке, стенах, фундаментах и пр., в сетях с номинальным напряжением до 500 в и на 2000 в
ПРЭ	Провод одножильный с резиновой изоляцией в пропитанной оплетке, соединительный	Для выводных концов аккумуляторов, гальванических элементов и батарей с номинальным напряжением до 220 в

## 2. Шланговые гибкие кабели и провода

Марка	Наименование	Область применения
КРПТ	Кабель шланговый переносный, тяжелый	Для присоединения подвижных токоприемников при напряжении до 500 в переменного тока между жилами в строительстве, в промышленных и других предприятиях в условиях подверженности значительным механическим повреждениям
ШРПС	Провод шланговый переносный, средний	Для присоединения подвижных токоприемников при напряжении до 500 в переменного тока между жилами в строительстве, в промышленности и других предприятиях в условиях подверженности умеренным механическим воздействиям
ШРПЛ	Провод шланговый переносный, легкий	Для присоединения подвижных токоприемников при напряжении до 220 в переменного тока между жилами, главным образом, для работы в бытовых условиях, где провод не подвергается значительным механическим воздействиям
ГРШС	Кабель шланговый шахтный	Для присоединения силовых передвижных механизмов и шахтных осветительных установок в сетях электрического тока при напряжении до 500 в переменного тока или до 1000 в постоянного тока
ГРШСН	Кабель шланговый шахтный, негорючий	Для присоединения силовых передвижных механизмов и осветительных установок в огнеопасных шахтах в сетях электрического тока при напряжении до 500 в переменного тока или до 1000 в постоянного тока
КШЭ	Кабель шланговый для экскаваторов	Для присоединения к электрическим сетям экскаваторов, работающих на скальном грунте, при напряжении 3000 и 6000 в переменного тока
ГТШ	Кабель шланговый для торфопредприятий	Для присоединения силовых передвижных установок на торфоразработках к электрическим сетям при напряжении до 500, 3000 и 6000 в
КТШЭ	Кабель шланговый для электробуров	Для присоединения силовых механизмов электробура при разведке нефти к электрическим сетям при напряжении 1500 в переменного тока

Марка	Наименование	Область применения
ППШ	Провод шланговый прожекторный	Для присоединения передвижных прожекторных установок в электрических сетях при напряжении до 500 в переменного тока
ПРГД	Провод шланговый для электрической дуговой сварки	Для присоединения электродержателей при электрической дуговой сварке к электрическим сетям при напряжении не свыше 120 в переменного тока
КВР	Кабель высоковольтный рентгеновский	Для подведения тока накала и тока высокого напряжения к трубке рентгеновской установки; кабель рассчитан на напряжение 55 000 в амплитудных при частоте 50 гц или 110 000 в постоянного тока
АШ	Провод шланговый для шахтных головных аккумуляторных ламп	Для присоединения шахтных головных ламп к переносным аккумуляторам при напряжении до 5 в
ПГЗ	Провод шланговый переносный с концевой гибкой резиновой заделкой	Для присоединения бытовых и лабораторных нагревательных приборов к электрическим осветительным сетям при напряжении до 380 в переменного тока

3. Силовые кабели с резиновой изоляцией.  
Марки кабелей

Марка	Наименование
СРГ	Кабель силовой с резиновой изоляцией в свинцовой оболочке, голый
СРА	Кабель силовой с резиновой изоляцией в свинцовой оболочке, асфальтированный
СРБ	Кабель силовой с резиновой изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный двумя стальными лентами, с наружным покровом из кабельной пряжи
СРБГ	Кабель силовой с резиновой изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный двумя стальными лентами, без наружного покрова
СРП	Кабель силовой с резиновой изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный стальными плоскими проволоками, с наружным покровом из кабельной пряжи
СРПГ	Кабель силовой с резиновой изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный стальными плоскими проволоками, без наружного покрова
ВРГ	Кабель силовой с резиновой изоляцией в винилитовой оболочке

## 4. Применение силовых кабелей

Марки	Характер окружающей среды	Условия прокладки
СРГ, СРБГ, СРПГ, ВРГ	В закрытых помещениях с нормальной средой	а) В сухих и сырых каналах и тоннелях, лежащих выше и ниже уровня грунтовых вод  б) Открыто по стенам и потолкам, по станкам и неподвижным механизмам
СРБГ	В закрытых помещениях с нормальной средой	В наружных каналах
СРГ, СРА, СРБГ, СРПГ, ВРГ	В сырых и особо сырых помещениях	Открыто по стенам и потолкам, в каналах
СРГ, СРБГ, ВРГ	В сырых и особо сырых помещениях	По станкам и неподвижным механизмам
СРГ, СРА, СРБ, ВРГ, СБГ	В помещениях с едкими парами и газами	Открыто по стенам и потолкам, в каналах, по станкам и неподвижным механизмам
СРГ, СРБГ, СРПГ, ВРГ	В пожароопасных помещениях, где бывает большое скопление людей (театры, клубы, кино и т. п.); в сооружениях, где хранятся ценности (музеи, картинные галереи, книгохранилища и т. п.)	Открыто по стенам и потолкам, в каналах, по станкам и неподвижным механизмам
СРБГ	Во взрывоопасных помещениях, в которых разрешается установка электрооборудования	Открыто по стенам и потолкам, в каналах, по станкам и неподвижным механизмам
СРГ, ВРГ	В канализационных блоках	

5. Силовые кабели с бумажной пропитанной изоляцией.  
Марки кабелей

Марка	Наименование
СГ	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, голый
СА	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, асфальтированный
СБ	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный двумя стальными лентами, с наружным покровом из кабельной пряжи
СБГ	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный двумя стальными лентами, без наружного покрова
СП	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный плоскими стальными проволоками, с наружным покровом из кабельной пряжи
СПГ	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный плоскими стальными проволоками, без наружного покрова
СК	Кабель силовой с бумажной пропитанной изоляцией в свинцовой оболочке, бронированный круглыми стальными проволоками, с наружным покровом из кабельной пряжи
ОСБ	Кабель силовой, скрученный из трех отдельно изолированных и освинцованных жил, бронированный двумя стальными лентами, с наружным покровом из кабельной пряжи
ОСК	Кабель силовой, скрученный из трех отдельно изолированных и освинцованных жил, бронированный круглыми стальными проволоками, с наружным покровом из кабельной пряжи
СБ-1к, СБ-к2, СБГ-1к, СБГ-к2	Кабели СБ и СБГ с одной или двумя контрольными жилами
СБУ, СБГУ, СПУ и СПГУ	Кабели СБ, СБГ, СП и СПГ с тонкой свинцовой оболочкой
СБВ, СБГВ, СПВ, СПГВ, СКВ	Кабели СБ, СБГ, СП, СПГ и СК с осушенной пропитанной изоляцией для вертикальных прокладок

## 6. Провода для линий передач и гибких соединений

Марка	Наименование проводов	Диапазон нормальных сечений, мм <sup>2</sup>	Область применения
М	Медный	4—400	Для передачи электрической энергии в воздушных сетях высокого и низкого напряжений
А	Алюминиевый	16—185	То же, что М, но для менее ответственных целей
АС	Стале-алюминиевый	35—400	Для передачи электрической энергии в воздушных сетях в случаях, когда требуется повышенный предел прочности
АСУ	Стале-алюминиевый усиленной конструкции	120—400	То же, что АС
МП	Медный полый	240	Для сверхвысоковольтных линий электропередач, особенно в случаях, когда требуется лучшая антикоррозионная стойкость
МГГ	Медный гибкий	10—500	Для присоединения к подвижным контактам
ПЩ	Провод для щеткодержателей нормальный	0,3—10	Для присоединения к щеткодержателям электромашин и к различным подвижным контактам
ПЩС	Провод для щеткодержателей специальный	1—2,5	То же, что ПЩ, но для специальных условий работы
ПЩО	Провод для щеткодержателей нормальный в оплетке из хлопчатобумажной пряжи	0,3—10	То же, что ПЩ, но в случаях, когда требуется дополнительная изоляция провода
ПЩСО	Провод для щеткодержателей специальный в оплетке из хлопчатобумажной пряжи	1—2,5	То же, что ПЩС, но в случаях, когда требуется дополнительная изоляция провода
ТК	Троллейный круглый	30—100	Для передачи электрической энергии к мостовым и другим кранам
ТФ	Троллейный фасонный	65—100	Для передачи электрической энергии на линиях электрифицированного транспорта (трамвай, троллейбус, электровоз, моторный вагон и др.)

Длительно допускаемые нагрузки в амперах на голые медные, алюминиевые, стале-алюминиевые и стальные провода при температуре окружающего воздуха 25 °С

Номинальное сечение, мм <sup>2</sup>	В закрытом помещении	На открытом воздухе	На открытом воздухе			
	Марка провода					
	М	М	А	АС	АСУ	Ж
4	40	50	—	—	—	—
6	50	70	—	—	—	—
10	70	95	—	—	—	—
16	100	130	105	—	—	—
25	135	180	135	—	—	—
35	165	220	170	170	—	80
50	210	270	215	220	—	90
60	—	315	—	—	—	—
70	255	340	265	275	—	125
95	315	415	325	335	—	140
120	375	485	370	380	—	175
150	445	570	440	445	—	—
185	500	645	500	515	—	—
240	600	770	585	610	—	—
300	—	—	—	—	710	—
400	—	—	—	—	865	—

Примечание. Для однопроволочных стальных проводов допускаемые нагрузки равны: для Ж = Ø 4—35 а, для Ж = Ø 5—40 а и для Ж = Ø 6—60 а.

ПРИЛОЖЕНИЕ 8 в

Длительно допускаемые нагрузки в амперах для кабелей, прокладываемых на открытом воздухе при температуре 25° С

Номинальное сечение жилы, мм <sup>2</sup>	Трехжильные кабели с поясной изоляцией			Четырехжильные кабели до 1 кв
	до 3 кв	6 кв	10 кв	
	Максимально допустимая температура жилы кабеля, °С			
	80	65	60	80
1,5	15	—	—	—
2,5	25	—	—	30
4	35	—	—	35
6	45	—	—	45
10	60	55	50	60
16	80	65	65	80
25	105	90	85	100
35	125	110	100	120
50	155	145	130	150
70	200	175	160	185
95	245	215	195	215
120	285	250	225	260
150	330	290	255	300
185	375	330	290	340
240	430	375	335	—

Примечание. При прокладке кабелей в трубах без искусственной вентиляции нагрузка должна быть уменьшена путем умножения на коэффициенты: для кабелей напряжением до 10 кв сечением до 95 мм<sup>2</sup>—0,9, для кабелей тех же напряжений, но сечением 120—185 мм<sup>2</sup>—0,85 и для кабелей других сечений и напряжений—0,8,

ПРИЛОЖЕНИЕ 8 г

Шкала номинальных токов плавких вставок предохранителей

6 — 10 — 15 — 20 — 25 — 35 — 60 — 80 — 100  
 125 — 160 — 200 — 225 — 260 — 300 — 360 — 430 — 500  
 600 — 700 — 850 — 1000 а

Длительно допустимая сила тока в амперах для проводов и кабелей при температуре окружающего воздуха 25° С

Сечение проводящей жилы, мм <sup>2</sup>		В закрываемых помещениях																								
		провода марок СРГ, СРА, СРБ, ВРГ, ВРБ, ПРФ, ПРП, проложенные открыто		провода марок ПР, АПР, ПРГ, ПРТО в газовых трубах		провода марки ПРТО в газовых трубах		кабели с бумажной изоляцией до 1000 в, проложенные открыто																		
1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		
		провода марок ШР, ПРД, ПР, АПР, ПРГ, проложенные открыто		одно- жильные		двух- жильные		трех- жильные		2 одно- жильных		3 одно- жильных		4 одно- жильных		1 двух- жильный		1 трех- жильный		двух- жильные		трех- жильные		четы- рех- жильные		
0,5	6 (10)																									
0,75	6 (13)																									
1	6 (15)																									
1,5	10 (20)																									
2,5	15 (27)																									
4	25 (36)																									
6	46																									
10	68																									
16	90																									
25	125																									
35	150																									
50	190																									
70	240																									
95	290																									
120	340																									

Допускаются только для зарядки светильников

0,5	6 (10)																									
0,75	6 (13)																									
1	6 (15)																									
1,5	10 (20)																									
2,5	15 (27)																									
4	25 (36)																									
6	46																									
10	68																									
16	90																									
25	125																									
35	150																									
50	190																									
70	240																									
95	290																									
120	340																									

Примечания: 1. Нагрузки, указанные в графах 2—13, взяты из Правил устройства электрических установок (проект, вторая редакция; март 1949 г.).  
 2. В скобках даны наибольшие значения токов, длительно допустимые по условиям нагрева проводов и кабелей. Получаются значениями токов в скобках для нагрузки проводящего не рассчитывается, так как это приводит к излишним потерям электроэнергии в проводах.  
 3. Номинальные сечения проводов АПР нормируются не по фактическим сечениям алюминиевых жил, а по номинальным сечениям медных жил, например, провод АПР номинальным сечением 6 мм<sup>2</sup> имеет действительное сечение 9 мм<sup>2</sup>; провод АПР сечением 10 мм<sup>2</sup> имеет действительное сечение 15 мм<sup>2</sup> и т. д.

**Силовые проводки в производственных помещениях**

Номинальный ток плавкой вставки, а	Наименьшее сечение								
	провода марок ШР, ПРД, ПР, АПР, ПРГ, проложенные открыто; ответвления и магистрали	провода марок СРГ, СРА, СРБ, ВРБ, ВРГ, ТПРФ, ПРП, проложенные открыто						провода ма АПР, ПРГ,	
		одножильные		двухжильные		трехжильные		2 или 3 одножильных	
		ответвления	магистрали	ответвления	магистрали	ответвления	магистрали	ответвления	магистрали
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	1	—	—	—	—	—	—	—	1
15	1,5	—	1,5	—	1,5	—	1,5	—	1,5
20	2,5	—	2,5	—	2,5	—	—	1	2,5
25	—	1,5	—	1,5	—	1,5	2,5	1,5	—
35	4	2,5	4	2,5	4	2,5	4	2,5	4
60	6	—	6	—	6	—	6	—	6
80	10	4	10	4	10	4	10	4	10
100	—	6	—	6	—	6	—	6	—
125	16	—	16	—	16	—	16	—	16
160	25	10	25	10	25	10	25	10	25
200	35	—	—	—	35	—	35	—	35
225	50	—	35	16	50	16	50	16	50
260	—	16	50	—	—	—	—	—	—
300	70	—	—	25	70	25	70	25	70
350	95	25	70	35	—	35	—	35	95

при температуре окружающего воздуха 25°С

одной жилы, мм<sup>2</sup>

рок ПР, ПРТО в газовых трубах		провода марки ПРТО в газовых трубах				кабели с бумажной изоляцией	
4 одножильных		1 двухжильный		1 трехжильный		1 трехжильный	
ответ- вления	маги- страли	ответ- вления	маги- страли	ответ- вления	маги- страли	ответ- вления	маги- страли
11	12	13	14	15	16	17	18
—	1	—	1	—	1	—	—
—	1,5	—	1,5	—	1,5	—	—
1	—	1	—	1	—	—	—
1,5	2,5	1,5	2,5	1,5	2,5	—	1,5
2,5	4	2,5	4	2,5	4	—	2,5
—	6	—	6	—	6	1,5	4
4	10	4	10	4	10	2,5	10
6	—	—	—	6	—	4	—
—	16	6	16	—	16	6	16
10	25	10	25	10	25	10	25
—	35	—	35	—	35	—	35
16	50	16	50	16	50	16	50
—	—	—	—	—	—	—	—
25	70	25	70	25	70	25	70
35	95	35	95	35	95	35	95

ПРИЛОЖЕНИЕ 8ж

Осветительные и силовые проводки в жилых домах, бытовых и общественных помещениях, служебно-бытовых и складских помещениях промышленных предприятий при температуре окружающего воздуха 25°С

Номинальный ток плавкой вставки, <i>a</i>	Наименьшее сечение одной жилы, мм <sup>2</sup>				
	провода марок ШР, ПРД, ПР, АПР, ПРГ, проложенные открыто	провода марок СРГ, СРА, СРБ, ВРГ, ТПРФ, ВРБ, ПРП, проложенные открыто		провода марок ПР, АПР, ПРГ, ПРТО, проложенные в газовых трубах	провода марки ПРТО, проложенные в газовых трубах
		одножильные	двух- или трехжильные	2, 3 или 4 одножильных	1 двух- или трехжильный
1	2	3	4	5	6
6	1	—	—	1	1
10	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
15	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
20	—	—	—	4	4
25	2,5	4	4	6	6
35	6	6	10	10	10
60	10	10	16	16	16
80	16	16	25	25	25
100	25	25	35	35	35
125	35	35	50	50	50
160	50	50	70	70	70
200	70	70	—	95	95
225	95	95	—	150	150
260	120	95	—	—	—
300	150	120	—	—	—

ПРИЛОЖЕНИЕ 9а

Относительная видность  $K_\lambda$  для дневного зрения

$\lambda$ , ммкн	$K_\lambda$						
380	0,00004	480	0,139	570	0,952	670	0,032
390	0,00012	490	0,208	580	0,870	680	0,017
400	0,0004	500	0,323	590	0,757	690	0,0082
410	0,0012	510	0,503	600	0,631	700	0,0041
420	0,004	520	0,710	610	0,503	710	0,0021
430	0,0116	530	0,862	620	0,381	720	0,00105
440	0,023	540	0,954	630	0,265	730	0,00052
450	0,038	550	0,995	640	0,175	740	0,00025
460	0,060	555	1,000	650	0,107	750	0,00012
470	0,091	560	0,995	660	0,061	760	0,00006

ПРИЛОЖЕНИЕ 9б

Характеристики нормальных осветительных ламп накаливания

Напряжение сети	110 и 127 в		220 в	
	Световой поток, лм	Световая отдача, лм/вт	Световой поток, лм	Световая отдача, лм/вт
10	66	6,60		
15	124	8,25	95	6,33
25	225	9,00	191	7,65
40	380	9,50	336	8,40
60	645	10,93	540	9,00
75	881	12,07	671	9,19
100	1275	13,01	1000	10,42
150	2175	14,50	1710	11,87
200	3050	15,64	2510	13,07
300	4875	16,58	4100	14,24
500	8725	17,81	7560	15,59
750	13690	18,50	12230	16,80
1000	19000	19,19	17200	17,73

Биспиральные лампы

55	650	11,8	—	—
71	900	12,7	—	—
96	1300	13,5	—	—
82	—	—	900	11,0
109	—	—	1300	11,9

ПРИЛОЖЕНИЕ 9в

Световые и электрические характеристики и габариты люминесцентных ламп

Мощность лампы, вт	Напряжение сети, в	Диаметр трубки, мм	Длина трубки, мм	Световая отдача, лм/вт	
				дневной свет	белый свет
15	110—125	25	450	33,0	41,0
20	110—125	38	600	38,0	45,0
30	110—125	38	900	40,0	48,4
40	199—250	38	1200	42,5	52,5
100	199—250	54	1500	33,5	42,0

ПРИЛОЖЕНИЕ 9в

Наименьшая высота подвеса стандартных светильников из условия ограничения ослепленности

Тип светильника	Наименьшая высота подвеса над полом, м	
	с лампами до 200 вт	с лампами более 200 вт
«Универсаль» с молочным затенителем, «Глубокоизлучатель» зеркальный, «Люцетта» преимущественно отраженного света, шар молочного стекла, плафоны с молочным стеклом . . . . .	2,0	3,0
«Универсаль» с матированным затенителем . . .	2,5	3,5
«Универсаль» без затенителя, «Глубокоизлучатель» эмалированный, «Люцетта» цельного стекла ПВ-200, ПН-150, плафоны с матовыми стеклами . .	3,0	4,0

ПРИЛОЖЕНИЕ 9д

Оптимальные относительные расстояния между светильниками

Тип светильника	Относительное расстояние		Предельная ширина помещения, при которой целесообразно однорядное размещение
	многорядное расположение	однорядное расположение	
Шар молочного стекла . . . . .	2,3—3,2	1,9—2,5	1,3 $H_p$
«Универсаль» без затенителя, «Универсаль» с опаловым и матированным затенителями . . . . .	1,8—2,5	1,8—2,0	1,2 $H_p$
«Люцетта» цельного стекла, «Глубокоизлучатель» эмалированный . . . . .	1,6—1,8	1,5—1,8	1,0 $H_p$
«Глубокоизлучатель» зеркальный	1,2—1,4	1,2—1,4	0,75 $H_p$

Примечание. Первая цифра определяет оптимальный вариант размещения, вторая — допустимый.

ПРИЛОЖЕНИЕ 9е

Нормы освещенности для закрытых помещений.

Нормы освещенности для грубых работ (более 10 мм) (ГОСТ 3825—47)

№ п/п	Характеристика работ	Разряд	Минимальная освещенность, лк
1	Работы с самосветящимися предметами или материалами (например, в кузницах, литейных, мартеновских пехах) . . . . .	IV	50
2	Работы, требующие различения предметов или деталей размером 1 см и более (до нескольких см)	V	20
3	Работы, требующие различения крупных предметов и общего наблюдения за ходом производственного процесса . . . . .	VI	10
4	Работы в складах громоздких предметов и сыпучих тел . . . . .	VII	5

ПРИЛОЖЕНИЕ 9жс

Нормы освещенности для административно-конторских и бытовых помещений (ГОСТ 3825—47)

№ п/п	Наименование освещаемых площадей	Разряд	Подразряд	Минимальная освещенность, лк	Плоскость, в которой нормируется освещенность
1	Административно-конторские помещения, красные уголки, читальни, учебные комнаты, помещения общественных организаций . . . . .	VIII		50	Плоскость столов
2	Комнаты для приема и приготовления пищи (столовые, буфеты, кухни) . . . . .	IX		50	То же
3	Душевые, умывальные, уборные, гардеробные . . . . .	X		15	Плоскость пола
4	Главные проходы в производственных помещениях, проезды для внутреннего транспорта, внутрицеховые лестницы и площадки для обслуживания агрегатов, основные коридоры и лестницы . . . . .	XI	а	10	То же
5	Прочие проходы, коридоры и лестницы, тамбуры . . . . .		б	5	То же

Коэффициенты использования осветительных установок (Т<sub>у</sub>)

Тип светиль- ника	«Глубоко- эмалирован- ный»			«Универсаль» без затенителя			«Универсаль» с матированным затенителем			«Универсаль» с опаловым затенителем			Водо-пылене- пронцаемый			Бх-200 с маточ- ным стеклом			Фарфоровый полугермети- ческий		
	30	50	70	30	50	70	30	50	70	30	50	70	30	50	70	30	50	70	30	50	70
ρ <sub>пол</sub> , %	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50
ρ <sub>ст</sub> , %	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50	10	30	50
0,5*	19	21	25	21	25	28	24	28	31	24	28	31	24	28	31	24	28	31	24	28	31
0,6	24	27	31	27	30	34	30	34	38	34	38	42	34	38	42	34	38	42	34	38	42
0,7	29	31	34	32	35	38	35	38	41	38	41	44	38	41	44	38	41	44	38	41	44
0,8	32	34	37	35	38	41	38	41	44	41	44	47	41	44	47	41	44	47	41	44	47
0,9	34	36	39	38	40	42	40	42	45	42	45	48	42	45	48	42	45	48	42	45	48
1,0	36	38	40	40	42	44	42	44	46	44	46	48	44	46	48	44	46	48	44	46	48
1,1	37	39	41	42	44	46	44	46	48	46	48	50	46	48	50	46	48	50	46	48	50
1,25	39	41	43	44	46	48	46	48	50	48	50	52	48	50	52	48	50	52	48	50	52
1,50	41	43	46	46	48	51	48	51	54	51	54	57	51	54	57	51	54	57	51	54	57
1,75	43	44	48	48	50	53	50	52	55	53	55	58	53	55	58	53	55	58	53	55	58
2,0	44	46	49	50	52	55	52	54	57	55	57	60	55	57	60	55	57	60	55	57	60
2,25	46	48	51	52	54	56	54	56	58	56	58	61	56	58	61	56	58	61	56	58	61
2,5	48	49	52	54	55	59	54	55	59	56	57	61	56	57	61	56	57	61	56	57	61
3,0	49	51	53	55	57	60	55	57	60	57	59	62	57	59	62	57	59	62	57	59	62
3,5	50	52	54	56	58	61	56	58	61	58	60	63	58	60	63	58	60	63	58	60	63
4,0	51	52	55	57	59	62	57	59	62	60	62	65	60	62	65	60	62	65	60	62	65
5,0	52	54	57	58	60	63	58	60	63	61	63	66	61	63	66	61	63	66	61	63	66

Коэффициенты использования в %

\* Каждая цифра первой колонки дает значение показателя помещения.



ПРИЛОЖЕНИЕ 9и

Нормы освещенности в установках наружного освещения (ГОСТ 3825-47)

№ п/п	Характеристика работы	Отношение минимального размера рассматриваемого предмета к расстоянию до глаза наблюдателя	Разряд	Подразряд	Контраст объекта с фоном	Минимальная освещенность, лк
1	Точная работа . . . . .	1/200 и менее	I	а	Малый	20
2	Работа средней точности . . . . .	Более 1/200 до 1/50	II	б	Большой	10
3				а	Малый	5
3	Работа малой точности	Более 1/50 до 1/20	III	б	Большой	3
4	Работы, требующие различения крупных предметов, находящихся в непосредственной близости к работающему, или обзор рабочих поверхностей без выделения каких-либо деталей . . . . .			а	Малый	2
		б	Большой	1		
			IV	а	Малый	1
				б	Большой	0,5

ПРИЛОЖЕНИЕ 9к

Нормы освещенности заводских территорий (ГОСТ 3825-47)

№ п/п	Участки территории	Разряд	Подразряд	Минимальная освещенность, лк	Плоскость, к которой относится норма освещенности
1	Главные проходы и проезды: а) с интенсивным движением людских и грузовых потоков . . . . . б) со средним движением людских и грузовых потоков . . . . .	V	а	1	Поверхность земли
2			б	0,5	То же
2	Прочие проходы и проезды, в том числе железнодорожные пути и тупики . . . . .	VI	—	0,2	Поверхность земли
3			VII	—	2
4	VIII	—		0,5	Горизонтальная плоскость или вертикальная, односторонняя, перпендикулярная к линии ограды на уровне земли

Значения коэффициентов запаса для производственных помещений

Характеристика помещения	Периодичность чистки светильников	Кэффи- циент запаса
Помещения с значительным выделением пыли, дыма и копоти (кузнечные, литейные цехи, цементные заводы) . . . . .	4 раза в месяц	1,5
Помещения с незначительным выделением пыли, дыма и копоти (механосборочные, инструментальные цехи, бытовые и административно-конторские помещения) . . . . .	2 раза в месяц	1,3

ЛИТЕРАТУРА

Л. В. Дрейер, Сборник задач и упражнений по электротехнике, Трансжелдориздат, 1938.

М. М. Епанешников и М. В. Соколов, Электрическое освещение, Госэнергоиздат, 1950.

Задачник по местным электрическим сетям. Под редакцией А. А. Глазунова, Госэнергоиздат, 1949.

Задачник по теоретическим основам электротехники. Под редакцией К. А. Круга, В. Ю. Ломоносова, М. А. Перекалина и К. М. Поливанова, Госэнергоиздат, 1948.

И. Л. Каганов. Электронные и ионные приборы, Госэнергоиздат, 1950.

В. В. Мешков и М. В. Соколов, Курс осветительной техники, Госэнергоиздат, 1948.

Е. В. Нитусов, Сборник задач по теоретической электротехнике, Госэнергоиздат, 1934.

М. А. Перекалин, Сборник задач по общей электротехнике, Госэнергоиздат, 1934.

Г. Дж. Рейх, Теория и применение электронных приборов, Госэнергоиздат, 1948.

А. Я. Рябков, Электрические сети и линии электропередачи, Госэнергоиздат, 1950.

Сборник задач и примеров по электрическим машинам. Под редакцией Д. А. Завалишина, Госэнергоиздат, 1940.

А. В. Фатеев и Б. И. Корневский, Примерные расчеты по электроприодам, Госэнергоиздат, 1933.

---

---

## О Г Л А В Л Е Н И Е

	Задачи	Стр.
Предисловие . . . . .		3
1. Электрические цепи постоянного тока . . . . .	1,1— 1,55	5
2. Электрическое поле . . . . .	2,1— 2,36	34
3. Электромагнетизм и наведение э. д. с. . . . .	3,1— 3,54	56
4. Электрические цепи переменного тока . . . . .	4,1— 4,55	89
5. Комплексный метод . . . . .	5,1— 5,23	130
6. Электрические цепи трехфазного тока . . . . .	6,1— 6,35	165
7. Несинусоидальные токи . . . . .	7,1— 7,24	196
8. Электрические измерения . . . . .	8,1— 8,37	215
9. Цепи со сталью и трансформаторы . . . . .	9,1— 9,20	237
10. Асинхронные двигатели . . . . .	10,1—10,32	251
11. Синхронные машины . . . . .	11,1—11,14	276
12. Машины постоянного тока . . . . .	12,1—12,36	289
13. Электроника . . . . .	13,1—13,18	316
14. Расчет проводов электрических сетей . . . . .	14,1—14,27	330
15. Электрическое освещение . . . . .	15,1—15,26	349
16. Переходные явления в простейших электрических цепях . . . . .	16,1—16,26	359
17. Электрический привод . . . . .	17,1—17,21	380
Приложения . . . . .		395
Л и т е р а т у р а . . . . .		436

### ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
17	4 сверху	$\dots \frac{U_{fd}}{r_d}$	$\dots \frac{U_{fd}}{r_8}$
56	6 снизу	$\frac{l}{r^2}$	$\frac{1}{r^2}$
57	10 снизу	$Mb = 20 \text{ см,}$	$M_1 \text{ равно } b = 20 \text{ см}$
61	10 снизу	$\ln \frac{(a+b) \cdot (b+c)}{a \cdot b}$	$\ln \frac{(a+b) \cdot (b+c)}{a \cdot c}$
124	20 снизу	$\frac{11,95}{995}$	$\frac{11,95}{9,95}$
201	7 сверху	$39^\circ 20', 17^\circ 10'$	$69^\circ 20', 47^\circ 10'$
205	Фиг. 7, 13	$C_2$	$C$
226	11 снизу	$r_T + r_3$	$r_1 + r_3$
260	Фиг. 10, 15	$\dot{I}_2$	$\dot{I}_1$
343	5 сверху	$\dot{U}_2 = \dot{U}_2 = 3800b$	$\dot{U}_2 = U_2 = 3800b$

9 р. 50 к.